

УДК 539

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА ХАРАКТЕР ДИАГРАММ $\sigma-\varepsilon$

Ю. В. Гриняев, Н. В. Чертова, М. А. Чертов

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634055 Томск

В приближении однородного распределения дефектов на основе уравнений полевой теории дефектов получено уравнение, описывающее эволюцию упругой деформации (напряжений) при заданной скорости деформирования. В результате численного решения данного уравнения и качественного анализа фазового портрета соответствующей динамической системы построены кривые деформирования. Исследована зависимость механических свойств материалов от скорости деформирования.

Актуальность исследования влияния скорости деформирования на механические свойства материалов обусловлена тем, что деформация материалов при их обработке и эксплуатации происходит с различными скоростями: от очень малых (например, при ползучести) до весьма значительных (при ударных нагрузениях). Известны результаты экспериментальных работ, подтверждающие зависимость механических свойств материалов от скорости деформирования или нагружения. Такие зависимости установлены для твердости материалов, прочности, пределов текучести [1–3]. В настоящей работе зависимость механических свойств материала от скорости деформирования исследуется на основе модели деформируемого тела, полученной в рамках полевой теории дефектов [4–6], система динамических уравнений которой имеет вид

$$\begin{aligned} B(\nabla \cdot I) &= -\mathbf{P}^{eff}, & \nabla \cdot \alpha &= 0, \\ \nabla \times I &= \frac{\partial \alpha}{\partial t}, & S(\nabla \times \alpha) &= -B \frac{\partial I}{\partial t} - \sigma^{eff}, & \frac{\partial \mathbf{P}^{eff}}{\partial t} &= \nabla \cdot \sigma^{eff}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь α , I — тензоры плотности и плотности потока дислокаций; σ^{eff} , \mathbf{P}^{eff} — эффективные напряжения и импульс; B , S — константы. Знаки “ \times ”, “ \cdot ” обозначают векторное и скалярное произведение. Эффективные напряжения и импульс определяются суммой вкладов от внешних и внутренних воздействий:

$$\sigma^{eff} = \sigma^{ext} + \sigma^{int}, \quad \mathbf{P}^{eff} = \mathbf{P}^{ext} + \mathbf{P}^{int}.$$

Согласно [4, 5] внутренние напряжения и импульс, обусловленные дефектами материала, могут быть выражены через характеристики поля дефектов:

$$\sigma^{int} = S(\alpha \cdot \alpha - \delta \alpha^2 / 2) + B(I \cdot I - \delta I^2 / 2) + \eta I; \quad (2)$$

$$\mathbf{P}^{int} = B(\alpha \times I). \quad (3)$$

Выражение (2) содержит член ηI , пропорциональный скорости пластической дисторсии β^{pl} . Плотность потока дефектов (см. определение в [7])

$$I = -\frac{\partial \beta^{pl}}{\partial t} \quad (4)$$

моделирует вязкие напряжения (по аналогии с моделями вязкой жидкости и вязкоупругого тела [8]).

Различные способы феноменологического учета диссипации энергии, приводящие к зависимости (2), рассмотрены в работах [5, 9]. Следует отметить, что вязкие напряжения [8] предполагают существование диссипативной функции, квадратичной относительно скорости пластической дисторсии: $R = \eta_{ijkl} I_{ij} I_{kl}$ (η — тензор коэффициентов вязкости). В то же время в классических теориях пластичности [10] рассматривается диссипативная функция, однородная относительно первой степени скорости пластической деформации: $R = \theta \sqrt{I_{(ij)} I_{(kl)}}$ (θ — константа; индексы в круглых скобках обозначают симметрирование). Последняя функция описывает рассеяние энергии, обусловленное зарождением дефектов, соответствующая сила трения определяет предельное напряжение сдвига. При этом предполагается, что движение дефектов не сопровождается диссипацией энергии. Диссипативная функция квадратичного вида учитывает энергию, рассеянную при движении дефектов, и не учитывает энергию зарождения дефектов. Это справедливо для многих материалов, в которых наблюдается микропластическая деформация [11].

В случае однородного распределения дефектов, которое, как показали исследования эволюции дислокационных структур [12], имеет место при напряжениях, близких к пределу текучести, когда дефекты распределены хаотично и не образуют пространственных структур, из (1)–(3) можно получить уравнение

$$B \frac{\partial I}{\partial t} + B \left(I \cdot I - \frac{\delta}{2} I^2 \right) + \eta I + \sigma^{ext} = 0. \quad (5)$$

При выводе уравнения (5), описывающего динамику тензора плотности потока дефектов под действием внешнего напряжения, предполагалось также, что постоянная плотность дислокаций (следствие условий $\nabla \alpha = 0$, $\partial \alpha / \partial t = 0$) равна нулю. Физической основой этого допущения являются известные результаты [13], свидетельствующие о том, что пластическое течение осуществляется за счет деформационных дефектов, возникающих в нагруженном материале. Используя определение тензора плотности потока дефектов (4) и учитывая, что

$$\beta^{pl} = \beta^{tot} + \beta^{el}, \quad (6)$$

уравнение (5) в случае одноосного деформирования представим в виде

$$B \frac{\partial^2 (E^{tot} - E^{el})}{\partial t^2} - \frac{B}{2} \left(\frac{\partial (E^{tot} - E^{el})}{\partial t} \right)^2 + \eta \frac{\partial (E^{tot} - E^{el})}{\partial t} - M E^{el} = 0, \quad (7)$$

где M — модуль Юнга; β^{tot} , β^{pl} , β^{el} — полные, пластические, упругие дисторсии; E^{tot} , E^{el} — соответствующие компоненты деформаций.

Уравнение (7) при заданных начальных условиях может быть использовано для анализа кривых деформирования, которые, как известно, позволяют определить многие характеристики механических свойств материалов. Согласно (7) в случае деформирования с постоянной скоростью ($\partial E^{tot} / \partial t = V = \text{const}$) получаем

$$B \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + (\eta - VB) \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{B}{2} \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)^2 + ME = \eta V - \frac{B}{2} V^2, \quad (8)$$

где $E(0) = 0$, $\partial E(0) / \partial t = V$ — заданные начальные условия; E — продольная упругая деформация. В безразмерных величинах $T = (\eta/B)t$, $a = (B/\eta^2)M$, $b = (B/\eta)V$ уравнение (8) запишется в виде

$$\ddot{E} + (1 - b)\dot{E} + \dot{E}^2/2 + aE = b - b^2/2, \quad E(0) = 0, \quad \dot{E}(0) = b \quad (9)$$

(точка сверху обозначает дифференцирование по времени).

Результаты численного решения (9) дополним результатами качественного анализа фазового портрета двумерной динамической системы

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -(1-b)y - y^2/2 - ax + b - b^2/2, \quad (10)$$

эквивалентной системе (9) при $x = E$, $y = \dot{E}$. Из условия стационарности ($\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$) следует, что существует единственная особая точка системы $y_0 = 0$, $x_0 = b(1 - b/2)/a$. Чтобы определить характер особой точки, необходимо найти собственные числа системы. Для этого запишем матрицу коэффициентов системы (10), линеаризованной в окрестности особой точки: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & b-1 \end{pmatrix}$, и, решая соответствующее характеристическое уравнение, получим собственные числа

$$k_{1,2} = (b-1)/2 \pm \sqrt{(b-1)^2 - 4a}/2. \quad (11)$$

Предположим, что параметры a , b положительные. В этом случае особая точка типа седла не реализуется. Характер особой точки определяется знаком вещественной части собственных корней: при $b > 1$ точка, движущаяся вдоль траектории, удаляется от особой точки, а при $b < 1$ приближается к ней.

Рассмотрим случай $b < 1$. Если $a < 1/4$, то по мере возрастания b от 0 до 1 особая точка меняет свой характер: узел при $0 < b < 1 - 2\sqrt{a}$, вырожденный узел при $b = 1 - 2\sqrt{a}$, фокус при $1 - 2\sqrt{a} < b < 1$ и центр при $b = 1$. Если $a > 1/4$, то при любых значениях $0 < b < 1$ особая точка является фокусом. Можно показать, что при заданном начальном условии ($E(0) = 0$, $\dot{E}(0) = b$) даже с учетом нелинейных членов фазовая траектория при $b \leq 1$ не покидает окрестности особой точки: $x = E \rightarrow x_0$, $y = \dot{E} \rightarrow y_0$ при $T \rightarrow \infty$. С физической точки зрения это означает, что с течением времени упругая деформация не увеличивается (ее скорость становится равной нулю), а приращение полной деформации происходит за счет пластической, поскольку эти величины связаны соотношением (6). Фактически это соответствует выходу на площадку текучести. Различие между узлом и фокусом заключается в том, что в первом случае траектория сразу выходит на предельное значение, а во втором имеют место экспоненциально затухающие колебания вокруг этого значения. На рис. 1, а, б приведены характерные фазовые траектории и кривые деформирования соответственно в случае узла ($a = 0,24$, $b = 0,02$), на рис. 2 — в случае фокуса ($a = 0,24$, $b = 0,6$). Диаграммы деформирования представлены в координатах упругая деформация — время, поскольку при постоянной скорости нагружения время пропорционально полной деформации: $T = E^{tot}/b$.

Рассмотрим случай $b > 1$. При этом особая точка может быть либо узлом, либо фокусом. В обоих случаях движущаяся вдоль траектории точка удаляется от особой точки. Однако при $b > 1$ тип особой точки не важен, поскольку теперь во втором уравнении (10) определяющую роль играет нелинейный член $-y^2/2$, который “уводит” траекторию системы на бесконечность. Кривая деформирования в этом случае соответствует хрупкому поведению материала. Данный случай представлен на рис. 3 ($a = 0,25$, $b = 10$).

Когда параметр b мало отличается от единицы, вещественная часть собственных корней (11) мала, и осцилляции вокруг особой точки нарастают или затухают очень медленно. При $b = 1$ особая точка становится центром, поэтому фазовая траектория с выбранными начальными условиями замкнута (рис. 4, $a = 0,24$, $b = 1$). Такие осцилляции напряжений не наблюдаются в реальных системах, это означает, что рассматриваемая модель не работает в данной области скоростей нагружения. Можно предположить следующее. Равенство $b = 1$ означает, что скорость нагружения V определяется отношением $B/\eta = \tau$ ($V = \partial E^{tot}/\partial t = (B/\eta)^{-1}$, где B , η — константы, характеризующие инерционные свойства и вязкость ансамбля дефектов). Величину τ , имеющую размерность времени, можно принять в качестве времени релаксации ансамбля дефектов [14]. Результаты, полученные в

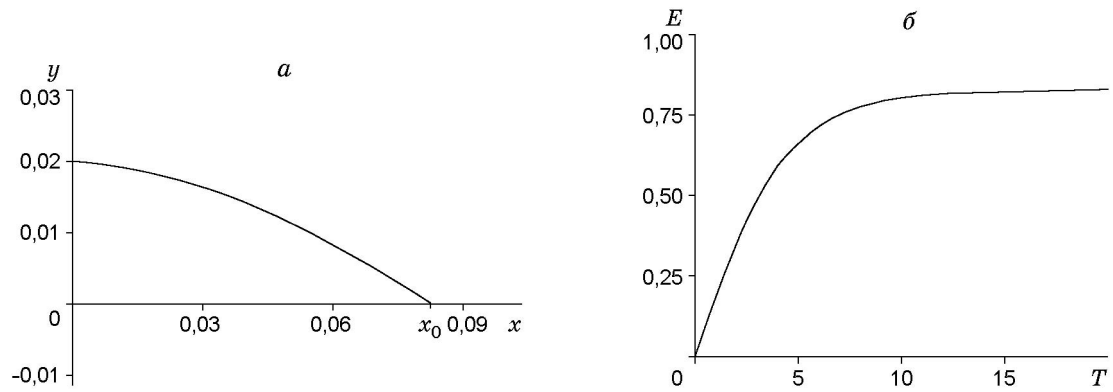


Рис. 1

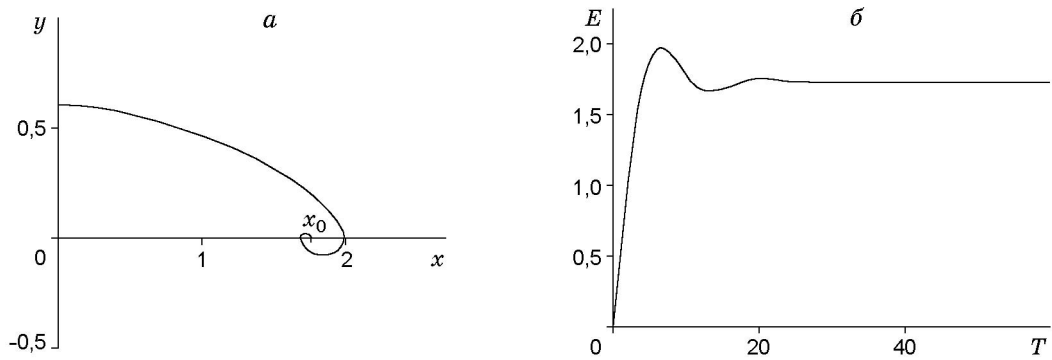


Рис. 2

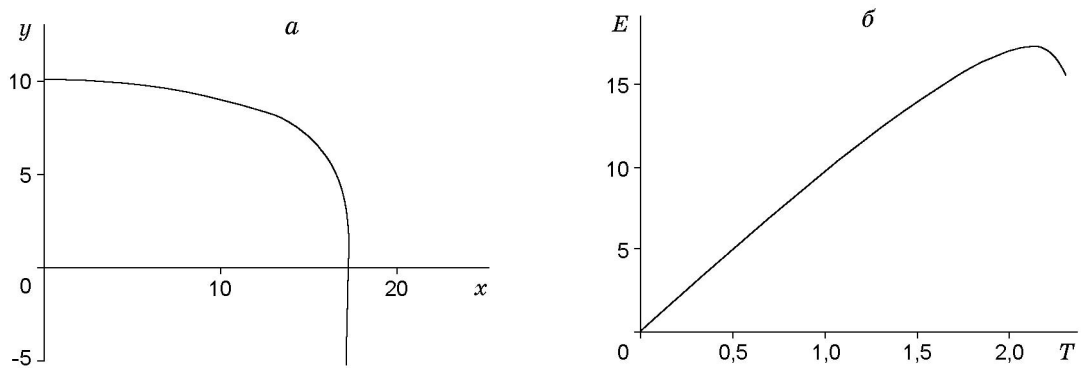


Рис. 3

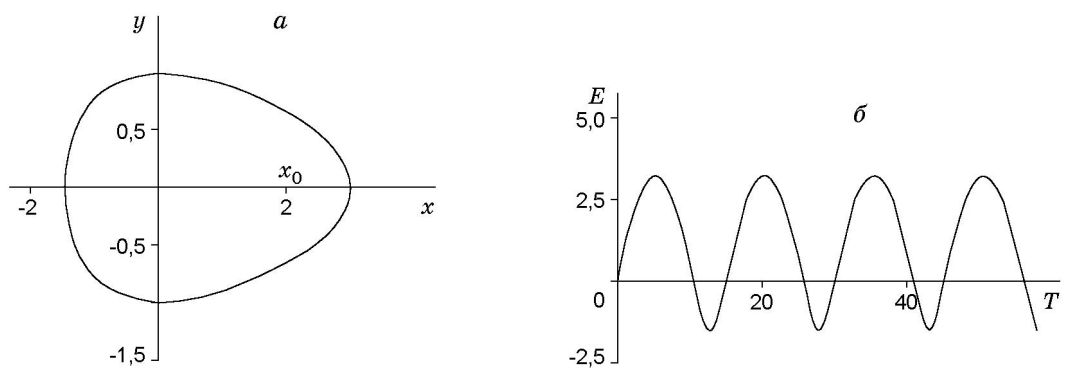


Рис. 4

рамках рассматриваемой модели, согласуются с экспериментальными данными при значениях $V \ll 1/\tau$ и $V \gg 1/\tau$, при которых заведомо не нарушается исходное предположение об однородном распределении дефектов. При малых скоростях нагружения система успевает срелаксировать к состоянию с однородным распределением дефектов, а при больших начальное однородное распределение дефектов не успевает нарушиться из-за их инерционности. Другими словами, в первом случае дефекты успевают подстроиться под внешнюю нагрузку, а во втором внешнее воздействие не успевает повлиять на систему дефектов. При характерных временах порядка времени релаксации однородное распределение дефектов может нарушаться, что не описывается данной моделью.

В заключение следует отметить, что простейшая модель деформируемого тела, полученная в рамках полевой теории дефектов, в определенной степени учитывает зависимость механических свойств материала от скорости деформирования и позволяет установить, как изменение этих свойств влияет на процессы деформирования твердых тел. Ранее отмечалось, что один и тот же материал может вести себя как пластический при малых скоростях деформации и как хрупкий при больших [1]. Кривые деформирования при малых и больших скоростях деформирования можно построить для различных материалов. Из анализа этих кривых следует, что координаты особой точки фазового портрета, определяющей предел текучести, зависят от скорости деформирования, что также соответствует известным экспериментальным результатам.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Фридман Я. Б.** Механические свойства металлов. М.: Оборонгиз, 1952.
2. **Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
3. **Ильюшин А. А.** Пластичность. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1948.
4. **Гриняев Ю. В., Чертова Н. В.** Полевая теория дефектов // Физ. мезомеханика. 2000. Т. 3, № 5. С. 19–32.
5. **Гриняев Ю. В., Панин В. Е.** Полевая теория дефектов на мезоуровне // Докл. РАН. 1997. Т. 353, № 1. С. 37–39.
6. **Гриняев Ю. В., Чертова Н. В.** Механические свойства материалов и предмет описания калибровочной теории // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68, № 7. С. 70–74.
7. **Косевич А. М.** Основы механики кристаллической решетки. М.: Наука, 1972.
8. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория упругости. М.: Наука, 1987.
9. **Попов В. Л., Чертова Н. В.** Спектр нормальных колебаний упругопластической среды с диссипацией // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 108–112.
10. **Работнов Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
11. **Дударев Е. Ф.** Микропластическая деформация и предел текучести поликристаллов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1988.
12. **Конева Н. А., Козлов Э. В.** Физическая природа стадийности пластической деформации // Изв. вузов. Физика. 1990. № 2. С. 89–106.
13. **Рыбин В. В.** Структурно-кинетические аспекты физики развитой пластической деформации // Изв. вузов. Физика. 1991. № 3. С. 7–21.
14. **Чертова Н. В., Гриняев Ю. В.** Закономерности распространения плоских волн дефектов в вязкопластической среде // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, вып. 18. С. 91–93.

*Поступила в редакцию 3/Х 2001 г.,
в окончательном варианте — 14/І 2002 г.*