УДК 536.46; 532.59

# ПРЕДЕЛЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В УЗКОМ КАНАЛЕ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

В. В. Замащиков, С. С. Минаев

Институт химической кинетики и горения, 630090 Новосибирск

Предложена модель распространения газового пламени в узком зазоре между двумя пластинами, которая наряду с обычным режимом описывает режим низких скоростей. Характерной особенностью режима низких скоростей является то, что пламя распространяется вместе с порожденной им тепловой волной в пластинах. Показано, что пределы распространения пламени в режиме низких скоростей шире пределов, полученных в классической теории. Получены зависимость скорости распространения пламени и зависимость критического числа Пекле от скорости свежего газа. При числах Пекле, меньших критического значения, определяемого классической теорией, пламя может существовать лишь в некотором интервале скоростей свежей смеси. Обсуждается возможная причина существования верхнего и нижнего пределов распространения пламени по скорости потока свежей смеси.

## ВВЕДЕНИЕ

Тепловая теория пределов распространения газового пламени впервые предложена в [1, 2], где показано, что распространение пламени в узких каналах невозможно в случае, когда характерный размер меньше критического. Согласно этой теории условие распространения пламени имеет вид

$$\mathrm{Pe} = \frac{dU_n}{\varkappa_g} > \mathrm{Pe}_{cr}, \qquad (1)$$

где Pe, $\mathrm{Pe}_{cr}$ — число Пекле и его критическое значение; $d$ — характерный размер системы, в которой происходит горение; $U_n$ — нормальная скорость распространения пламени; $\varkappa_g$ — температуропроводность газа. В [1, 2] предполагалось что: (а) температура стенки канала постоянна и равна температуре окружающей среды; (б) горючий газ и продукты горения охлаждаются по закону ньютоновского теплообмена; (в) фронт пламени плоский; (г) температура продуктов горения изменяется только вдоль направления распространения пламени. Таким образом, в [1, 2] не учитывалась реальная газодинамика потока. В связи с этим появилось множество работ, расширяющих рамки применимости тепловой теории. Например, в [3] исследуется влияние избирательной диффузии на пределы распространения пламени в канале. В [4, 5] обнаружен режим, при котором температура стенки канала непостоянна. Этот режим, наблюдаемый в цилиндрической трубке при наличии потока свежего газа, характеризуется низкой скоростью распространения волны горения относительно стенки трубки, при этом фронт пламени равномерно движется вместе с тепловой волной в стенке трубки. Тепловая волна порождается и поддерживается за счет тепла, выделившегося при сгорании горючей газовой смеси. В этом режиме происходит передача тепла от продуктов горения к свежей смеси по стенке трубки. Экспериментально показано, что волна горения может существовать в трубках, диаметр которых меньше критического, определяемого из соотношения (1).

Простая квазиодномерная модель режима низких скоростей для одиночной узкой цилиндрической трубки предложена в [6]. В этой модели теплопередача за счет теплопроводности газа считалась не определяющей, поэтому не учитывалась. Фронт пламени моделировался газодинамическим разрывом, разделяющим свежую смесь и продукты горения. Считалось, что температура газа изменяется скачком на фронте пламени. Зависимость нормальной скорости пламени от температуры свежей смеси брали из эксперимента.

Настоящая работа является продолжение [6]. В ней рассматривается распространение плоского пламени в узком зазоре между двумя бесконечными пластинами. В отличие

Работа выполнена при частичной поддержке INTAS-96-1173 и Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 98-03-32308 и 99-03-32309).

от [6] здесь учитывается теплопроводность газа, что важно для случая, когда теплопроводности газа и стенки близки друг к другу. Кроме того, учитывается диффузия недостающего компонента в свежей смеси. Предложенная математическая модель имеет сходство с моделью фильтрационного горения газа в пористой среде при наличии теплопотерь [7, 8]. Однако в [7, 8] верхний предел по скорости фильтрации газа не рассматривался.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Схема распространения плоской волны горения в зазоре между двумя бесконечными пластинами приведена на рис. 1. Расстояние между пластинами $d_0$ и толщи́ны пластин $h$ везде одинаковые. Свежая смесь, заполняющая область *1*, движется вдоль оси $x$ со скоростью $V$. Фронт химической реакции представляет собой поверхность $x = x_f(t)$, разделяющую свежую смесь и продукты горения (области *1* и *2*). Ось $y$ направлена вдоль нормали к поверхности пластин, а пламя распространяется вдоль оси $x$. Газ считается идеальным, давление газа постоянно.

Уравнения распространения тепла по стенкам канала и в газе и уравнение диффузии недостающего компонента смеси имеют вид

$$c_{p,g}\rho_g\Big(\frac{\partial T_g}{\partial t} + V\,\frac{\partial T_g}{\partial x}\Big) = \\ = \lambda_g\Big(\frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_g}{\partial y^2}\Big) + QW(T_g),$$

$$c_w\rho_w\,\frac{\partial T_w}{\partial t} = \lambda_w\Big(\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_w}{\partial y^2}\Big), \qquad (2)$$

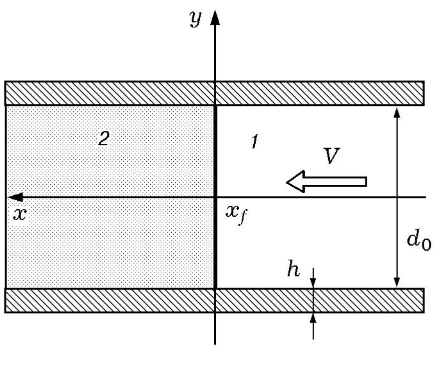


Рис. 1. Схема пламени:
*1* — область свежей смеси, *2* — продукты горения

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V\,\frac{\partial C}{\partial x} = \varkappa\Big(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\Big) - C_0W(T_g).$$

Здесь $T_g$, $T_w$ — температуры газа и пластины соответственно; $c_p$ и $\rho$ — удельная теплоемкость при постоянном давлении и плотность; $C$ — концентрация недостающего компонента свежей смеси; $\lambda$ — теплопроводность; $\varkappa$ — коэффициент диффузии недостающего компонента свежей смеси; $W(T_g)$ — скорость химической реакции; $Q = c_{p,g}\rho_g(T_{g,b} - T_0)$ — тепло, выделяющееся в ходе химической реакции; $T_{g,b}$ — адиабатическая температура плоского пламени; $T_0$ — начальная температура свежей смеси; индексы $w$, $g$ относятся к газу и стенке соответственно. При $x \to \pm\infty$ должны выполняться следующие условия:

$$x \to -\infty: \quad T_g, T_w \to T_0, \quad C \to C_0, \\ \frac{\partial T_g}{\partial x}, \frac{\partial T_w}{\partial x}, \quad \frac{\partial C}{\partial x} \to 0; \qquad (3)$$

$$x \to +\infty: \quad T_g, T_w \to T_0, \quad C \to 0, \\ \frac{\partial T_g}{\partial x}, \frac{\partial T_w}{\partial x}, \quad \frac{\partial C}{\partial x} \to 0. \qquad (4)$$

На границах между газом и пластинами в случае ньютоновского теплообмена можно записать условия для потоков тепла:

$$y = \pm\frac{d_0}{2}: \quad \lambda_g\,\frac{\partial T_g}{\partial y} = \mp\alpha(T_g - T_w), \\ \lambda_w\,\frac{\partial T_w}{\partial y} = \pm\alpha(T_g - T_w), \quad \frac{\partial C}{\partial y} = 0; \qquad (5)$$

$$y = \pm\Big(\frac{d_0}{2} + h\Big): \quad \lambda_w\,\frac{\partial T_w}{\partial y} = \mp\alpha(T_w - T_0). \qquad (6)$$

Здесь $\alpha$ — коэффициент теплообмена.

В случае сильной зависимости скорости химической реакции от температуры $W(T_g) \sim \exp(-E/RT_g)$, когда во фронте пламени безразмерная энергия активации $N = E/RT_{g,b} \gg 1$, можно считать, что тепловыделение и поглощение недостающего компонента свежей смеси происходят на поверхности, разделяющей свежую смесь и продукты горения. В этом случае выражение для $W(T_g)$ можно записать в виде [9]

$$W(T_g) = U_n\delta(x - x_f)\exp\Big(\frac{N}{2}\Big(1 - \frac{T_{g,b}}{T_{g,f}}\Big)\Big) \approx$$

$$\approx U_n \delta(x - x_f) \exp\Big(\frac{N(T_{g,f} - T_{g,b})}{2T_{g,b}}\Big),$$

где $\delta$ — дельта-функция Дирака, $T_{g,f}$ — температура на фронте пламени. Так как значение $T_{g,f}$ и $T_{g,b}$ близки друг к другу, то $(T_{g,f} - T_{g,b})/T_{g,b} \ll 1$. Такая форма записи скорости химической реакции позволяет найти распределение температуры и концентрации газа из решения кусочно-линейной задачи для системы (2) с граничными условиями на фронте химической реакции $x = x_f$:

$$\lambda_g\Big(\frac{\partial T_{g,1}}{\partial x} - \frac{\partial T_{g,2}}{\partial x}\Big) = \rho_g c_{p,g}(T_{g,b} - T_0) \times \times U_n \exp\Big(\frac{N(T_{g,f} - T_{g,b})}{2T_{g,b}}\Big), \quad (7)$$

$$\varkappa \frac{\partial C}{\partial x} = -U_n C_0 \exp\Big(\frac{N(T_{g,f} - T_{g,b})}{2T_{g,b}}\Big), \quad (8)$$

$$T_{g,1} = T_{g,2} = T_{g,f}, \quad (9)$$

$$C = 0, \quad (10)$$

$$T_{w,1} = T_{w,2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial T_{w,1}}{\partial x} = \frac{\partial T_{w,2}}{\partial x}. \quad (12)$$

Индексы 1 и 2 относятся к областям свежей смеси и продуктов горения соответственно. Уравнение для концентрации в (2) записывается лишь для области свежего газа, так как предполагается, что в процессе химической реакции недостающий компонент полностью расходуется ($C \equiv 0$ в продуктах горения).

Проинтегрируем уравнения (2) по $y$ и введем средние значения температур и концентрации:

$$\langle T_g(x,y)\rangle = \frac{1}{d_0}\int\limits_{-d_0/2}^{d_0/2} T_g(x,y)\,dy = T_g(x),$$

$$\langle C(x,y)\rangle = \frac{1}{d_0}\int\limits_{-d_0/2}^{d_0/2} C(x,y)\,dy = C(x),$$

$$\langle T_w(x,y)\rangle = \frac{1}{h}\int\limits_{d_0/2}^{d_0/2+h} T_w(x,y)\,dy =$$

$$= \frac{1}{h}\int\limits_{-d_0/2-h}^{-d_0/2} T_w(x,y)\,dy = T_w(x).$$

После интегрирования система уравнений (2) выглядит следующим образом:

$$c_{p,g}\rho_g\Big(\frac{\partial T_g}{\partial t} + V\frac{\partial T_g}{\partial x}\Big) = \lambda_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} - \frac{2\alpha(T_g - T_w)}{d_0},$$

$$c_w \rho_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \lambda_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} - \frac{\alpha(2T_w - T_g - T_0)}{h}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V\frac{\partial C}{\partial x} = \varkappa \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}.$$

При выводе этих уравнений использовались условия (5) и (6) для потоков тепла на границе между газом и стенками канала. Перейдем к безразмерным переменным $T$, $\theta$, $C'$ и $\eta$:

$$T \to \frac{T_g - T_0}{T_{g,b} - T_0}, \quad \theta \to \frac{T_w - T_0}{T_{g,b} - T_0}, \quad C' \to \frac{C}{C_0},$$

$$\eta = \frac{(x - x_f)\rho_g c_{p,g} U_n}{\lambda_g}.$$

Будем искать стационарные решения. В этом случае фронт пламени движется вдоль оси $x$ с постоянной скоростью: $x_f = Ut$. Температура и концентрация являются функциями только переменной $\eta$. Учитывая это, уравнения (13) в безразмерных переменных перепишем в виде

$$(v - u)\frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} - \Omega_g(T_\theta),$$

$$-u\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = k\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} - \Omega_w(2\theta - T), \quad (14)$$

$$(v - u)\frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2}.$$

При выводе уравнений принималось, что коэффициент температуропроводности газа $\varkappa_g =$

$\lambda_g/\rho_g c_g$ не зависит от температуры и равен коэффициенту молекулярной диффузии $\varkappa$. В (14) использовались следующие обозначения:

$$v = \frac{V}{U_n}, \quad u = \frac{U}{U_n}, \quad k = \frac{\lambda_w c_{p,g}\rho_g}{\lambda_g c_w \rho_w},$$

$$\Omega_g = \frac{2\alpha\varkappa_g}{d_0 c_{p,g}\rho_g U_n^2} = \frac{2\mathrm{Nu}}{\mathrm{Pe}^2},$$

$$\Omega_w = \Omega_g\sigma, \quad \sigma = \frac{d_0\rho_g c_{p,g}}{2h\rho_w c_w}.$$

Здесь $\mathrm{Nu} = \alpha d_0/\lambda_g$ — число Нуссельта, $\mathrm{Pe} = U_n d_0/\varkappa_g$ — число Пекле, $\sigma$ — отношение объемной теплоемкости газа к объемной теплоемкости стенок канала. В безразмерных переменных граничные условия для (14) при $\eta \to \pm\infty$ приобретают вид

$$\eta \to -\infty: \quad T_1, \theta_1 \to 0, \quad C' \to 1, \quad \frac{\partial T_1}{\partial\eta}, \frac{\partial\theta_1}{\partial\eta}, \frac{\partial C'}{\partial\eta} \to 0; \tag{15}$$

$$\eta \to +\infty: \quad T_2, \theta_2, \frac{\partial T_2}{\partial\eta}, \frac{\partial\theta_2}{\partial\eta} \to 0, \tag{16}$$

а граничные условия на фронте пламени ($\eta = 0$) имеют вид

$$\frac{\partial T_2}{\partial\eta} - \frac{\partial T_1}{\partial\eta} = \frac{\partial C'}{\partial\eta}, \tag{17}$$

$$\frac{\partial C}{\partial\eta} = -\exp\Big(\frac{\mathrm{Ze}(T_f - 1)}{2}\Big), \quad \mathrm{Ze} = \frac{E(T_b - T_0)}{RT_b^2}, \tag{18}$$

$$T_1 = T_2 = T_f, \tag{19}$$

$$C' = 0, \tag{20}$$

$$\theta_1 = \theta_2, \tag{21}$$

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\eta} = \frac{\partial\theta_2}{\partial\eta}. \tag{22}$$

Система (14) с граничными условиями (15)–(22) описывает стационарную волну горения в зазоре между двумя бесконечными пластинами при наличии потока горючего газа.

## СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ И ПРЕДЕЛЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ

Решения линейной системы уравнений (14) с граничными условиями на фронте пламени (19), (20) имеют следующий вид:

$$T_1 = (T_f - A)\exp(\lambda_1\eta) + A\exp(\lambda_2\eta), \tag{23}$$

$$T_2 = (T_f - B)\exp(\lambda_3\eta) + B\exp(\lambda_4\eta), \tag{24}$$

$$\theta_1 = r_1(T_f - A)\exp(\lambda_1\eta) + r_2 A\exp(\lambda_2\eta), \tag{25}$$

$$\theta_2 = r_3(T_f - B)\exp(\lambda_3\eta) + r_4 B\exp(\lambda_4\eta), \tag{26}$$

$$C = 1 - \exp((v - u)\eta). \tag{27}$$

При $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ и $\lambda_3, \lambda_4 < 0$ решения удовлетворяют условиям (15), (16), когда $\eta \to \pm\infty$. Подставляя (23)–(26) в уравнения (14) и приравнивая нулю выражения при $\exp(\lambda_i\eta)$, можно найти выражения для коэффициентов $r_i$:

$$r_i = -\frac{1}{\Omega_g}(\lambda_i^2 - (v - u)\lambda_i - \Omega_g) = -\frac{\Omega_w}{k\lambda_i^2 + u\lambda_i - 2\Omega_w} \tag{28}$$

— и получить характеристическое уравнение для $\lambda_i$:

$$\lambda^4 + \Big[u + \frac{u}{k} - v\Big]\lambda^3 - \Big[\frac{u(v - u)}{k} + \frac{2\Omega_w}{k} + \Omega_g\Big]\lambda^2 + \frac{1}{k}[2\Omega_w(v - u) - u\Omega_g]\lambda + \frac{\Omega_g\Omega_w}{k} = 0. \tag{29}$$

При используемых значениях коэффициентов корни этого алгебраического уравнения действительные. Для них выполняются условия $\lambda_1, \lambda_2 > 0$; $\lambda_3, \lambda_4 < 0$.

Подставляя решения (25), (26) в граничные условия на фронте пламени (21), (22), находим связь между коэффициентами $A$, $B$ и температурой газа на фронте пламени $T_f$:

$$\lambda_1 r_1(T_f - A) + \lambda_2 r_2 A = \lambda_3 r_3(T_f - B) + \lambda_4 r_4 B, \tag{30}$$

$$r_1(T_f - A) + r_2 A = r_3(T_f - B) + r_4 B. \tag{31}$$

Подставляя решения (23), (24), (27) в граничное условие (17), получим

$$(\lambda_3 - \lambda_1)T_f + (\lambda_4 - \lambda_3)B + (\lambda_1 - \lambda_2)A = u - v. \tag{32}$$

Из граничного условия (18) получим связь температуры на фронте пламени со скоростью волны горения $u$ и скоростью горючего газа $v$:

$$T_f = 1 + \frac{2}{\mathrm{Ze}}\ln(v - u). \tag{33}$$

Уравнения (30)–(33) позволяют найти зависимость скорости и температуры во фронте пламени от скорости движения горючего газа.

Рассмотрим частный случай решения системы (14), когда $\Omega_w = 0$, соответствующий классической постановке задачи с постоянной температурой стенок. При $\Omega_w \to 0$ коэффициенты $r_i$, $A$, $B$ стремятся к нулю и решения (23)–(27) приобретают простой вид:

$$T_1 = T_f \exp(\lambda_+ \eta), \tag{34}$$

$$T_2 = T_f \exp(\lambda_- \eta), \tag{35}$$

$$\theta_1 = \theta_2 = 0, \tag{36}$$

$$C' = 1 - \exp(-(v-u)\eta). \tag{37}$$

Здесь $\lambda_+ > 0$, $\lambda_- < 0$ — корни квадратного уравнения

$$\lambda^2 + (u - v)\lambda - \Omega_g = 0. \tag{38}$$

Заметим, что после умножения (38) на $\lambda(\lambda + u/k)$ получившееся уравнение совпадает с (29) при $\Omega_w \to 0$.

Подставляя (34), (35), (37) в граничные условия (17), (18) и считая, что $\Omega_g \ll |v - u|$, получим

$$T_f = 1 - \frac{2\Omega_g}{(v-u)^2}, \tag{39}$$

$$v - u = \exp\Big(-\frac{\mathrm{Ze}\,\Omega_g}{(v-u)^2}\Big). \tag{40}$$

Из последнего уравнения следует, что предел распространения пламени определяется условием $\mathrm{Ze}\,\Omega_g \leqslant 1/2e$. Только при выполнении этого условия, которое можно записать в виде

$$\mathrm{Pe} \geqslant \mathrm{Pe}_{cr} = \sqrt{4e\mathrm{NuZe}}, \tag{41}$$

уравнение (40) будет иметь действительные решения. Величина нормальной скорости на пределе, когда $\mathrm{Pe} = \mathrm{Pe}_{cr}$, равна $v - u = 1/\sqrt{e}$. Подробный анализ решений уравнения (40) приведен в [1]. При $\mathrm{Pe} > \mathrm{Pe}_{cr}$ неявное уравнение (40) относительно нормальной скорости волны горения $v - u$ имеет два решения. В предельной точке, когда $\mathrm{Pe} = \mathrm{Pe}_{cr}$ эти два решения сливаются. Как численно показано в [10] и аналитически — в [3], решение с меньшим значением нормальной скорости неустойчиво относительно малых возмущений, а решение с большей скоростью устойчиво и соответствует скорости стационарного неадиабатического пламени. В отсутствие теплопотерь $\Omega_g = 0$ и $v - u = 1$.

При конечном значение параметра $\Omega_w$ уравнения (32), (33) решались численно. Расчеты показали, что имеется два характерных типа зависимостей $u(v)$: при $\mathrm{Pe} > \mathrm{Pe}_{cr}$ и $\mathrm{Pe} < \mathrm{Pe}_{cr}$.

В случае $\mathrm{Pe} < \mathrm{Pe}_{cr}$, когда согласно классическим представлениям распространение пламени невозможно, расчет по данной модели допускает существование волны горения в некотором интервале значений скорости потока. На рис. 2 показана типичная для этого случая зависимость $u(v)$. Как видно из рис. 2, существуют верхний и нижний пределы распространения волны горения по скорости потока горючего газа. При скорости потока, лежащей между этими предельными значениями, можно выделить верхнюю и нижнюю ветви зависимости $u(v)$. В предельных точках, как и в класси-

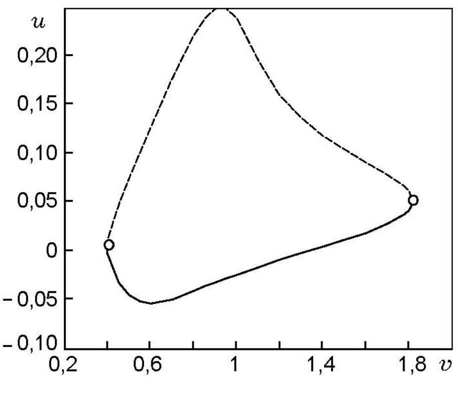


Рис. 2. Зависимость $u(v)$ при $\mathrm{Pe} = 0{,}8\mathrm{Pe}_{cr}$, $\mathrm{Ze} = 10$, $\mathrm{Nu} = 10$, $\sigma = 0{,}01$, $k = 2$:

кружки — предельные точки; предполагается, что кривая $u(v)$, лежащая ниже предельных точек, моделирует стационарную волну горения

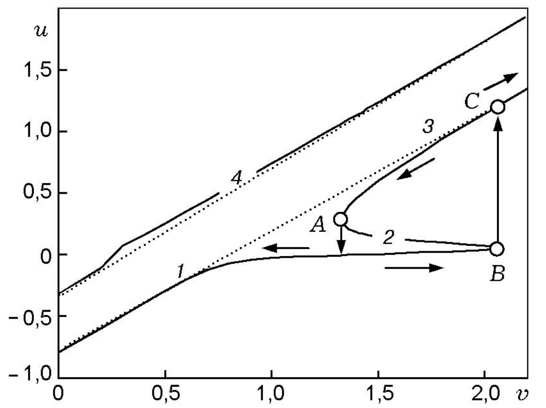


Рис. 3. Зависимость $u(v)$ при $\mathrm{Pe} = 1{,}1\mathrm{Pe}_{cr}$, $\mathrm{Ze} = 10$, $\mathrm{Nu} = 10$, $\sigma = 0{,}01$, $k = 2$:

пунктирные линии — зависимости $u(v)$, соответствующие двум решениям классической модели [1]; предполагается, что решения *1, 3* устойчивы; стрелками показано возможное явление гистерезиса при изменении скорости потока горючего газа $v$

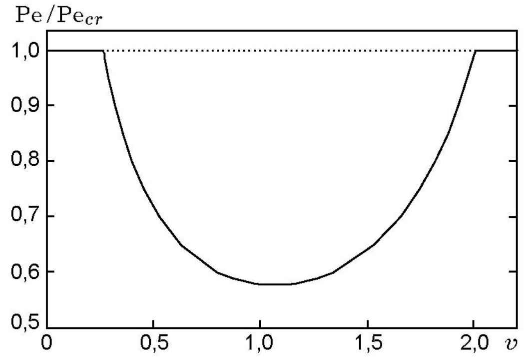


Рис. 4. Зависимость предельного значения безразмерного числа Пекле $\mathrm{Pe}/\mathrm{Pe}_{cr}$ от скорости газа $v$:

выше сплошной кривой допускается существование стационарной волны горения; пунктирная линия — граница существования волн горения в классической модели [1]

ческой постановке задачи, скорость волны горения определена однозначно. Существование верхнего предела по скорости связано с тем, что тепло, передаваемое из продуктов сгорания через стенки канала в свежую смесь, не успевает ее прогревать для того, чтобы обеспечить условия распространения волны горения. Нижний предел связан с тем, что при уменьшении скорости потока увеличивается теплоотвод из зоны химической реакции.

Рассмотрим случай $\mathrm{Pe} > \mathrm{Pe}_{cr}$. При $v \leqslant v_A$, $v \geqslant v_B$ (рис. 3), где $v_A$ и $v_B$ — скорости газа в точках $A$ и $B$, имеется два решения (кривые *1, 3* и кривая *4*), как и в классической теории [1]. Линейные зависимости $u(v)$, соответствующие двум значениям постоянной нормальной скорости в классической модели [1], показаны пунктирными линиями. Поскольку при $v \to \pm\infty$ кривые *1, 3* асимптотически приближаются к пунктирным прямым линиям, которые представляют собой устойчивое решение, можно предположить, что решения *1, 3* также устойчивы. Решение *4*, по-видимому, неустойчиво, поскольку слабо отличается от неустойчивого решения классической модели. Отметим, что экспериментальные зависимости в [5] качественно хорошо согласуются с решениями *1, 3*.

В интервале $v_A < v < v_B$ скорость волны горения определяется неоднозначно. При заданном значении $v$ модель дает четыре возможных значения скорости волны горения $u$ на кривых *1–4*, представленных на рис. 3. Предположим, что решение *2* неустойчиво, а решения *1* и *3* неустойчивы в некоторой окрестности точек $A$ и $B$. В этом случае возможно явление гистерезиса. Действительно, будем, находясь на кривой *1*, медленно увеличивать скорость потока горючего газа. Это приведет к перемещению по этой кривой до тех пор, пока не будет достигнута точка $B$, где решение становится неустойчивым. При дальнейшем малом увеличении скорости возможно скачкообразное увеличение видимой скорости до значения, соответствующего точке $C$ на кривой *3*. Такое поведение скорости волны горения $u(v)$ показано на рис. 3 стрелкой. Если продолжать увеличивать скорости потока, то зависимость $u(v)$ будет описываться кривой *3*. Теперь, если, находясь на кривой *3*, уменьшать $v$, то будем перемещаться по кривой *3* вплоть до точки $A$, где решение становится неустойчивым. Далее становится возможным скачкообразный переход на кривую *1*. Хотя эти рассуждения носят характер предположения, имеются экспериментальные свидетельства в пользу существования подобных гистерезисных явлений [5]. Строгое доказательство существования гистерезисных явлений в рамках рассматриваемой модели может быть получено из численных экспериментов и анализа устойчивости решений *1–4*.

Область существования волны горения в плоскости параметров $v$ и безразмерного числа Пекле $\mathrm{Pe}/\mathrm{Pe}_{cr}$ показана на рис. 4. Сплошная кривая — результат численного расчета верхнего и нижнего предельных значений скорости потока для заданного числа Pe. В классической модели условие существования волны горения не зависит от скорости газа (в случае, если Nu = const). Граница существования пламени для этой модели показана на рис. 4 пунктирной линией. Прогрев стенок, сопровождающий распространение пламени, приводит к расширению пределов его существования. Пламена могут существовать в физических системах, для которых число Pe меньше критического (41). На рис. 4 область, в которой возможно распространение пламени, находится над сплошной линией. Интересно, что существует минимальное значение числа Pe, при котором распространение пламени оказывается невозможным при любом значении $v$.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создана двухтемпературная модель распространения пламени в узком зазоре между двумя пластинами, которая наряду с обычным режимом описывает режим низких скоростей. В модели учитываются теплообмен между газом и пластинами, теплопроводность газа и пластин, диффузия недостающего компонента свежей смеси и пренебрегается реальным двумерным распределением температуры в газовой фазе. Несмотря на грубую одномерную постановку, модель дает хорошую оценку для скорости распространения плоского пламени при различных параметрах задачи. Показано, что в режиме низких скоростей прогрев стенок пластин, между которыми движется пламя, приводит к расширению предела его распространения, задаваемого классической тепловой теорией Зельдовича. Определена область существования пламени в плоскости: безразмерное число Пекле и безразмерная скорость горючего газа. Показано, что существуют нижний и верхний пределы распространения волны горения по скорости потока горючего газа при значениях числа Пекле меньше критического, когда распространение пламени невозможно в рамках классической тепловой теории. Указано на возможность гистерезисных явлений для неадиабатических пламен, распространяющихся в узком канале.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б.** Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ. 1941. Т. 11, вып. 1. С. 159–168.
2. **Spalding D. B.** A theory of inflammability limits and flame-quenching // Prog. Roy. Soc. L. 1957. V. A240, N 1220. P. 83–100.
3. **Joulin G., Clavin P.** Linear stability analysis of nonadiabatic flames: a thermal-diffusional model // Combust. Flame. 1979. V. 35, N 3. P. 139–145.
4. **Zamashchikov V. V.** Experimental investigation of gas combustion regimes in narrow tubes // Combust. Flame. 1997. V. 108, N 3. P. 357–359.
5. **Замащиков В. В.** Особенности горения пропано- и водородовоздушных смесей в узкой трубке // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 6. С. 14–21.
6. **Замащиков В. В.** О горении газа в узкой трубке // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 2. С. 22–26.
7. **Бабкин В. С., Дробышевич В. И., Лаевский Ю. М. и др.** Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19, № 2. С. 17–22.
8. **Лаевский Ю. М., Бабкин В. С., Дробышевич В. И. и др.** К теории фильтрационного горения газов // Физика горения и взрыва. 1984. Т. 20, № 6. С. 3–13.
9. **Matkowsky B. J., Sivashinsky G. I.** An asymptotic derivation of two models in flame theory associated with the constant density approximation // SIAM J. Appl. Math. 1979. V. 37, N 3. P. 689–699.
10. **Zeldovich Ya. B., Barenblatt G. I.** Theory of flame propagation // Combust. Flame. 1959. V. 3. P. 61–74.

*Поступила в редакцию 4/VIII 1999 г.*