

УДК 532.517.4:533.6.011.8

## ОПИСАНИЕ АНОМАЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ — ТЕЙЛОРА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ТРЕХСКОРОСТНОЙ ТРЕХТЕМПЕРАТУРНОЙ СМЕСИ

Г. А. Руев, А. В. Федоров\*, В. М. Фомин\*

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин),  
630008 Новосибирск

\* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск

E-mails: ruev@sibstrin.ru, fedorov@itam.nsc.ru

На основе модели трехскоростной трехтемпературной смеси газов исследована задача о развитии неустойчивости Рэлея — Тейлора на синусоидально возмущенной границе раздела в поле искусственной силы тяжести. Показано, что в случае, если сверху находится смесь, состоящая из легкого и тяжелого газов (тяжелый газ тяжелее чистого газа снизу, но смесь в целом легче его), в некотором диапазоне концентраций тяжелого газа имеет место рост возмущений с образованием струй смеси, проникающих в чистый газ.

**Ключевые слова:** неустойчивость Рэлея — Тейлора, газодинамика трехскоростной трехтемпературной смеси.

**Введение.** Предложена математическая модель трехскоростной трехтемпературной смеси газов, используемая при исследовании развития неустойчивости Рэлея — Тейлора на границе раздела смеси двух газов с одной стороны и третьего, чистого газа — с другой. Ускоренное движение слоя смешения, разделяющего два газа с различной плотностью, сопровождается развитием неустойчивости, возникающей в случае, когда наличие легкой среды приводит к ускорению движения тяжелой среды или когда тяжелая среда располагается над легкой в поле силы тяжести. Данная неустойчивость называется неустойчивостью Рэлея — Тейлора [1]. Традиционно слой смешения рассматривается как поверхность разрыва плотности, т. е. как контактный разрыв. В работах по численному моделированию развития неустойчивости Рэлея — Тейлора, основанных на уравнениях Эйлера, влияние процессов взаимопроникновения газов не учитывалось. Поэтому представляет интерес исследование данной проблемы на основе уравнений многоскоростной многотемпературной смеси газов, когда каждый компонент имеет собственные скорость и температуру. Такой подход позволяет описать как процессы взаимопроникновения газов, так и эволюцию слоя смешения, возникающего на границе раздела. Результаты исследований развития неустойчивостей на границе раздела в бинарных смесях подробно изложены в работах [2–4]. Ниже представлены результаты исследований развития неустойчивости Рэлея — Тейлора, возникающей на границе раздела трехкомпонентной смеси газов, когда смесь легкого и тяжелого газов расположена над менее тяжелым газом в поле искусственной силы тяжести. При этом плотность смеси, расположенной выше границы раздела, меньше плотности газа,

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-01-00299) и в рамках проекта СО РАН “Динамика процессов и границ”.

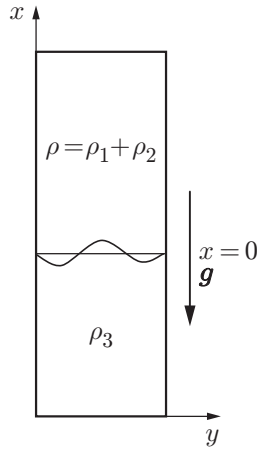


Рис. 1. Постановка задачи о развитии возмущений на границе раздела двух сред

находящегося ниже ее. С точки зрения классической газодинамики такая смесь устойчива относительно малых возмущений [1]. В опытах [5–7] для данной смеси обнаружено возникновение конвекции в поле силы тяжести. Очевидно, что в рамках односкоростного и даже двухскоростного приближения адекватно описать это явление невозможно. Необходимо использовать уравнения газодинамики трехскоростной трехтемпературной смеси.

**Постановка задачи.** Рассмотрим развитие возмущений на поверхности раздела смеси двух газов и чистого газа. Первоначально данная система находится в равновесии под действием постоянного ускорения. Сверху находится смесь легкого газа 1 и тяжелого газа 2, снизу — газ 3, менее тяжелый по сравнению с газом 2 (рис. 1). На границе раздела вводятся синусоидальные возмущения, форма которых описывается уравнением  $x_0(y) = a_0(1 - \cos(\theta y))$ , где  $a_0$  — амплитуда возмущения;  $\theta = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны возмущения.

Для описания движения в области, где присутствуют все три компонента, используются уравнения газодинамики трехскоростной трехтемпературной смеси [8]

$$\frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_i^{(2)}}{\partial y} = \mathbf{W}_i; \quad (1)$$

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \rho_i u_i \\ \rho_i v_i \\ E_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i^{(1)} = \begin{bmatrix} \rho_i u_i \\ \rho_i u_i^2 + p_i \\ \rho_i u_i v_i \\ u_i E_i + p_i u_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i^{(2)} = \begin{bmatrix} \rho_i v_i \\ \rho_i v_i u_i \\ \rho_i v_i^2 + p_i \\ v_i E_i + p_i v_i \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{j=1}^3 (j \neq i) K_{ij}(u_j - u_i) - g\rho_i \\ \sum_{j=1}^3 (j \neq i) K_{ij}(v_j - v_i) \\ \sum_{j=1}^3 (j \neq i) K_{ij}u_i(u_j - u_i) + \sum_{j=1}^3 (j \neq i) K_{ij}v_i(v_j - v_i) + \\ + \sum_{j=1}^3 (j \neq i) \beta_{ij}K_{ij}((u_j - u_i)^2 + (v_j - v_i)^2) + \sum_{j=1}^3 (j \neq i) q_{ij}K_{ij}(T_j - T_i) \end{bmatrix},$$

$$p_i = kn_i T_i, \quad E_i = \rho_i \left( e_i + \frac{u_i^2 + v_i^2}{2} \right), \quad e_i = \frac{kT_i}{\gamma_i - 1}, \quad \rho_i = m_i n_i, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (i \neq j).$$

Здесь  $\rho_i$  — плотность;  $u_i, v_i$  — компоненты скорости;  $e_i$  — внутренняя энергия;  $p_i$  — давление;  $T_i$  — температура;  $m_i$  — масса молекулы;  $n_i$  — числовая плотность молекул  $i$ -го вида;  $x, y$  — декартовы координаты;  $t$  — время;  $k$  — постоянная Больцмана;  $K_{ij} = 16\rho_i\rho_j\Omega_{ij}^{(1,1)}/(3(m_i+m_j))$ ;  $\Omega_{ij}^{(1,1)}$  — интеграл столкновений;  $\beta_{ij} = m_i T_i / (m_i T_i + m_j T_j)$ ;  $q_{ij} = 3m_i K / (m_i + m_j)$ ;  $\gamma_i$  — показатель адиабаты.

Для потенциала взаимодействия твердых сфер имеем соотношение

$$K_{ij} = \frac{16}{3} \frac{\rho_i \rho_j}{m_i m_j} \sqrt{\frac{k\pi}{2}} \sqrt{\frac{T_i}{m_i} + \frac{T_j}{m_j}} \sigma_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \frac{\sigma_i + \sigma_j}{2}$$

( $\sigma_i$  — диаметр молекулы  $i$ -го газа).

В случае однотемпературной смеси  $K_{ij} = x_i x_j p / D_{ij}$ , где  $D_{ij}$  — коэффициент диффузии  $i$ -го и  $j$ -го газов.

При малых (или нулевых) значениях концентрации одного из трех газов (например, газа 1) используются уравнения газодинамики двухскоростной двухтемпературной смеси газов 2 и 3, а параметры газа 1 определяются из соотношений

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{\partial n_1 u_1}{\partial x} + \frac{\partial n_1 v_1}{\partial y} = 0,$$

$$u_1 = \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3, \quad v_1 = \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, \quad T_1 = \alpha_2 T_2 + \alpha_3 T_3.$$

При малых (или нулевых) значениях концентрации двух из трех газов (например, газов 1 и 2) используются уравнения Эйлера для чистого газа 3, а параметры газов 1 и 2 определяются из соотношений

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial n_j u_j}{\partial x} + \frac{\partial n_j v_j}{\partial y} = 0,$$

$$u_j = u_i, \quad v_j = v_i, \quad T_j = T_i, \quad j = 1, 2, \quad i = 3.$$

Переход от одной системы уравнений к другой осуществляется при условии, что большее из значений молярной и массовой концентрации  $i$ -го газа меньше 0,1 %:

$$\max(x_i, \alpha_i) < 0,1 \%, \quad x_i = \frac{n_i}{n_1 + n_2 + n_3}, \quad \alpha_i = \frac{\rho_i}{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3}.$$

Для решения системы (1) используется метод расщепления вектора потоков. Для того чтобы в областях больших градиентов решение оставалось монотонным, порядок аппроксимации понижался ограничителем  $\min\text{mod}$ , используемым при построении TVD-схем. При этом применялась неявная аппроксимация правых частей уравнений системы (1), что позволило не усиливать ограничение на временной шаг, налагаемое условием Куранта. Более подробно численный метод расчета описан в работах [2–4].

**Формирование диффузионной области смешения.** Прежде чем перейти к анализу результатов расчетов, рассмотрим задачу диффузионного перемешивания трехкомпонентной смеси, так как процессы, протекающие при формировании диффузионного слоя, могут создать условия для развития неустойчивости. В работах [5–7] отмечено, что причиной возникновения конвективной неустойчивости является немонотонность профиля плотности смеси в диффузионной области. Пусть имеется канал, разделенный перегородкой. Справа от перегородки находится смесь газа 1 с равномерно распределенным в нем газом 2, а слева — чистый газ 3. В начальный момент перегородка удаляется и начинается диффузионное перемешивание.

Рассмотрим одномерное приближение и предположим, что  $K_{ij} \gg 1$ , т. е. времена релаксации скоростей и температур малы. Введем средние молярные скорости и температуры:  $u = x_1 u_1 + x_2 u_2$ ,  $T = x_1 T_1 + x_2 T_2$ . Тогда в нулевом приближении получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nu}{\partial x} = 0, \quad \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_v u \frac{\partial T}{\partial x} + p \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ n = n_1 + n_2 + n_3, \quad p = p_1 + p_2 + p_3. \end{aligned}$$

Решение данной системы уравнений имеет вид  $u = 0$ ,  $p = \text{const}$ ,  $T = \text{const}$ ,  $n = \text{const}$ .

В первом приближении по  $1/K_{ij}$  из уравнений сохранения количества движения для первого и третьего компонентов смеси получим соотношения Стефана — Максвелла

$$\frac{\partial x_1}{\partial x} = \frac{x_1 x_2}{D_{12}} (u_2 - u_1) + \frac{x_1 x_3}{D_{13}} (u_3 - u_1), \quad \frac{\partial x_3}{\partial x} = \frac{x_1 x_3}{D_{13}} (u_1 - u_3) + \frac{x_2 x_3}{D_{23}} (u_2 - u_3). \quad (2)$$

С учетом того, что  $n = \text{const}$ , из уравнений неразрывности находим

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = -\frac{\partial x_1 u_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial x_3}{\partial t} = -\frac{\partial x_3 u_3}{\partial x}. \quad (3)$$

Выражая из (2)  $u_i$  с учетом того, что  $u = x_1 u_1 + x_2 u_2 + x_3 u_3 = 0$ , из (3) получим уравнения, описывающие процессы диффузии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1}{\partial t} = D_{13} \frac{\partial}{\partial x} \left( f_1 \frac{\partial x_1}{\partial x} + f_2 \frac{\partial x_3}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial x_3}{\partial t} = D_{13} \frac{\partial}{\partial x} \left( f_3 \frac{\partial x_1}{\partial x} + f_4 \frac{\partial x_3}{\partial x} \right), \\ f_1 = \frac{\tau_1 (1 + (\tau_2 - 1)x_1)}{1 + (\tau_2 - 1)x_1 + (\tau_1 - 1)x_3}, \quad f_2 = \frac{\tau_2 (\tau_1 - 1)x_1}{1 + (\tau_2 - 1)x_1 + (\tau_1 - 1)x_3}, \\ f_3 = \frac{\tau_1 (\tau_2 - 1)x_3}{1 + (\tau_2 - 1)x_1 + (\tau_1 - 1)x_3}, \quad f_4 = \frac{\tau_2 (1 + (\tau_1 - 1)x_3)}{1 + (\tau_2 - 1)x_1 + (\tau_1 - 1)x_3}, \\ \tau_1 = D_{12}/D_{13}, \quad \tau_2 = D_{23}/D_{13}. \end{aligned} \quad (4)$$

Требуется найти решение системы уравнений (4), удовлетворяющих начальным условиям

$$x_1 = 0, \quad x_3 = 1 \quad \text{при} \quad x < 0, \quad x_1 = 1 - x_2^0, \quad x_3 = 0 \quad \text{при} \quad x > 0. \quad (5)$$

Здесь  $x_2^0$  — молярная концентрация газа 2 в смеси газов 1 и 2 в начальный момент.

Рассмотрим некоторые асимптотические приближения для задачи (4), (5).

Пусть  $\tau_1 = \tau_2 = 1$ . Тогда решение (4), (5) принимает вид

$$x_1 = \frac{1 - x_2^0}{2} (1 + \text{erf}(\xi)), \quad x_3 = \frac{1}{2} (1 - \text{erf}(\xi)), \quad \xi = \frac{x}{2\sqrt{D_{13}t}}.$$

При этом выражение для плотности смеси записывается следующим образом:

$$\rho = m_1 x_1 + m_2 (1 - x_1 - x_3) + m_3 x_3, \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi t D_{13}}} (m_3 - m_1 - x_2^0 (m_2 - m_1)).$$

Очевидно, что профиль плотности смеси имеет монотонный характер.

Пусть  $\tau_1 \ll 1$ ,  $\tau_2 = 1$ . В этом случае коэффициент диффузии газов 1 и 2 мал. Тогда в нулевом приближении из (4) получаем

$$\frac{\partial x_3}{\partial t} = D_{13} \frac{\partial^2 x_3}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial x_1}{\partial t} + D_{13} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x_1}{1 - x_3} \frac{\partial x_3}{\partial x} \right) = 0. \quad (6)$$

Решение системы (6), удовлетворяющее начальным условиям (5), имеет вид

$$x_3 = (1 - \text{erf}(\xi))/2, \quad x_1 = (1 - x_2^0)(1 - x_3), \quad x_2 = 1 - x_1 - x_3.$$

В этом случае профиль плотности смеси также является монотонным.

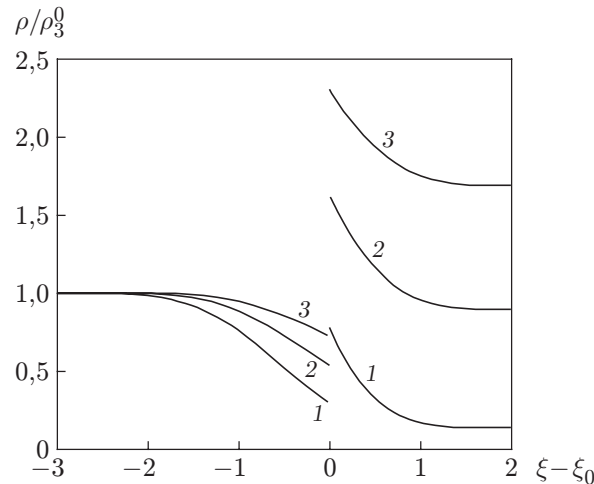


Рис. 2. Зависимость плотности трехкомпонентной смеси (гелий — ксенон — аргон) от параметра  $\xi - \xi_0$ , рассчитанная по соотношениям (8), (9):  
 1 —  $x_2^0 = 0,01$ ; 2 —  $x_2^0 = 0,25$ ; 3 —  $x_2^0 = 0,5$

Пусть  $\tau_1 = 1$ ,  $\tau_2 \ll 1$ . Тогда коэффициент диффузии газов 2 и 3 мал. В данном случае смесь состоит из легкого газа 1 и тяжелого газа 2, газ 3 также является тяжелым. В нулевом приближении из (4) получаем

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = D_{13} \frac{\partial^2 x_1}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial x_3}{\partial t} + D_{13} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x_3}{1-x_1} \frac{\partial x_1}{\partial x} \right) = 0. \quad (7)$$

Решение системы (7), удовлетворяющее начальным условиям (5), имеет вид

$$x_1 = \frac{1-x_2^0}{2} (1 + \operatorname{erf}(\xi)), \quad x_3 = \begin{cases} 1-x_1, & \xi < \xi_0, \\ 0, & \xi > \xi_0, \end{cases} \quad x_2 = 1 - x_1 - x_3. \quad (8)$$

При этом  $\xi_0$  находится из решения нелинейного уравнения

$$2\xi_0 = \left( \frac{1}{1-x_1} \frac{dx_1}{d\xi} \right) \Big|_{\xi=\xi_0}. \quad (9)$$

На рис. 2 приведена зависимость плотности смеси от параметра  $\xi - \xi_0$  при различных значениях начальной концентрации газа 2 в смеси  $x_2^0$ , рассчитанная по соотношениям (8), (9). В качестве газов 1, 2, 3 были выбраны гелий, ксенон и аргон соответственно. Видно, что сначала плотность смеси уменьшается. Затем в узкой зоне  $\Delta\xi$  порядка  $\tau_2$  плотность увеличивается (в данном приближении скачком) до некоторого значения, превышающего значение плотности смеси справа от границы раздела, а затем уменьшается, стремясь к этому значению. Из данного приближения следует, что профиль плотности смеси может иметь немонотонный характер. В свою очередь наличие участка возрастания плотности в случае, когда справа от границы раздела находится более легкая среда, может являться причиной развития неустойчивости.

Проведены расчеты полных уравнений (2) для смеси гелий — ксенон, которая в начальный момент находилась справа от границы раздела, и аргона, который находился слева от нее. Для расчета коэффициентов диффузии использовалась модель твердых сред. При этом параметры расчета имели следующие значения:  $\sigma_2/\sigma_1 = 4,94/2,19$ ,  $\sigma_3/\sigma_1 = 3,66/2,19$ ,  $m_2/m_1 = 32,8$ ,  $m_3/m_1 = 10$ .

На рис. 3 приведена зависимость плотности смеси от координаты  $x$  в различные моменты времени после начала диффузии для трех значений начальной концентрации ксенона:  $x_2^0 = 10, 35, 25\%$ . Видно, что при  $x_2^0 \geq 10\%$  профиль имеет немонотонный характер.

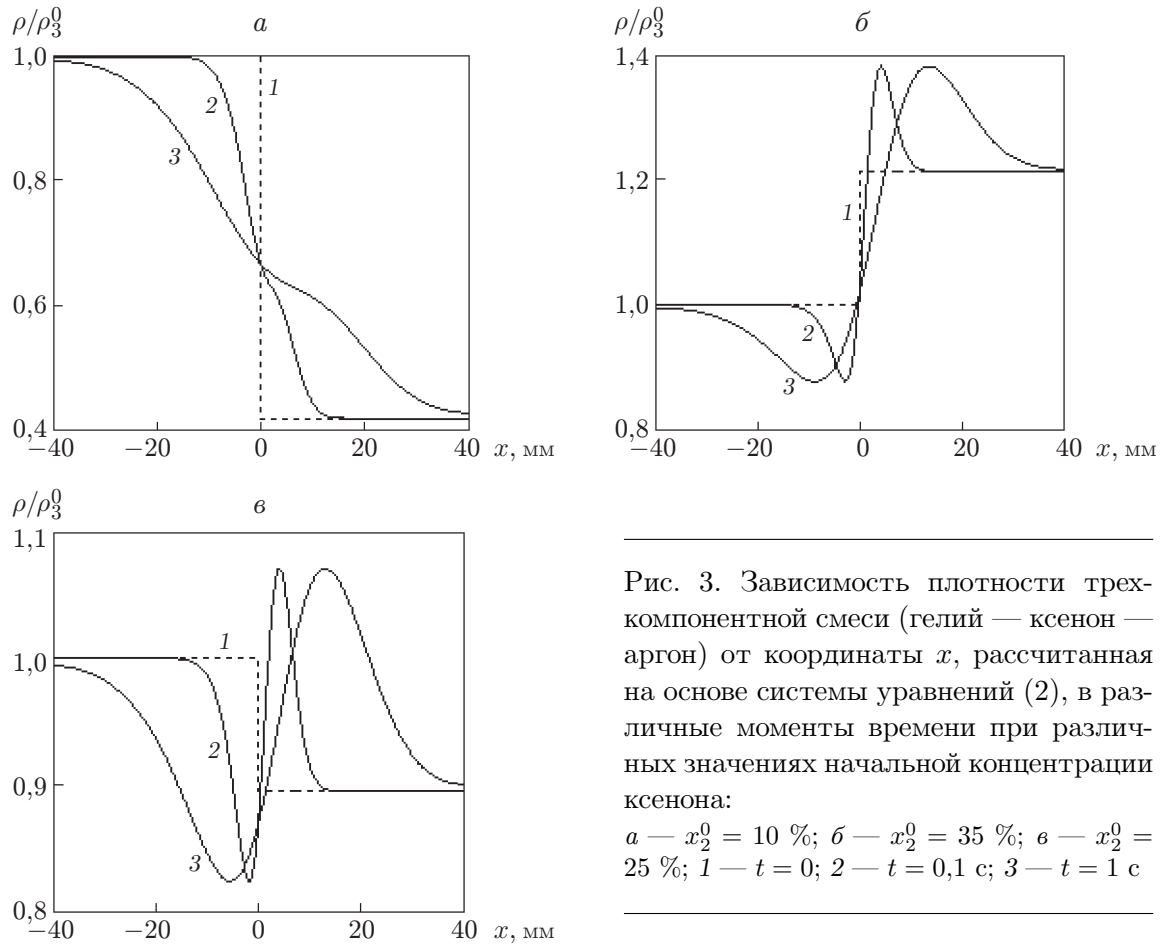


Рис. 3. Зависимость плотности трехкомпонентной смеси (гелий — ксенон — аргон) от координаты  $x$ , рассчитанная на основе системы уравнений (2), в различные моменты времени при различных значениях начальной концентрации ксенона:

$a$  —  $x_2^0 = 10\%$ ;  $б$  —  $x_2^0 = 35\%$ ;  $в$  —  $x_2^0 = 25\%$ ;  $1$  —  $t = 0$ ;  $2$  —  $t = 0,1$  с;  $3$  —  $t = 1$  с

Наибольший интерес представляет случай  $x_2^0 = 25\%$ . В начальный момент справа от границы раздела находится смесь, плотность которой меньше плотности газа (аргона) слева от нее. В результате диффузии на профиле плотности появляется участок, на котором плотность смеси увеличивается. Данная немонотонность возникает вследствие так называемого диффузионного “затвора” тяжелого компонента (пик на профиле концентрации ксенона на рис. 4) [5–7].

**Неустойчивость Рэлея — Тейлора.** Рассмотрим развитие возмущений на границе раздела в постановке задачи, представленной на рис. 1. В начальный момент сверху располагалась смесь гелия и ксенона, а снизу — аргон. Вся система находится в термодинамическом равновесии. В предположении, что все газы находятся в состоянии покоя и имеют одинаковую температуру, из системы уравнений (1) легко получить условия статического равновесия такой смеси в поле искусственной силы тяжести с ускорением  $g$ :

$$\begin{aligned}
 T_1 = T_2 = T_3 = T = \text{const}, \quad u_i = v_i = 0, \\
 x > 0: \quad \frac{dn_i}{dx} = -\frac{gm_i}{kT} n_i, \quad i = 1, 2, \quad n_3 = 0, \\
 x < 0: \quad \frac{dn_3}{dx} = -\frac{gm_3}{kT} n_3, \quad n_i = 0, \quad i = 1, 2, \\
 x = 0: \quad n_1 + n_2 = n_3, \quad n_2/(n_1 + n_2) = x_2^0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

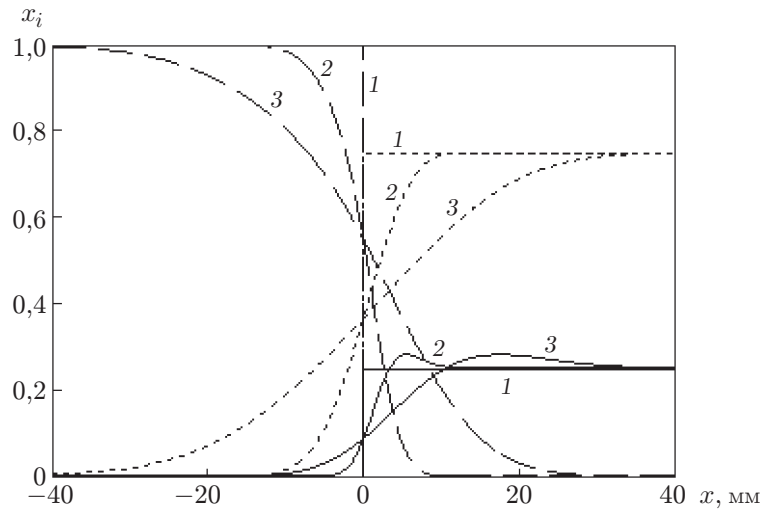


Рис. 4. Зависимости концентраций компонентов смеси гелий — ксенон — аргон от координаты  $x$  при  $x_2^0 = 25\%$  в различные моменты времени: сплошные линии — ксенон; штриховые — аргон; пунктирные — гелий; 1 —  $t = 0$ ; 2 —  $t = 0,1$  с; 3 —  $t = 1$  с

На верхней границе  $x_k$  давление и температура имели следующие значения:  $p = p_0 = 0,5$  атм,  $T = 300$  К. В начальный момент на границе раздела вводятся малые синусоидальные возмущения.

Расчеты проводились в прямоугольной области  $[x_n, x_k; 0, \lambda/2]$ . На нижней границе  $x_n$  и верхней границе  $x_k$  выполнялись условия (10). На боковых границах ставились условия симметрии.

На рис. 5 приведены изолинии молярной концентрации ксенона и гелия в различные моменты времени (начальная концентрация ксенона  $x_2^0 = 25\%$ , ускорение, соответствующее искусственной силе тяжести, равно  $g = 10^6$  м/с<sup>2</sup>, амплитуда возмущения  $a_0 = 5$  мм, длина волны возмущения  $\lambda = 36$  мм). Видны характерные признаки развития неустойчивости Тейлора, в частности формирование струи, проникающей из более легкой в начальный момент среды в более тяжелую среду. Во впадинах происходит обогащение смеси тяжелым газом, что и обуславливает возникновение неустойчивости.

Проведены также расчеты для случая, когда смесь сверху представляет собой единый газ с эффективной массой молекул  $m_{mix}$ , средним показателем адиабаты  $\gamma_{mix}$  и средним диаметром молекул  $\sigma_{mix}$ :

$$m_{mix} = x_1 m_1 + x_2 m_2, \quad \gamma_{mix} = \frac{\alpha_1 c_{1v} \gamma_1 + \alpha_2 c_{2v} \gamma_2}{\alpha_1 c_{1v} + \alpha_2 c_{2v}},$$

$$\sigma_{mix} = \frac{x_1 \sqrt{1/m_1 + 1/m_2} (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + x_2 \sqrt{1/m_2 + 1/m_3} (\sigma_2 + \sigma_3)/2}{\sqrt{1/(x_1 m_1 + x_2 m_2) + 1/m_3}}.$$

Формула для  $\sigma_{mix}$  следует из системы уравнений (1) в результате предельного перехода к двухскоростной модели, в которой смесь гелия и ксенона рассматривается как односкоростная.

На рис. 6 приведены изолинии концентрации гелия и ксенона в смеси гелий — ксенон — аргон. Видно, что начальные возмущения не развиваются. Аналогичный результат получается при расчете на основе уравнений газовой динамики для однокомпонентного газа.

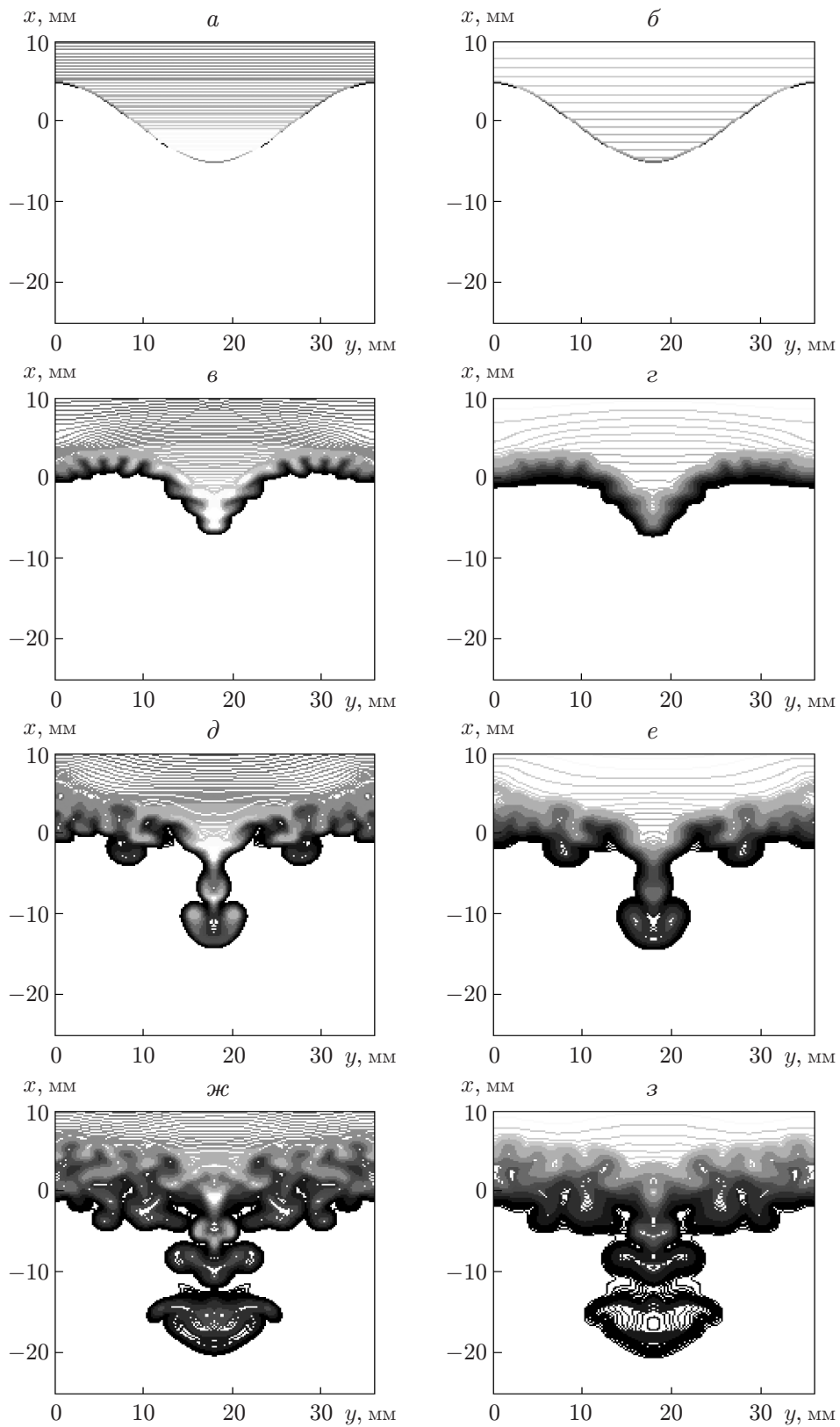


Рис. 5. Изолинии молярной концентрации ксенона (*а, в, д, ж*) и гелия (*б, з, е, з*) в различные моменты времени:

*а, б* —  $t = 0$ ; *в, з* —  $t = 500$  мкс; *д, е* —  $t = 1000$  мкс; *ж, з* —  $t = 2000$  мкс



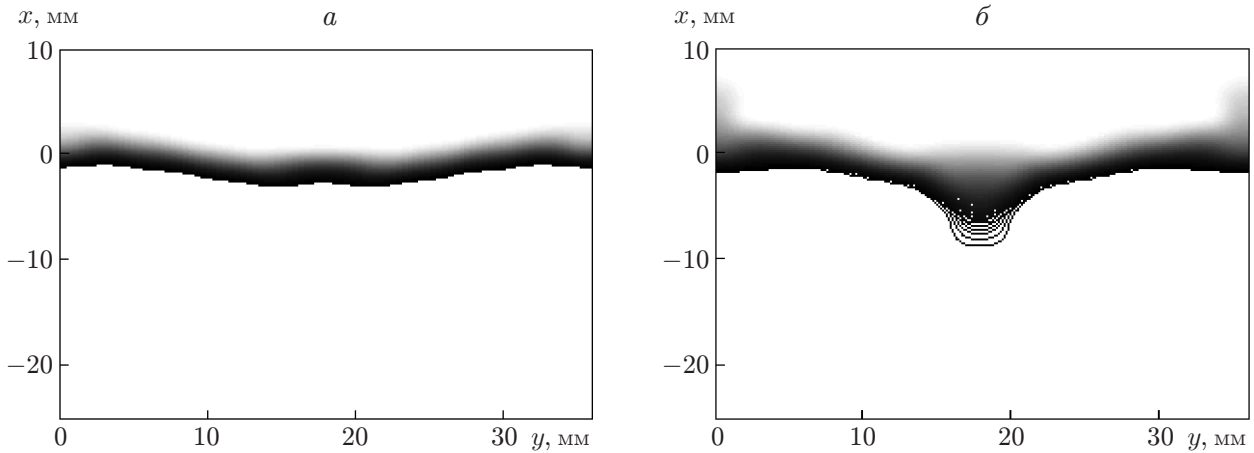


Рис. 6. Изолинии концентрации бинарной смеси (гелий — ксенон) в трехкомпонентной смеси (гелий — ксенон — аргон), рассчитанные на основе двухскоростной модели:

*a* —  $t = 500$  мкс; *б* —  $t = 2000$  мкс

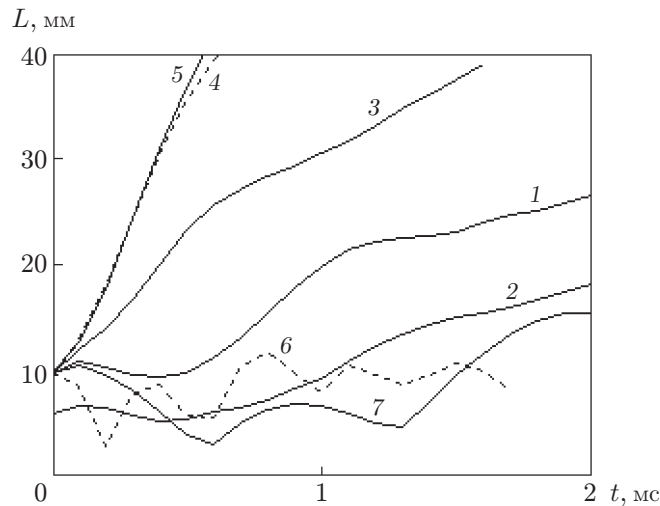


Рис. 7. Зависимость полной ширины зоны смешения газов от времени:

1–4, 6 — трехкомпонентная модель (1 —  $x_2^0 = 25\%$ ,  $a_0 = 5$  мм; 2 —  $x_2^0 = 25\%$ ,  $a_0 = 3$  мм; 3 —  $x_2^0 = 35\%$ ,  $a_0 = 5$  мм; 4 —  $x_2^0 = 50\%$ ,  $a_0 = 5$  мм; 6 —  $x_2^0 = 10\%$ ,  $a_0 = 5$  мм); 5, 7 — двухкомпонентная модель (5 —  $x_2^0 = 50\%$ ,  $a_0 = 5$  мм; 7 —  $x_2^0 = 25\%$ ,  $a_0 = 5$  мм)

На рис. 7 представлена зависимость полной ширины зоны смешения газов от времени при различных значениях параметров. Полная ширина зоны смешения определялась как расстояние между точкой с максимальной координатой по  $x$ , в которой концентрация аргона составляла менее 5 %, и точкой с минимальной координатой по  $x$ , в которой концентрация аргона составляла более 95 %. Кривые 5 и 7 соответствуют случаю, когда смесь сверху представляет собой единый газ, остальные кривые — случаю, когда смесь газов является трехкомпонентной. Видно, что уменьшение начальной концентрации ксенона  $x_2^0$  приводит к уменьшению интенсивности роста возмущений; при малых значениях концентрации (кривая 6) рост возмущений прекращается. При  $x_2^0 = 35, 50\%$  (кривые 3, 4 соответственно) плотность смеси в начальный момент больше плотности аргона, т. е. имеет место классическое развитие неустойчивости Рэлея — Тейлора. Уменьшение амплитуды

ды возмущений приводит к замедлению роста возмущений (кривые 1, 2). При больших концентрациях ксенона развитие возмущений аналогично наблюдаемому в случае двухкомпонентной смеси (кривые 4, 5). Кривые 1 и 7 соответствуют случаю, когда плотность смеси сверху в начальный момент меньше плотности газа снизу. Видно, что при использовании трехкомпонентной модели (кривая 1) зона перемешивания растет быстрее, чем при использовании двухкомпонентной модели (кривая 7).

**Закключение.** В работе математическая модель многоскоростной многотемпературной смеси газов [8] применена для исследования неустойчивости Рэлея — Тейлора для смеси трех газов.

В рамках упрощенной математической модели описано формирование диффузионного слоя смешения. Показано, что профиль плотности смеси в диффузионной области может иметь немонотонный характер, что может являться причиной развития неустойчивости в случае, когда сверху в поле силы тяжести находится более легкая среда.

Исследована задача о развитии неустойчивости Рэлея — Тейлора на синусоидально возмущенной границе, разделяющей смесь и чистый газ, в поле искусственной силы тяжести. Показано, что в случае, когда плотность смеси меньше плотности чистого газа, расположенного снизу, возможно развитие неустойчивости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Taylor G. I.** The instability of liquid when accelerated in a direction perpendicular to their planes. 1 // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1950. V. 201, N 1065. P. 192–196.
2. **Руев Г. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Эволюция диффузионного слоя смешения двух газов при взаимодействии его с ударными волнами // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 24–31.
3. **Руев Г. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Развитие неустойчивости Рихтмайера — Мешкова при взаимодействии диффузионного слоя смешения двух газов с ударными волнами // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. С. 3–11.
4. **Ruev G. A., Fedorov A. V., Fomin V. M.** Development of the Rayleigh — Taylor instability due to interaction of a diffusion mixing layer of two gases with compression waves // Shock Waves. 2006. V. 16, N 1. P. 65–74.
5. **Косов В. Н., Селезнев В. Д., Жаврин Ю. И.** Эффект разделения компонентов при изотермическом смешении тройных газовых систем в условиях свободной конвекции // Журн. техн. физики. 1997. Т. 67, № 10. С. 139–140.
6. **Косов В. Н., Селезнев В. Д., Жаврин Ю. И.** Инверсия градиента плотности и диффузионный “затвор” при изотермическом смешении газов // Журн. техн. физики. 1998. Т. 68, № 5. С. 14–17.
7. **Жаврин Ю. И., Косов В. Н., Красиков С. А.** Исследование неустойчивого диффузионного процесса в изотермических трехкомпонентных газовых смесях в стационарных условиях // Журн. техн. физики. 1999. Т. 69, № 7. С. 5–9.
8. **Киселев С. П.** Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С. П. Киселев, Г. А. Руев, А. П. Трунев, В. М. Фомин, М. Ш. Шавалиев. Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1992.

*Поступила в редакцию 28/XI 2007 г.,  
в окончательном варианте — 16/I 2008 г.*