УДК 532.529.5

## СТРУКТУРА ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ ГАЗОНАСЫЩЕННОЙ СТРУЕ

М. А. Пахомов, В. И. Терехов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия E-mails: pakhomov@ngs.ru, terekhov@itp.nsc.ru

С использованием подхода Эйлера выполнено численное моделирование структуры течения вертикальной восходящей пузырьковой затопленной круглой струи. Проанализировано влияние концентрации и диаметра воздушных пузырьков на осредненные параметры и пульсационные характеристики турбулентной двухфазной затопленной струи. Увеличение концентрации газовых пузырьков и их размера приводит к расширению струи (по сравнению с однофазной струей на 35 %), что свидетельствует об увеличении интенсивности процесса турбулентного смешения с окружающим пространством. При добавлении воздушных пузырьков турбулентность жидкости увеличивается (по сравнению с однофазной струей на 20 %).

Ключевые слова: затопленная пузырьковая струя, структура турбулентного течения, модель переноса рейнольдсовых напряжений.

DOI: 10.15372/PMTF20190504

Введение. Двухфазные пузырьковые струйные течения часто используются в энергетике, химической и фармацевтической промышленности и др. Добавление газовых пузырьков в жидкостную струю является одним из способов интенсификации процессов смешения в различных приложениях. Изучение структуры, осредненных и пульсационных характеристик пузырьковых потоков необходимо при проектировании современного экономичного технологического оборудования. Двухфазные затопленные струйные течения, являющиеся одним из классических случаев свободных сдвиговых потоков, могут быть использованы при разработке и тестировании численных кодов. При увеличении размера и концентрации газовых пузырьков их влияние на интенсивность турбулентного переноса в несущей жидкой фазе становится более значительным. При разработке математических моделей двухфазных пузырьковых течений большое значение имеет корректное описание межфазного взаимодействия [1, 2]. Это возможно при точном учете вклада турбулентности несущей жидкой фазы в слагаемые, описывающие межфазное взаимодействие [3].

Вероятно, впервые экспериментальные и теоретические исследования пузырьковой затопленной осесимметричной струи выполнены в работах [4, 5] с использованием метода LDA (laser Doppler anemometry), модифицированного для измерений в двухфазных потоках. Расчеты проводились с использованием подхода Эйлера — Лагранжа. Проведено измерение осредненной и пульсационных характеристик двухфазного течения и концентрации

Математическая эйлерова модель разработана при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-08-00477, 18-58-45006), численное исследование выполнено в рамках государственного задания ИТ СО РАН по программе АААА-А17-117030310010-9.

воздушных пузырьков в вертикальной восходящей струе при различных значениях объемного расходного газосодержания  $\beta = W_b/(W_b + W) = 0 \div 9 \%$  ( $W_b$ , W — объемный расход газа и жидкости соответственно,  $M^3/c$ ). Измерения проводились при практически постоянном размере пузырьков со средним заутеровским диаметром d = 1 мм. Показано, что в исследованном диапазоне концентраций газовых пузырьков их влияние на турбулентность жидкости незначительно (менее 10 %).

В работе [6] экспериментально исследовалась структура газонасыщенной затопленной струи при  $\beta = 0 \div 50$  % и фиксированном размере пузырьков d = 2 мм. На осредненные характеристики скорости жидкости влияние концентрации газовых пузырьков несущественно. При увеличении концентрации пузырьков генерация аксиальной компоненты пульсаций скорости жидкости в двухфазном потоке по сравнению с однофазным течением увеличивается в 2,7 раза, генерация радиальной компоненты — в 4 раза при  $\beta = 50$  %. Показано, что имеет место значительная анизотропия между аксиальными и радиальными флуктуациями скорости жидкости (максимальное различие может достигать трех раз).

В серии работ [7, 8] с использованием комбинации методов PIV/PTV (particle image velocimetry/particle tracking velocimetry) выполнены измерения осредненных и пульсационных скоростей фаз в затопленной и импактной пузырьковых струях при малых значениях концентрации пузырьков,  $\beta \leq 42$  % и диаметре d = 0.8 мм на небольших расстояниях от среза сопла  $x/(2R) \leq 4$  (R — радиус сопла). Показано, что радиальная компонента турбулентных флуктуаций скорости жидкости  $v'^2$  в двухфазном потоке в слое смешения вблизи среза сопла при  $x/(2R) \leq 0.5$  становится больше соответствующего значения для однофазного потока, а при  $0.5 \leq x/(2R) \leq 1.0$ , наоборот, при добавлении пузырьков уменьшается, причем этот эффект усиливается с увеличением концентрации пузырьков. Далее при  $x/(2R) \geq 4$  влияние пузырьков становится несущественным, вероятно, вследствие значительного расширения струи при ее смешении с окружающим пространством и соответственно уменьшения объемной концентрации газовой фазы.

Экспериментальное исследование процесса распространения полуограниченной нисходящей жидкостной струи, попадающей в бассейн с водой, проведено в [9]. Измерены осредненные и турбулентные характеристики жидкой фазы в двухфазной пузырьковой струе. Показано, что начальные параметры струи воды и ее длина до момента контакта с жидкостью в бассейне оказывают влияние на глубину проникания струи и объем воздуха, захватываемого жидкой фазой в бассейн.

Численные исследования пузырьковых затопленных струй проведены в работах [9–11], в которых для описания турбулентности несущей фазы использовалась изотропная  $(k-\varepsilon)$ модель с учетом наличия пузырьков, для описания динамики дисперсной фазы — эйлеров подход. Основной целью этих работ было создание модели расчета двухфазных пузырьковых затопленных струй с соответствующими слагаемыми, описывающими межфазное взаимодействие. Валидация разработанных моделей проводилась путем сопоставления с данными работ [4, 5].

Еще один способ описания динамики пузырьковых течений разработан в [12]. В данной работе для описания переноса малоинерционных частиц произвольной плотности в турбулентных потоках представлена диффузионно-инерционная модель (ДИМ), в которой скорости частиц выражаются через характеристики несущего потока. Поэтому задача моделирования переноса дисперсной фазы сводится к решению только уравнения для концентрации частиц. В рассматриваемом случае модель используется для описания переноса воздушных пузырьков в жидкости. Проведено сравнение с результатами других работ и показана возможность использования данного подхода для моделирования движения и распределения пузырьков в вертикальных трубах при различных условиях влияния силы тяжести. Таким образом, в настоящее время имеются результаты измерений осредненной и турбулентной характеристик и концентрации газовых пузырьков в сечении затопленных пузырьковых струй. Также можно отметить, что в настоящее время разработаны математические модели, а детальных численных исследований влияния концентрации и размера газовых пузырьков на процессы расширения и распределения дисперсной фазы в двухфазных струях не проводилось.

Настоящая работа посвящена численному моделированию влияния концентрации воздушных пузырьков и их диаметра на турбулентную структуру течения пузырьковых затопленных струй.

1. Математическая модель. С использованием системы осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса, записанных с учетом обратного влияния частиц на процессы переноса в несущей фазе, решается задача о динамике двухфазной пузырьковой затопленной струи. В основу математической модели положен эйлеров (двухжидкостный) подход [12], широко применяемый при описании динамики пузырьковых турбулентных течений [10–16]. При моделировании пузырьковых потоков необходимо учитывать влияние нестационарных межфазных сил на взаимодействие пузырьков с турбулентными вихрями (эффекты присоединенной и вытесненной масс), а также подъемной силы, обусловленной наличием градиента скорости несущего потока [14]. Размеры пузырьков могут значительно превышать колмогоровский пространственный микромасштаб [14]. В этом случае приближение точечных сил, обычно используемое для описания взаимодействия твердая частица — турбулентность несущей фазы, становится очень грубым, и необходимо учитывать размер пузырьков при их взаимодействии с турбулентными вихрями [14]. Поэтому рассматриваемая математическая модель, строго говоря, справедлива для микропузырьков, размеры которых не превышают колмогоровский пространственный микромасштаб турбулентности [14]. Однако в работах [9–16] сопоставление с данными измерений проводилось для пузырьков воздуха, размеры которых существенно превышают колмогоровский микромасштаб (диаметр пузырьков достигает нескольких миллиметров). Сравнивались основные осредненные и пульсационные характеристики двухфазного потока и распределения концентрации газовых пузырьков по сечению трубы для вертикальных восходящих и нисходящих течений. Результаты сравнения свидетельствуют о возможности использования данного подхода для описания пузырьковых турбулентных течений.

1.1. *Несущая фаза (жидкость)*. Для краткости все основные уравнения записаны в обозначениях, используемых в векторном анализе, однако решались для осесимметричного течения в цилиндрических координатах:

$$\nabla \cdot (\alpha_l \rho \, \boldsymbol{U}) = 0,$$
  
$$\nabla \cdot (\alpha_l \rho \, \boldsymbol{U} \boldsymbol{U}) = \alpha_l (-\nabla P + \rho \, \boldsymbol{g}) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho \tau) - \nabla \cdot (\alpha_l \rho \, \langle \boldsymbol{u}' \boldsymbol{u}' \rangle + \sigma^{BI}) + (P - P_{in}) \nabla \cdot \alpha_l + \boldsymbol{M}_l.$$

Здесь  $\alpha_l$  — объемная концентрация жидкой фазы;  $\rho$  — плотность; U — осредненная скорость; P — давление в жидкой фазе; g — ускорение свободного падения;  $M_l = -M_b$  — объемные силы межфазного взаимодействия;  $\sigma^{BI} = 2B\alpha_b\rho|U_R|^2$  — дополнительный член, учитывающий влияние пузырьков на тензор осредненных рейнольдсовых напряжений в жидкой фазе [17, 18];  $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ ;  $b_{11} = b_{22} = 0.5$ ;  $b_{12} = b_{21} = 0$ ;  $U_R = U - U_b$  — осредненная скорость скольжения фаз;  $\tau$  и  $\langle u'u' \rangle$  — тензор вязких и тензор рейнольдсовых напряжений в несущей фазе соответственно; нижние индексы b, l соответствуют пузырьку и жидкости. При расчете давления на межфазной поверхности можно использовать выражение для потенциального обтекания частицы потоком жидкости  $P_{in} = P_b =$ 

 $P - C\rho\alpha_l |U_R|^2$  [19]. Данный подход используется при описании турбулентных пузырьковых течений [1, 13, 20]. В настоящей работе будем полагать, что потеря сферичности отсутствует (C = 0.5) [12], при  $\rho_b \ll \rho$  давление на межфазной границе равно давлению в газовом пузырьке:  $P_{in} = P_b$  [1].

1.2. Модель турбулентности. Для описания турбулентности жидкой фазы использовалась модель переноса рейнольдсовых напряжений [21], обобщенная на случай наличия дисперсной фазы [22]. Уравнения модели турбулентности имеют вид

$$\nabla \left( \alpha_l \boldsymbol{U} \langle \boldsymbol{u}' \boldsymbol{u}' \rangle \right) = \alpha_l (P + \varphi - \varepsilon + T + V) + S_k,$$
  

$$\nabla \left( \alpha_l \boldsymbol{U} \varepsilon \right) = \alpha_l (\varepsilon (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon}) / k + \nabla (C_{\varepsilon 3} \langle \boldsymbol{u}' \boldsymbol{u}' \rangle) \nabla \varepsilon) + S_{\varepsilon},$$
  

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu [\nabla \cdot (\sqrt{k})]^2.$$
(1)

Здесь  $2k = \langle u'u' \rangle$  — кинетическая энергия турбулентности жидкости;  $\varepsilon$  — скорость ее диссипации. Последние слагаемые  $S_k$  и  $S_{\varepsilon}$  в правых частях системы уравнений (1) определяют дополнительную генерацию турбулентности жидкости за счет отрывного обтекания пузырьков [20]:

$$S_k = C_4 \frac{3}{4} C_D \alpha_b \frac{\rho |\boldsymbol{U}_R|^3}{d}, \qquad S_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{k} C_{\varepsilon 3} S_k.$$
(2)

В уравнениях (2) константы равны  $C_4 = 0, 1, C_{\varepsilon 3} = 1, 44, C_D$  — коэффициент сопротивления пузырьков.

1.3. Газовая пузырьковая среда. Динамика и распределение пузырьков газа в турбулентном потоке жидкости описываются с помощью подхода [12, 14], однако в настоящей работе дается полное описание динамики дисперсной фазы без использования диффузионноинерционной модели. Для перехода от динамического стохастического описания движения отдельных пузырьков (уравнение Ланжевена) к континуальному моделированию ансамбля пузырьков вводится функция плотности вероятности распределения дисперсной фазы в турбулентном потоке жидкости. Система уравнений для моделирования движения дисперсной фазы в эйлеровом континуальном представлении получена из кинетического уравнения для функции плотности вероятности распределения частиц в турбулентном потоке [12, 14]. В расчетах межфазных корреляций используются осредненные значения скорости жидкости [12, 13, 20], а не ее актуальное значение, как в работе [14]. В результате система уравнений, определяющая движение пузырьков и теплообмен с жидкостью, имеет вид

~ (

**-** - \

$$\frac{\partial (\alpha_b \boldsymbol{U}_b)}{\partial t} + \nabla (\alpha_b \boldsymbol{U}_b) = 0,$$

$$\frac{D (\alpha_b \boldsymbol{U}_b)}{Dt} = \frac{1}{\rho_b} \left[ -\nabla (\alpha_b P_b) - \nabla (\rho_b E \langle \boldsymbol{u}' \boldsymbol{u}' \rangle) + \boldsymbol{M}^b \right],$$
(3)

где t — время;  $\alpha_b$  — локальное газосодержание; выражение для параметра E взято из [14]:  $E = (1 - A)(1 - A\Omega)/(1 + \Omega)$  и справедливо для случая малоинерционных частиц при A > 1;  $A = (1 + C_{VM})\rho_0/(1 + C_{VM}\rho_0)$ ;  $\rho_0 = \rho/\rho_b$ ;  $C_{VM} = 0.5$  [12, 13];  $\Omega = \tau_r/T_L$ ;  $\tau_r = 4d(1 + C_{VM}\rho_0)/(3C_D|U_R|\rho_0)$  — эффективное время динамической релаксации пузырьков газа [14];  $\Omega_L = 0.3k/\varepsilon$  — лагранжев интегральный временной макромасштаб [12].

1.4. *Межфазные силы*. Для монодисперсного двухфазного потока слагаемое для расчета межфазного взаимодействия в эйлеровом приближении имеет вид

$$\boldsymbol{M}_{l} = -\boldsymbol{M}_{b} = \boldsymbol{F}_{Drag} + \boldsymbol{F}_{VM} + \boldsymbol{F}_{GA} + \boldsymbol{F}_{L} + \boldsymbol{F}_{TD} + \boldsymbol{F}_{WL}.$$
(4)

Межфазное взаимодействие в уравнении (4) определяется с учетом действия следующих сил: аэродинамического сопротивления  $F_{Drag}$ , силы присоединенной массы  $F_{VM}$ , сил тяжести и Архимеда  $F_{GA}$ , подъемной силы (Сэффмена)  $F_L$  и турбулентной гомогенной диффузии пузырьков  $F_{TD}$ :

$$\boldsymbol{F}_{Drag} = \frac{\alpha_b \boldsymbol{U}_R}{\tau}, \qquad \boldsymbol{F}_{VM} = \alpha_b A \boldsymbol{U} \nabla \cdot \boldsymbol{U}, \qquad \boldsymbol{F}_{GA} = \frac{(1-\rho_0)\alpha_b}{1+C_{VM}\rho_0} \boldsymbol{g},$$
$$\boldsymbol{F}_L = \frac{C_L \alpha_b \rho_0}{1+C_{VM}\rho_0} \boldsymbol{U}_R \times (\nabla \times \boldsymbol{U}), \qquad \boldsymbol{F}_{TD} = -\frac{C_{TD} \alpha_b}{\mathrm{Sc}_T} \frac{\mu_T}{\tau_r} \Big( \frac{\nabla \cdot \alpha_b}{\alpha_b} - \frac{\nabla \cdot \alpha_l}{\alpha_l} \Big),$$

где *C*<sub>D</sub> — коэффициент сопротивления пузырьков [23]:

$$C_D = \begin{cases} (24/\operatorname{Re}_b)(1+(3/16)\operatorname{Re}_b^{0,687}), & \operatorname{Re}_b \leq 10^3, \\ 0,44, & \operatorname{Re}_b > 10^3, \end{cases}$$

 $\operatorname{Re}_b = \rho | \boldsymbol{U}_R | d / \mu$  — число Рейнольдса пузырька, определенное по скорости скольжения фаз.

Действие силы Бассэ, обусловленной нестационарностью обтекания вязкой жидкостью пузырька [15], не учитывается ввиду ее малости по сравнению с остальными силами [17, 18].

В работах [24, 25] показано, что в водопроводной воде вследствие загрязнения на поверхности пузырьков закон их сопротивления такой же, как у твердых частиц. Уравнение турбулентной гомогенной диффузии взято из [26], коэффициент турбулентной диффузии  $C_{TD} = 1$ , турбулентное число Шмидта  $Sc_T = 0.9$ . Выражение для подъемной силы взято из [27], выражение для коэффициента  $C_L$  имеет вид [28]

$$C_L = \begin{cases} \min \left[ 0.288 \operatorname{th} (0.121 \operatorname{Re}_b), f(\operatorname{Eo}_b) \right], & \operatorname{Eo}_b \leq 4, \\ f(\operatorname{Eo}_b), & 4 \leq \operatorname{Eo}_b \leq 10, \\ -0.27, & \operatorname{Eo}_b > 10, \end{cases}$$

где Ео<sub>b</sub> =  $g(\rho - \rho_b)d_H^2/\sigma$ ; f(Eo) = 0,00105 Eo<sup>3</sup> – 0,0159 Eo<sup>2</sup> – 0,0204 Eo + 0,474 — поправочная функция; Ео<sub>b</sub> — модифицированное число Этвеша, определяющее соотношение между внешними силами (силой тяжести) и силами поверхностного натяжения;  $d_H = d(1 + 0,163 \text{ Eo}^{0,757})^{1/3}$  — максимальный горизонтальный размер пузырька. Направление действия подъемной силы зависит не только от направления движения потока, но и от размера пузырьков [27]. Формула для коэффициента  $C_L$  записана с учетом изменения его знака для пузырьков размером более 5 мм.

1.5. Численный метод расчета. Решение получено с использованием метода конечных объемов на разнесенных сетках. Для конвективных слагаемых дифференциальных уравнений применялась процедура QUICK третьего порядка точности. Для диффузионных потоков использовались центральные разности второго порядка точности. Коррекция поля давления осуществлялась с использованием конечно-объемного согласованного алгоритма SIMPLEC. Для дискретизации производных по времени использовалась неявная схема Эйлера первого порядка точности. Компоненты рейнольдсовых напряжений определяются в тех же точках по граням контрольного объема, что и соответствующие им компоненты осредненной скорости жидкости. В работе применялась неравномерная в аксиальном и радиальном направлениях расчетная сетка (расчетные узлы сгущались в окрестности среза трубы и в приосевой области струи). Все расчеты проводились на сетке, содержащей  $100 \times 512$  контрольных объемов. Дополнительно проведены расчеты на сетках, содержащих  $50 \times 200$  и  $150 \times 512$  контрольных объемов. Результаты расчетов осредненных скоростей жидкости и воздушных пузырьков и локального газосодержания различались не более чем на 0,5 % (см. таблицу).

Сетка	x/(2R) = 10		x/(2R) = 30	
	<i>U</i> <sub>0</sub> , м/с	$lpha_0,\%$	$U_0$ , м/с	$lpha_0,\%$
$50 \times 200$	0,4900	0,0900	0,1800	0,02800
$100 \times 256$	0,5100	0,1000	0,2100	0,03000
$150 \times 512$	0,5101	0,1001	0,2101	0,03002

Значения аксиальной скорости жидкости  $U_0$  и локального газосодержания  $\alpha_0$  на оси струи для двух сечений на различных сетках при  $\text{Re} = 1,5 \cdot 10^4$ , 2R = 20 мм,  $T = T_b = 293$  K, d = 1 мм,  $\beta = 5$  %

Во входном сечении задается равномерное распределение всех параметров, на оси струи задаются условия симметрии для газовой и дисперсной фаз, на внешней границе расчетной области — нулевые производные параметров в аксиальном направлении.

**2.** Результаты численного моделирования и их анализ. В настоящей работе проведены сравнения с данными измерений для однофазных и пузырьковых струй и представлены результаты численных расчетов структуры турбулентного течения и распределения пузырьков в газожидкостных свободных струях.

2.1. Сравнение с данными для однофазной воздушной струи. На первом этапе сравнивались данные измерений для однофазных воздушных затопленных струй с осредненными и турбулентными характеристиками осесимметричной струи [29, 30] (различие не превышало 10 ÷ 15 %). Это позволило провести расчеты для пузырьковой затопленной круглой струи.

2.2. Результаты численных расчетов для пузырьковой затопленной струи и их анализ. Численные расчеты проведены для восходящего течения смеси воды и монодисперсных пузырьков воздуха при атмосферном давлении. Внутренний диаметр трубы, из которой вытекает затопленная струя, равен 2R = 20 мм. Во входном сечении заданы профили осредненных и турбулентных параметров жидкой фазы на основе предварительного расчета однофазного течения в круглой трубе длиной 150R. Начальное распределение параметров газовой фазы по сечению трубы задавалось равномерным для всех параметров. Для случая однофазной струи рассматривалось гидродинамически развитое течение на срезе трубы. Среднемассовая скорость потока жидкости на срезе трубы составляла  $U_{m1} = 0,5$  м/с, число Рейнольдса для несущей фазы Re  $= 2RU_{m1}/\nu = 23\,000$ . Начальная скорость воздушных пузырьков составляла  $U_{b1} = 0,8U_{m1}$ , их диаметр изменялся в диалазоне  $d = 0 \div 3$  мм, объемное расходное газосодержание  $\beta = 0 \div 10$  %. Температуры двухфазного потока на срезе трубы и жидкости в затопленном окружающем пространстве равны  $T_1 = T_{b1} = T_f = 293$  К.

Форма профиля скорости несущей фазы также может оказывать определенное влияние на дальнее поле течения и на автомодельность струи для однофазного режима течения [29, 30]. Заметим, что в данной работе исследовался только один из возможных случаев начального распределения концентрации газовых пузырьков (два других — максимальные значения концентрации в пристенной области среза трубы и на ее оси). При этом не исследовалось влияние когерентных структур на начальном участке затопленной струи на характеристики дальнего поля течения, имеющее большое значение для однофазных струй (см., например, [31, 32]).

Распределения полуширины струи по мере ее распространения при различных значениях объемного расходного газосодержания и размера воздушных пузырьков показаны на рис. 1 ( $r_{0,5}^U$  — расстояние от оси струи, где скорость жидкости равна половине ее значения на оси струи ( $U = 0.5U_0$ ),  $U_0$  — скорость жидкости на оси струи). На начальном участке струи x/(2R) < 5 пузырьки воздуха практически не оказывают влияния на степень



Рис. 1. Зависимость полуширины струи от расстояния до среза сопла при Re =  $1,5 \cdot 10^4$ , 2R = 20 мм,  $T = T_b = 293$  К и различных значениях объемного расходного газосодержания (*a*) и диаметра пузырьков воздуха (*б*): a - d = 1 мм ( $1 - \beta = 0$  (однофазная жидкостная струя),  $2 - \beta = 5$  %,  $3 - \beta = 10$  %);  $b - 1 - \beta = 0$  (однофазная жидкостная струя),  $2 - \beta = 5$  % (2 - d = 0,5 мм, 3 - d = 1,0 мм, 4 - d = 2,0 мм, 5 - d = 3,0 мм)

ее расширения. При добавлении воздушных пузырьков длина начального потенциального участка уменьшается, причем этот эффект становится более выраженным при увеличении концентрации и диаметра пузырьков. Для однофазных осесимметричных турбулентных струй его протяженность составляет  $x/(2R) = 5 \div 6$  [29]. В случае двухфазной струи длина ее начального участка равна  $x/(2R) \approx 4$  при  $\beta = 10$  %, d = 3 мм и уменьшение длины начального участка составляет приблизительно 33 %.

На рис. 2 показаны зависимости полуширины затопленной двухфазной струи, определенной по половинным значениям осредненной аксиальной скорости жидкости  $r_{0,5}^U$  и локального газосодержания  $r_{0,5}^{\alpha}$ , от объемного расходного газосодержания  $\beta$  при d = 1,3 мм. Добавление воздушных пузырьков приводит к расширению жидкостной струи. При  $\beta = 10$  % это расширение составляет  $16 \div 20$  %, если определяется по аксиальной скорости жидкости, и  $15 \div 22$  %, если определяется по локальному газосодержанию. Изменение начального диаметра газовых пузырьков оказывает более существенное влияние на степень расширения, чем концентрация пузырьков. Так, для пузырьков диаметром d = 3 мм степень расширения струи, определенная по половине скорости жидкости, достигает 35 % при  $\beta = 10$  %. Таким образом, размер газовых пузырьков и их концентрация оказывают влияние на степень расширения струи. Для двухфазной затопленной струи характерно увеличение ее полуширины при изменении концентрации воздушных пузырьков (на 15 % по сравнению с однофазной струей при  $\beta = 10$  %, d = 1 мм и на 20 % при  $\beta = 10$  %, d = 3 мм), что свидетельствует о турбулизации течения и увеличении интенсивности процесса турбулентного смешения с окружающим пространством.

Распределения локального газосодержания (объемной концентрации)  $\alpha_0/\alpha_1$  и аксиальных осредненных скоростей жидкости  $U_0/U_1$  и воздушных пузырьков  $U_{b0}/U_{b1}$  вдоль оси двухфазной струи и по ее сечению на расстоянии x/(2R) = 15 приведены на рис. З ( $U_1, U_{b1}, \alpha_1$  — аксиальные скорости жидкости, пузырьков и локальное газосодержание на оси струи во входном сечении). На рис. З, б приведен также профиль Райхардта [33] для однофазной



Рис. 2. Зависимости полуширины струи, определенной по половинным значениям локального газосодержания  $\alpha$  (1) и осредненной аксиальной скорости жидкости U (2), от концентрации пузырьков в двухфазной струе при x/(2R) = 20, Re =  $1.5 \cdot 10^4$ , 2R = 20 мм,  $T = T_b = 293$  К и различных значениях диаметра пузырьков:

сплошные линии — d = 3 мм, штриховые — d = 1 мм



Рис. 3. Распределения параметров в двухфазной газонасыщенной струе вдоль оси (a) и по ее сечению x/(2R) = 15 (б) при d = 1 мм,  $\beta = 5$  %: 1 — локальное газосодержание, 2, 3 — аксиальные осредненные скорости жидкости  $U_0/U_1$  и пузырьков газа  $U_{b0}/U_{b1}$  вдоль оси двухфазной затопленной струи соответственно, 4 — профиль Райхардта [33]



Рис. 4. Распределения турбулентной кинетической энергии жидкой фазы вдоль оси (a) и по сечению x/(2R) = 15 (б) в затопленной пузырьковой струе при d = 1 мм и различных значениях  $\beta$ :  $1 - \beta = 0$  (однофазный поток),  $2 - \beta = 5$  %,  $3 - \beta = 10$  %

 $1 - \beta = 0$  (однофазный поток),  $2 - \beta = 5$  %,  $3 - \beta = 1$ 

затопленной струи:

$$\frac{U}{U_0} = \exp\left[-\left(\frac{1}{\sqrt{2}C_m}\frac{r}{x}\right)^2\right]$$

 $(C_m$  — коэффициент расширения однофазной струи). В работе [28]  $C_m=0,071\div0,080,$  в настоящей работе  $C_m=0,075.$ 

Следует отметить отсутствие подобия в распределениях параметров двухфазного потока вдоль оси струи (см. рис. 3,a). Значения скорости воздушных пузырьков больше соответствующего значения для жидкой фазы по всей длине расчетной области, что обусловлено восходящим направлением движения двухфазной струи. В целом распределения параметров двухфазного потока по радиусу струи качественно подобны, что имеет большое значение для анализа процессов в двухфазных струях. Профили концентрации пузырьков и скоростей фаз расположены ниже автомодельного распределения Райхардта [33]. Следовательно, автомодельного распределения параметров струи в рассмотренном сечении еще не наблюдается, что качественно согласуется с данными [29, 34].

На рис. 4 показано влияние объемного расходного газосодержания на турбулентную кинетическую энергию (ТКЭ) несущей фазы на оси струи. Величина ТКЭ определялась по соотношению для осесимметричных течений

$$2k = u'^2 + v'^2 + w'^2 \approx u'^2 + 2v'^2$$

Не определяемая в численных расчетах величина трансверсальных пульсаций скорости несущей фазы приравнивается к величине радиальных флуктуаций скорости жидкости:  $w'^2 \approx v'^2$ . С увеличением концентрации газовых пузырьков наблюдается усиление генерации турбулентности жидкости (до  $20 \div 25$  % по сравнению с однофазным режимом) вследствие отрывного обтекания воздушных пузырьков несущим потоком жидкости. Это приводит к интенсификации процесса смешения струи с окружающим пространством. После смыкания слоев смешения наблюдается резкое увеличение ТКЭ как в однофазной жидкостной, так и в газонасыщенной струе. Для однофазных струй аналогичные картины экспериментально получены в [29, 30, 34]. По мере распространения двухфазной струи и ее

смешения с окружающим пространством турбулентность жидкости значительно уменьшается вследствие уменьшения концентрации пузырьков и величина ТКЭ в пузырьковой струе приближается к значению ТКЭ для однофазного течения. Результаты анализа показывают, что при добавлении в жидкость газовых пузырьков имеет место дополнительная генерация турбулентности. Это подтверждают результаты расчетов, приведенные на рис. 1, 2 и свидетельствующие о расширении пузырьковой струи. В данной работе исследовался только диапазон размеров пузырьков, в котором наблюдалась дополнительная генерация турбулентности жидкой фазы.

3. Сравнение с данными других работ. Проводилось сравнение полученных результатов с данными измерений [4] для изотермической пузырьковой восходящей струи. Диаметр сопла составлял 2R = 5,08 мм. Профиль осредненной аксиальной скорости на срезе сопла близок к равномерному. Среднерасходные скорости жидкости (воды) и пузырьков воздуха составляли соответственно J = 32,7 мл/с,  $J_b = 0,82$  мл/с. Число Рейнольдса, определенное по средней скорости жидкости на срезе сопла, равно  $\text{Re} = 2RU_{m1}/\nu = 8700$ , средний диаметр пузырьков равен d = 1 мм, объемное расходное газосодержание изменялось в диапазоне  $\beta = 0 \div 9$  %. В качестве входных распределений параметров при проведении численных расчетов использовались результаты работы [4], полученные на расстоянии от среза сопла x/(2R) = 8.

Распределения осредненных аксиальных скоростей фаз, аксиальных пульсаций скорости жидкости и локального газосодержания по поперечному сечению струи на расстоянии x/(2R) = 24 приведены на рис. 5, 6. Видно, что аксиальные скорости однофазной жидкостной струи и жидкости в двухфазной струе практически совпадают вследствие малой концентрации пузырьков (см. рис. 3, *a*). Аналогичные результаты получены для восходяцих импактных пузырьковых струй [20]. Заметим, что осредненная скорость воздушных пузырьков превышает соответствующее значение для жидкости во всем сечении струи, причем наиболее существенно в периферийной области струи. Влияние объемного расходного газосодержания на распределения аксиальных флуктуаций скорости по радиусу двухфазной струи показано на рис. 6, *a*. Добавление воздушных пузырьков в однофазную



Рис. 5. Радиальные распределения осредненных аксиальных скоростей фаз по сечению однофазной (1) и затопленной пузырьковой (2, 3) струй: точки — эксперимент [4], линии — расчет при J = 32,7 мл/с,  $J_b = 0,82$  мл/с, d = 1 мм, Re = 8700,  $T = T_b = 298$  K, x/(2R) = 24, 2R = 5,08 мм,  $\beta = 2,4$  %; 2 — жидкость, 3 — пузырьки воздуха



Рис. 6. Радиальные распределения аксиальных пульсаций скорости жидкости (a) и локального газосодержания (б) по сечению однофазной (1) и затопленной пузырьковой (2, 3) струй при различных значениях  $\beta$ : точки — эксперимент [4], линии — расчет при J = 32,7 мл/с,  $J_b = 0,82$  мл/с, d = 1 мм, Re = 8700,  $T = T_b = 298$  K, x/(2R) = 24, 2R = 5,08 мм;  $1 - \beta = 0, 2 - \beta = 2,4$  %,  $3 - \beta = 9$  %

затопленную жидкостную струю вызывает дополнительную турбулизацию течения в приосевой области, достигающую 40 %. Этот эффект становится более выраженным при увеличении  $\beta$ . Во внешней части струи влияния пузырьков на турбулентность практически не наблюдается (в расчетах различие не превышает 5 ÷ 7 %). Это можно объяснить значительным расширением струи и соответственно резким уменьшением концентрации пузырьков. В целом результаты численных расчетов хорошо согласуются с данными измерений [4] (максимальное различие не превышает 15 %).

Заключение. Выполнено численное моделирование структуры течения и распределения пузырьков воздуха в двухфазной затопленной струе с использованием эйлерова подхода. В модели используется система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса в осесимметричном приближении, записанная с учетом обратного влияния пузырьков на осредненные и пульсационные характеристики течения. В случае двухфазной затопленной струи наблюдается ее расширение (приблизительно на 20 % по сравнению с однофазной струей), что свидетельствует о турбулизации течения и об увеличении интенсивности процесса турбулентного смешения. При добавлении воздушных пузырьков увеличивается интенсивность пульсаций скорости жидкости в двухфазном течении (на 25 % по сравнению с однофазной жидкостной струей). Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными и показана возможность использования разработанной модели для расчета динамики движения и распространения газовых пузырьков в вертикальной затопленной круглой струе.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1.
- 2. Ishii M. Thermo-fluid dynamics of two-phase flow / M. Ishii, T. Hibiki. Berlin: Springer, 2011.
- Reeks M. W. On a kinetic equation for the transport of bubbles in turbulent flows // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. P. 446–456.

- Sun T. Y., Faeth G. M. Structure of turbulent bubbly jets. 1. Methods and centerline properties // Intern. J. Multiphase Flow. 1986. V. 12. P. 99–114.
- Sun T. Y., Faeth G. M. Structure of turbulent bubbly jets. 2. Phase property profiles // Intern. J. Multiphase Flow. 1986. V. 12. P. 115–126.
- Iguchi M., Okita K., Nakatani T., Kasai N. Structure of turbulent round bubbling jet generated by premixed gas and liquid injection // Intern. J. Multiphase Flow. 1997. V. 23. P. 249–262.
- Akhmetbekov Ye. K., Alekseenko S. V., Dulin V. M., et al. Planar fluorescence for round bubble imaging and its application for the study of an axisymmetric two-phase jet // Experiment Fluids. 2010. V. 48. P. 615–629.
- Alekseenko S. V., Dulin V. M., Markovich D. M., Pervunin K. S. Experimental investigation of turbulence modification in bubbly axisymmetric jets // J. Engng Thermophys. 2015. V. 24. P. 101–112.
- Lopez de Bertodano M., Moraga F. J., Drew D. A., Lahey R. T. (Jr.) The modeling of lift and dispersion forces in two-fluid model simulations of a bubbly jet // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 2004. V. 126. P. 573–577.
- Ayed H., Chahed J., Roig V. Experimental analysis and numerical simulation of hydrodynamics and mass transfer in a turbulent buoyant bubbly shear layer // AIChE J. 2007. V. 53. P. 2742–2753.
- Aouadi A., Bellakhal G., Chahed J. Turbulence and momentum interfacial transfer in an axisymmetric bubbly jet flow // Proc. of the Intern. conf. on multiphase flow ICMF-2016, Firenze (Italy), 22–27 May 2016. Udine: Udine Univ. Publ. House, 2016.
- 12. Зайчик Л. И., Скибин А. П., Соловьев С. Л. Моделирование распределения пузырьков в турбулентной жидкости на основе диффузионно-инерционной модели // Теплофизика высоких температур. 2004. Т. 42, № 1. С. 111–117.
- Politano M., Carrica P., Converti J. A model for turbulent polydisperse two-phase flow in vertical channel // Intern. J. Multiphase Flow. 2003. V. 29. P. 1153–1182.
- 14. Алипченков В. М., Зайчик Л. И. Моделирование движения легких частиц и пузырьков в турбулентных потоках // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 4. С. 69–87.
- Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 1. С. 67–77.
- Пахомов М. А., Терехов В. И. Применение эйлерова подхода при моделировании структуры течения в восходящем монодисперсном пузырьковом потоке в трубе // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 3. С. 49–59.
- Nigmatulin R. I. Spatial averaging in the mechanism of heterogeneous and dispersed systems // Intern. J. Multiphase Flow. 1979. V. 5. P. 353–385.
- Drew D. A., Lahey R. T. (Jr.) Application of general constitutive principles to the derivation of multidimensional two-phase flow equations // Intern. J. Multiphase Flow. 1979. V. 5. P. 243–264.
- 19. Lamb H. Hydrodynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1932.
- 20. Пахомов М. А., Терехов В. И. Структура турбулентного течения и распределение пузырьков в осесимметричной неизотермической импактной газожидкостной струе // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2017. № 2. С. 129–140.
- Shima N. Low-Reynolds-number second-moment closure without wall-reflection redistribution terms // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1998. V. 19. P. 549–555.
- Lopez de Bertodano M., Lee S. J., Lahey R. T. (Jr.), Drew D. A. The prediction of two-phase turbulence and phase distribution using a Reynolds stress model // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1990. V. 112. P. 107–113.

- Loth E. Quasi-steady shape and drag of deformable bubbles and drops // Intern. J. Multiphase Flow. 2008. V. 34. P. 523–546.
- Wallis G. B. The terminal speed of single drops in an infinite medium // Intern. J. Multiphase Flow. 1974. V. 1. P. 491–511.
- 25. Кашинский О. Н., Горелик Р. С., Рандин В. В. Скорости фаз в пузырьковом газожидкостном течении // Инж.-физ. журн. 1989. Т. 57, № 1. С. 12–15.
- 26. Burns A. D., Frank T., Hamill I., Shi J. The Favre averaged drag model for turbulent dispersion in Eulerian multi-phase flows // Proc. of the 5th Intern. conf. on multiphase flow ICMF-2004, Yokohama (Japan), May 30 June 4, 2004. Tsukuba: Tsukuba Univ. Publ. House, 2004.
- 27. Drew D. A., Lahey R. T. (Jr.) The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow // Intern J. Multiphase Flow. 1987. V. 13. P. 113–121.
- Tomiyma A., Tamai H., Zun I., Hosokawa S. Transverse migration of single bubbles in simple shear flows // Chem. Engng Sci. 2002. V. 57. P. 1849–1958.
- 29. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова. М.: Наука, 1984.
- Lipari G., Stansby P. K. Review of experimental data on incompressible turbulent round jets // Flow, Turbulence Combust. 2011. V. 87. P. 79–114.
- Brown G. L., Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers // J. Fluid Mech. 1974. V. 64. P. 775–816.
- 32. Burattini P., Antonia R. A., Danaila L. Similarity in the far field of a turbulent round jet // Phys. Fluids. 2005. V. 17. 025101.
- Reichardt H. Gesetzmäßigkeiten der freien Turbulenz // VDI-Forschungsheft. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1942. 414.
- Panchapakesan N. R., Lumley J. L. Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Pt 1. Air jet // J. Fluid Mech. 1993. V. 246. P. 197–223.

Поступила в редакцию 6/IX 2018 г., после доработки — 8/IV 2019 г. Принята к публикации 29/IV 2019 г.