

Необходимо отметить, что в проведенных ранее [1] двумерных численных расчетах не зарегистрировано образование бугорка на поверхности центрального тела перед ударной волной в порошке в случае $D < C_0$. Причина этого не ясна, поскольку в [1] не приведено уравнение состояния порошка, использованное в расчетах. В динамических экспериментах [4] отмечено лишь косвенное влияние бугорка на изменение плотности, а сам бугорок получен только в одной точке, соответствующей условиям $D = C_0$. Все это делает актуальным численное моделирование данной задачи.

Уравнения, описывающие поведение пористой упругопластической среды, основываются на законах сохранения массы, импульса и энергии и имеют вид [5, 6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_i \rho v_i &= 0, & \rho &= \rho_s m_2, & m_1 + m_2 &= 1, \\ \rho \frac{dv_i}{dt} &= \nabla_j \sigma_{ij}, & \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + v_i \nabla_i, & \nabla_i &= \frac{\partial}{\partial x_i}, \\ \rho \frac{dE}{dt} &= \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}, & \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), & \sigma_{ij} &= -p \delta_{ij} + S_{ij}, \\ m_1 &= \frac{4}{3} \pi a^3 n, & i, j &= 1, 2, 3, \end{aligned} \tag{1}$$

где a, n — радиус и концентрация пор; m_1 — объемная концентрация пор (пористость); m_2 — объемная концентрация материала; ρ_s — плотность материала; ρ — средняя плотность; $\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}$ — осредненные тензоры напряжений и скорости деформации; v_i — i -я компонента скорости; E — удельная внутренняя энергия; p — давление; S_{ij} — девиатор тензора напряжений.

Предполагается, что порошок перед компактированием спрессован до состояния плотной упаковки, поэтому при взрывных нагрузках ведет себя как пористое тело с начальной пористостью $m_1^0 = 0,4$.

Для замыкания системы (1) использовалось уравнение состояния пористого тела, предложенное в [6]:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \dot{p}_x + \dot{p}_t, & \dot{p}_x &= -K \varepsilon_{kk}^e, & \dot{p}_t &= (\Gamma \rho E_t)', \\ E &= E_x + E_t, & E_x &= ((1/2)K_1(\varepsilon_{kk}^e)^2 + \mu_1 e_{ij}^e e_{ij}^e) / \rho, & e_{ij} &= e_{ij}^e + e_{ij}^p, \end{aligned} \tag{2}$$

где K_1, μ_1 — осредненные упругие модули объемного сжатия и сдвига пористого материала.

В области упругих деформаций $(3/2)S_{ij}S_{ij} < Y^2$ девиатор напряжений определяется из закона Гука

$$\overset{\nabla}{S}_{ij} = 2\mu \dot{e}_{ij}, \quad \dot{e}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} - (1/3)\dot{\varepsilon}_{kk}\delta_{ij}, \tag{3}$$

а в пластической области — из уравнений Прандтля — Рейса

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ij} &= \overset{\nabla}{S}_{ij} / (2\mu) + \dot{\lambda} S_{ij}, & (3/2)S_{ij}S_{ij} &= Y^2, \\ \overset{\nabla}{S}_{ij} &= \dot{S}_{ij} - \omega_{ik}S_{kj} - \omega_{jk}S_{ki}, & \omega_{ij} &= 0,5(v_{i,j} - v_{j,i}). \end{aligned} \tag{4}$$

В (1)–(4) p_x, p_t — «холодное» и тепловое давление; E_x, E_t — «холодная» и тепловая энергии; K — модуль объемного сжатия; μ — модуль сдвига; Y — предел текучести; Γ — коэффициент Грюнайзена; каждый из индексов i, j, k пробегает значения 1, 2, 3; по повторяющимся индексам проводится суммирование; точка над символом соответствует производной по времени; индекс после запятой — производная по соответствующей координате;

индексом e обозначены упругие деформации, индексом p — пластические. Поверхность текучести имеет следующий вид:

$$\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} = Y^2, \quad Y^2 = \begin{cases} Y_s^2 m_2^2 - (9/4) p^2 m_1, & |p| \leq |p_0|, \\ Y_s^2 m_2 m_e^2, & |p_0| < |p| \leq |p_*|, \\ 0, & |p| > |p_*|, \end{cases} \quad (5)$$

$$m_e^2 = \frac{1 + m_1^2}{m_2} - 2 \frac{m_1}{m_2} \operatorname{ch} \frac{3p}{2Y_s}, \quad m_e + m_p = 1,$$

где $|p_*| = (2/3)Y_s \ln(1/m_1)$; $|p_0| = (2/3)Y_s(1 - m_1)$; Y_s — предел текучести сплошного материала; m_e, m_p — доли объема ячейки, находящиеся в упругом и пластическом состояниях. Из формул (5) следует, что с увеличением давления $|p|$ предел текучести уменьшается и при $|p| = |p_*|$ обращается в нуль.

В случае $|p| < |p_0|$ происходит упругое нагружение (разгрузка) и справедливы формулы

$$K = K_1, \quad \mu = \mu_1, \quad K_1 = K_s m_2 / \left(1 + \frac{m_1}{2} \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu}\right), \quad \mu_1 = \frac{\mu_s m_2}{1 + 0,5 m_1}, \quad \dot{\epsilon}_{kk}^e = -\frac{\dot{\rho}_s}{\rho_s}, \quad (6)$$

где K_s, μ_s — модули упругости сплошного материала; ν — коэффициент Пуассона. В случае $|p_0| < |p| < |p_*|$ в окрестности поры образуется пластическая зона, деформации становятся упругопластическими и справедливы формулы

$$K = K_2, \quad \mu = \mu_2, \quad K_2 = K_s m_2 / \left(1 + \frac{1 + \nu}{3(1 - 2\nu)} \frac{Y}{|p|} m_p m_2\right), \\ \mu_2 = \mu_s m_e / \left(\frac{m_e}{m_2} + \frac{m_p}{2}\right), \quad e_{ij}^e = \frac{S_{ij}}{2\mu_1}, \quad \dot{\epsilon}_{kk}^e = \frac{K_2}{K_1} \dot{\epsilon}_{kk}, \quad \dot{\epsilon}_{kk} = -\frac{\dot{\rho}}{\rho}. \quad (7)$$

Уравнения (7) выполняются в случае нагрузки $p\dot{p} > 0$. При разгрузке ($p\dot{p} < 0$) до некоторого состояния материал описывается уравнениями (6), последующая нагрузка из этого состояния происходит упруго. Если $|p| > |p_*|$, поры теряют устойчивость и происходит их затекание. В этом случае уравнения имеют вид

$$\dot{p}_x = -K_1 \dot{\epsilon}_{kk}^e, \quad \dot{\epsilon}_{kk}^e = \dot{m}_2 / m_2 - \dot{\rho} / \rho.$$

Изменение величины $\alpha(t, \alpha_0, p) = 1/m_2$ описывается уравнением [6, 7]

$$p = \frac{\rho_s a_0^2}{3(\alpha_0 - 1)^{2/3}} \left\{ \dot{\alpha} [\alpha^{-1/3} - (\alpha - 1)^{-1/3}] + \frac{\dot{\alpha}^2}{6} [(\alpha - 1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3}] \right\} - \\ - \frac{4\eta \dot{\alpha}}{3\alpha(\alpha - 1)} + \frac{2Y_s}{3} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}, \quad (8)$$

где η — вязкость материала.

При рассмотрении динамики затекания поры за фронтом ударной волны можно выделить два характерных случая — инерционное и вязкое затекание пор. Отношение инерционных сил к вязким определяется аналогом числа Рейнольдса $Re = a_0 \sqrt{Y_s \rho_s} / \eta$. Инерционные силы преобладают при $Re \gg 1$, а вязкие — при $Re \ll 1$. В случае $Re \ll 1$ уравнение (8) примет вид

$$p = \frac{2}{3} Y_s \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} - \frac{4}{3} \eta \frac{\dot{\alpha}}{\alpha(\alpha - 1)}. \quad (9)$$

Оценка значения начального радиуса поры a_0 , при котором инерционными членами можно пренебречь, дает величину примерно 10 мкм. Таким образом, при $a_0 \leq 10$ мкм

изменение пористости со временем описывается уравнением (9), а в случае $a_0 > 10$ мкм необходимо решать полное уравнение (8).

Следуя [7], удельную тепловую энергию E_t запишем в виде

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3, \quad E_1 = \frac{2Y_s}{3\rho_s} \left[\alpha_0 \ln \frac{\alpha_0}{\alpha} - (\alpha_0 - 1) \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} + (\alpha_0 - \alpha) \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right],$$

$$E_2 = \frac{4\eta}{3\rho_s} \int \frac{\dot{\alpha}^2 dt}{\alpha(\alpha - 1)}, \quad E_3 = \frac{a_0^2 \dot{\alpha}^2}{6(\alpha_0 - 1)^{2/3}} \left[\frac{1}{(\alpha - 1)^{1/3}} - \frac{1}{\alpha^{1/3}} \right],$$

где E_1 и E_2 — средние величины диссипированной энергии при пластическом и вязком течении; E_3 — средняя кинетическая энергия движения, возникающего при схлопывании пор.

Центральное тело представляет собой упругопластический материал, который описывается уравнениями (1) с $m_1 = 0$. В качестве замыкающих соотношений используются уравнения (2)–(4), в которых пренебрегается тепловой энергией $E_t = 0$ и соответственно тепловым давлением $p_t = 0$.

В данной работе действие продуктов взрыва на порошок моделировалось внешним давлением на верхней границе порошка. Величина давления находилась из аналитического решения задачи о движении продуктов взрыва за фронтом одномерной плоской детонационной волны с изоэнтропой в виде $p = A\rho^\gamma$. В этом случае все параметры за фронтом волны зависят только от координаты x и времени t . Зависимость скорости звука $c(x, t)$ имеет следующий вид [8]:

$$c = x/(2t) + D/4 \quad \text{при} \quad D/2 < x/t < D,$$

$$c = D/2 \quad \text{при} \quad x/t < D/2.$$

Соответственно давление, приложенное к верхней границе порошка при $\gamma = 3$, находилось по формуле $p = p_H(c/c_H)^3$ (p_H, c_H — давление и скорость звука в точке Чепмена — Жуге).

Для решения использовалась конечно-разностная схема «крест», подробно описанная в работе [9]. Для подавления нефизических осцилляций за фронтом ударной волны в численную схему вводится искусственная вязкость.

Расчет контактных границ осуществляется с помощью симметричного алгоритма, разработанного в [10].

Расчеты проводились для плоского случая (рис. 1). В качестве материала пластины рассматривался алюминий, а порошка — медь с начальной пористостью $m_1^0 = 0,38$. Скорость детонации изменялась в пределах 0,2–0,8 см/мкс. Объемная скорость звука в алюминиевой пластине равна $C_0 = 0,535$ см/мкс. В расчетах использовались следующие значения параметров: для алюминия $\rho_s = 2,785$ г/см³, $Y_s = 0,41$ ГПа, $K_s = 74,4$ ГПа, $\mu_s = 24,8$ ГПа; для меди $\rho_s = 8,9$ г/см³, $Y_s = 0,2$ ГПа, $K_s = 139$ ГПа, $\mu_s = 46$ ГПа.

На рис. 2, 3 приведены результаты расчетов при скорости детонации $D = 0,36$ см/мкс ($D < C_0$) в момент времени $t = 25$ мкс. На рис. 2 показана разностная сетка в пластине (область I) и порошке (область II). Для удобства масштаб по оси y увеличен в 7 раз. На рис. 2 видно, что при $D < C_0$ на поверхности алюминиевой пластины образуется бугорок деформации, влияние которого распространяется на два ближайших слоя разностной сетки в порошке.

На рис. 3 показаны изолинии давления p , пористости m_1 и удельной тепловой энергии E_t . Сплошная горизонтальная линия (для p и E_t) соответствует контактной границе порошок — пластина в момент времени $t = 0$. Изобары на рис. 3 демонстрируют картину течения, формирующегося в расчетной области. Хорошо видны падающая ударная волна в порошке, слабая ударная волна, идущая от алюминиевой пластины, наблюдается также распространение возмущений по пластине. Распределение пористости показывает, что на

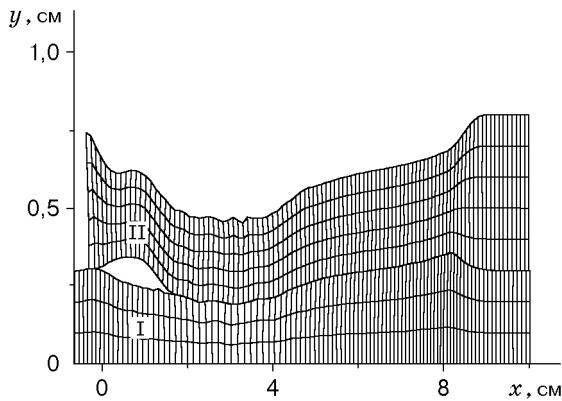


Рис. 2

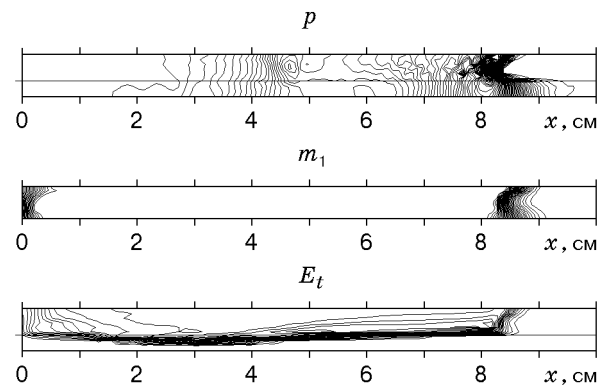


Рис. 3

большей части образца имеет место полное затекание пор. На левом крае не произошло компактирования порошка до плотности сплошного материала вследствие влияния волны разгрузки, приходящей с торцевой поверхности. Вдали от пластины сжатие порошка происходит в падающей ударной волне, идущей от взрывчатого вещества. Вблизи границы порошка с пластиной затекание пор происходит в слабой ударной волне, создаваемой бугорком, и происходит раньше, чем приходит ударная волна от продуктов детонации. Как видно на рис. 3 для E_t , это приводит к значительному уменьшению тепловой энергии E_t в порошке вблизи пластины. Толщина области пониженной тепловой энергии в порошке, полученная в расчетах, изменяется в пределах 0,18–0,27 см, что составляет 2–3 ячейки расчетной сетки. Эти значения хорошо согласуются с экспериментальными данными [11]. На указанной толщине значение E_t уменьшается от 34 Дж/г до 0. Отметим, что затекание пор и уплотнение порошка вблизи пластины до прихода ударной волны от продуктов детонации наблюдалось в экспериментах [4].

Рис. 4, 5 соответствуют расчету при скорости детонации $D = 0,6$ см/мкс, превышающей объемную скорость звука в пластине $C_0 = 0,535$ см/мкс. Разностная сетка (рис. 4), а также изолинии распределения давления p , пористости m_1 и удельной тепловой энергии E_t (рис. 5) приведены в момент времени $t = 25$ мкс.

В данном случае на поверхности пластины не наблюдается образование бугорка деформации (рис. 4) (для удобства масштаб по оси y увеличен в 10 раз). Это связано с тем, что угол наклона косо ударной волны в порошке достаточно мал. Поэтому, несмотря на то что волна сжатия в пластине опережает ударную волну в порошке, бугорок на поверхности контакта порошок — пластина не успевает образоваться до прихода косо ударной

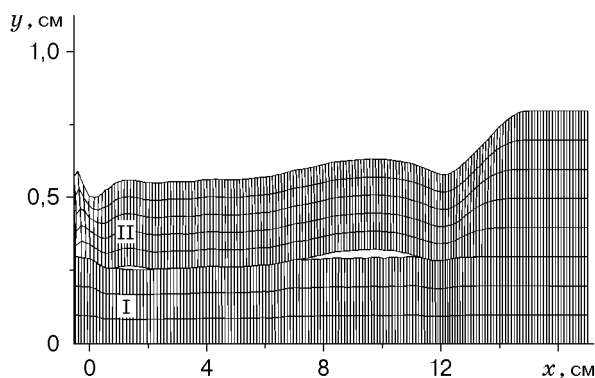


Рис. 4

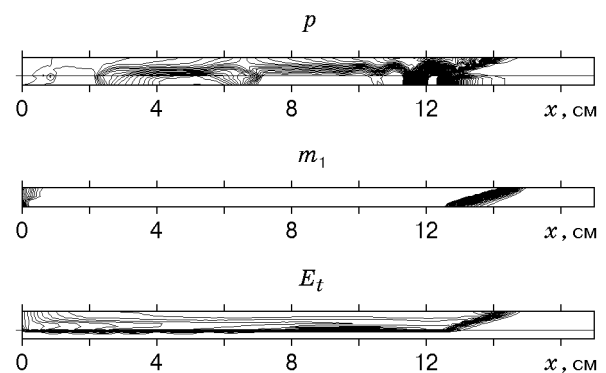


Рис. 5

волны. Изобары на рис. 5 показывают, что компактирование порошка происходит равномерно по всей толщине в падающей волне, идущей от взрывчатого вещества. При таком режиме течения вблизи центрального тела тепловая энергия E_t практически не уменьшается (видимое на рис. 5 резкое уменьшение E_t происходит на толщине порядка одной ячейки расчетной сетки и связано с использованием линейной интерполяции, применяемой при построении изолиний от нулевой (в пластине) до максимальной).

Размер бугорка деформации зависит от разности скоростей $C_0 - D$. С уменьшением скорости детонации бугорок увеличивается, однако это происходит до определенного значения скорости детонации. Так, при $D = 0,2$ см/мкс величина бугорка меньше, чем при $D = 0,36$ см/мкс. Такая зависимость объясняется уменьшением нагрузки на порошок при компактировании с меньшими скоростями, и, следовательно, воздействие со стороны пластины уменьшается.

Таким образом, в данной работе путем численного моделирования взрывного компактирования порошков в двумерной постановке показано, что при выполнении условия $D < C_0$ на поверхности пластины образуется бугорок деформации, приводящий к возникновению «холодного» слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kusubov A. S., Nesterenko V. F., Wilkins M. L., et al.** Dynamic deformation of powdered materials as a function of particle size // Proc. of the Intern. seminar on high energy working of rapidly solidified and high temperature superconducting materials, Novosibirsk (USSR), Oct. 10–14, 1988. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mech., 1989. P. 139–156.
2. **Костюков Н. А.** Двумерные ударно-волновые течения и структура порошковых компактов вблизи границы раздела с деформируемой преградой // Моделирование в механике. 1990. № 6. С. 76–102.
3. **Киселев С. П., Фомин В. М.** К вопросу об образовании холодного слоя частиц при взрывном компактировании порошков // Там же. С. 49–53.
4. **Костюков Н. А.** Поведение порошковых материалов в условиях двумерного ударно-волнового нагружения: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 1993.
5. **Киселев С. П., Фомин В. М.** О модели пористого материала с учетом пластической зоны, возникающей в окрестности поры // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 6. С. 125–133.
6. **Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах.** Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1992.
7. **Дунин С. З., Сурков В. В.** Эффекты диссипации энергии и влияние плавления на ударное сжатие пористых тел // ПМТФ. 1982. № 1. С. 131–142.
8. **Физика взрыва** / Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.
9. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212–264.
10. **Гулидов А. И., Шабалин И. И.** Численная реализация граничных условий в динамических контактных задачах. Новосибирск, 1987. (Препр. / Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР; № 12).
11. **Костюков Н. А.** Физические причины и механизмы образования пограничных зон при двумерном взрывном компактировании порошковых материалов // ПМТФ. 1991. № 6. С. 154–161.