

Автор выражает благодарность **А. М. Обухову** за внимание к работе, Ф. В. Должанскому за обсуждение результатов и В. М. Пономареву за помощь в спектральной обработке материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обухов А. М. Течение Колмогорова и его лабораторное моделирование // УМН.— 1983.— Т. 38, вып. 4.
2. Обухов А. М. Турбулентность и динамика атмосферы.— Л.: Гидрометеиздат, 1988.
3. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. Системы гидродинамического типа и их приложение.— М.: Наука, 1981.
4. Батчаев А. М. Экспериментальное исследование закритических автоколебательных режимов течения Колмогорова на цилиндрической поверхности // Изв. АН СССР. ФАО.— 1988.— Т. 24, № 8.
5. Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернотынский В. П. О конвективных течениях в ячейке Хеле-Шоу // ДАН СССР.— 1977.— Т. 235, № 3.
6. Путин Г. Ф., Ткачева Е. А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1979.— № 1.
7. Гак М. З. Лабораторное исследование автоколебаний в системе четырех вихрей // Изв. АН СССР. ФАО.— 1981.— Т. 17, № 2.
8. Плешанова Л. А. Колебания в системе четырех вихрей // Изв. АН СССР. ФАО.— 1982.— Т. 18, № 4.
9. Батчаев А. М. Экспериментальное исследование характеристик автоколебаний в системе четырех вихрей в слоях жидкости различной толщины // Изв. АН СССР. ФАО.— 1989.— Т. 25, № 4.
10. Должанский Ф. В. О влиянии внешнего трения на устойчивость плоскопараллельных течений однородной несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. ФАО.— 1987.— Т. 23, № 4.
11. Ломадзе С. О., Нестерова Т. Н., Смирнов А. С. Автоматизация экспериментальных работ в ИФА АН СССР.— М., 1987.— (Препр./ АН СССР, ИФА; № 2).
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
13. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы.— М.: Гостехиздат, 1948.

г. Москва

Поступила 6/III 1989 г.

УДК 532.516

К. Б. Кошелев, М. П. Стронгин

РАСЧЕТ ОТРЫВНОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ОБТЕКАНИЯ СФЕРЫ

В задачах технологии часто возникают проблемы нахождения коэффициентов сопротивления и теплообмена одиночной сферы при существенном отличии ее температуры от температуры натекающего газа. В химически реагирующих системах, кроме того, бывает необходимым детальное знание полей скоростей и температуры течения около частицы.

Обтеканию сферы однородным несжимаемым стационарным потоком посвящено значительное число работ (например, [1—4]). Эти исследования позволили выявить детальную картину течения, совпадающую с экспериментом в таких тонких параметрах, как угол отрыва вихря и длина рециркуляционной зоны за кормой. В последнее время делались попытки расчета неизотермической задачи [5], а также задачи обтекания испаряющейся капли при небольших коэффициентах массообмена [6]. Имеется большое количество работ по сверхзвуковому обтеканию сферы при больших числах Рейнольдса Re_∞ , значительная часть которых обсуждается в [7, 8]. Гиперзвуковое обтекание сферы при умеренных значениях Re_∞ рассматривается в [9], но эти расчеты носят методический характер в силу того, что для описания течения газа при рассматриваемых числах Рейнольдса и Маха, когда числа Кнудсена $Kn = M_\infty/Re_\infty > 0,1$, уравнения Навье — Стокса, вообще говоря, неприменимы. В работах по сверхзвуковому обтеканию сферы авторов обычно интересуют характеристики течения в лобовой части сферы, которые, в основном, определяют коэффициенты сопротивления и теплообмена и параметры ударной волны [10, 11]. Однако, как уже упоминалось, в случае реагирующих потоков горения характеристики течения за кормой сферы, в особенности в зоне отрывного течения, могут оказать определяющее влияние на параметры процесса.

© 1990 Кошелев К. Б., Стронгин М. П.

Рассматривается обтекание одиночной сферической частицы однородным на бесконечности (бессдвиговым) стационарным потоком газа при $Re_\infty \leq 200$ и $0 \leq M_\infty \leq 2$. При наличии испарения теплофизические параметры пара считаются идентичными с параметрами натекающего потока. Принимается двумерная осесимметричная постановка задачи. Для описания поведения потока используются уравнения Навье — Стокса. Выбирается сферическая система координат с началом в центре сферы.

Вдали от сферы при $r = R_\infty$ и $0 \leq \theta \leq \pi/2$ задаются значения невозмущенного потока

$$v_r = -\cos \theta, \quad v_\theta = \sin \theta, \quad T = 1, \quad p = 0.$$

За кормой сферы ($\pi/2 < \theta \leq \pi$) ставятся мягкие граничные условия

$$\partial v_r / \partial r = \partial v_\theta / \partial r = \partial T / \partial r = \partial p / \partial r = 0.$$

На осях $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ задаются условия осевой симметрии

$$v_\theta = \partial v_r / \partial \theta = \partial T / \partial \theta = \partial p / \partial \theta = 0.$$

На поверхности сферы при малых числах Кнудсена Kn используются обычные условия прилипания и постоянства температуры ($v_\theta = 0$, $T = T_w$), а при достаточно больших Kn ($Kn \geq 0,015$) — граничные условия проскальзывания и температурного скачка [12]:

$$(1) \quad v_\theta = 2,862 \frac{M_\infty}{Re_\infty} \sqrt{\frac{\gamma}{T}} \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v_\theta}{\partial r},$$

$$T - T_w = 1,47 \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \sqrt{\frac{\gamma}{T}} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial T}{\partial r}.$$

В случае если температура сферы равняется температуре кипения, условие непротекания $v_r = 0$ заменяется выражением

$$v_r = \frac{2B}{Re_\infty \alpha} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial T}{\partial r}$$

($B = C_{p_\infty} T_\infty \alpha / L$ — коэффициент массообмена, L — удельная теплота испарения, $\alpha = 1 - T_w$), характеризующим зависимость количества испаренного материала от теплового потока в сферу.

Принимается уравнение состояния идеального газа. Теплофизические свойства газа полагаются функциями от температуры и вычисляются с помощью программы расчета термодинамически равновесных состояний АСТРА-3 [13].

Используются общепринятые обозначения. Все переменные обезразмерены на свои значения в невозмущенном потоке. Исключение составляют относительное давление p и координата r , отнесенные соответственно к $\rho_\infty V_\infty^2$ и R_s — радиусу сферы. Число Рейнольдса определяется по диаметру сферы: $Re_\infty = 2\rho_\infty V_\infty R_s / \mu_\infty$. В дальнейшем будет употребляться также величина $Re_M = 2Re_\infty / (1 + \mu_w)$. Индексы ∞ и w относятся к значениям параметров в невозмущенном потоке и на поверхности сферы.

Для решения поставленной задачи используется метод расщепления по физическим процессам и пространственным направлениям. Стационарное решение вырабатывается путем установления. Разностная схема построена на основе неявных методов, изложенных в [7, 8]. В случае несжимаемого течения она подобна схеме из [7, с. 145]. Область интегрирования переводится в единичный квадрат преобразованиями $n = \log_{R_\infty} r$, $s = \theta / \pi$, в котором строится равномерная сетка. На ней конвективные члены заменяются разностями против потока второго порядка точности. Диффузионные члены и выражения типа $\text{grad } P$, $\text{div } \mathbf{v}$ аппроксимируются центральными разностями. Необходимо отметить, что из-за неравномерности сетки по переменной r присутствует схемная вязкость ε , определяемая выражением $\varepsilon = \rho |v_r| r \Delta r_{\text{min}}^2$. Все сеточные переменные, за исключением давления, определяются в узлах основной сетки.

Давление рассчитывается в узлах дополнительной сетки, сдвинутой относительно основной на полшага в обоих направлениях. Выбранный шаблон позволяет избавиться от необходимости определения в процессе вычислений величин завихренности и теплового потока на поверхности сферы.

Алгоритм вычислений на одном временном шаге $\tau = t_{k+1} - t_k$ разбивается на несколько этапов. За исключением последнего этапа разностная схема строится аналогично [8], т. е. с использованием метода расщепления по пространственным направлениям рассчитываются предварительные значения производных по времени от плотности потока и температуры $(\rho\mathbf{v})^*$, T^* . Конвективные и диссипативные члены в уравнениях движения и энергии учитываются неявно. Уравнение неразрывности, которое по пространственным переменным не расщепляется, чтобы избежать дополнительных ограничений на шаг по времени при M , близких к нулю, решается на заключительном этапе. Разностная схема для него принимает вид:

$$\begin{aligned} \rho' + \operatorname{div}(\rho\mathbf{v})^k + \tau \operatorname{div}(\rho\mathbf{v})' &= 0; \\ (\rho\mathbf{v})' - (\rho\mathbf{v})^* &= -\tau \operatorname{grad} p'; \end{aligned} \quad (2)$$

$$T' - T^* = -\tau(\gamma - 1) T^k \operatorname{div} \left[\frac{(\rho\mathbf{v})'}{\rho^k} \right], \quad \rho' T^k + \rho^k T' = \gamma M_\infty^2 p'. \quad (3)$$

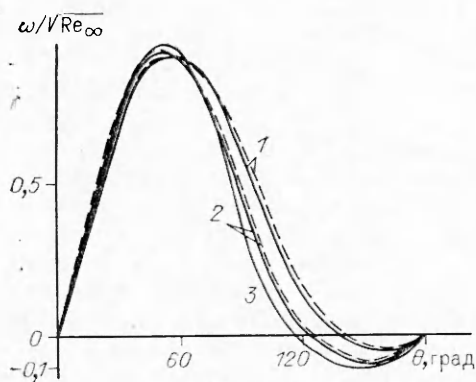
Штрих у переменной обозначает разностный аналог ее производной по времени. Полученное после преобразований уравнение относительно p' имеет вид

$$\begin{aligned} (4) \quad \frac{\gamma M_\infty^2 p'}{T^k \tau^2} - \operatorname{div}(\operatorname{grad} p') - (\gamma - 1) \rho^k \operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho^k} \operatorname{grad} p' \right) = \\ = \frac{-\operatorname{div}[(\rho\mathbf{v})^k + \tau(\rho\mathbf{v})^*] - \tau(\gamma - 1) \rho^k \operatorname{div}[(\rho\mathbf{v})^*/\rho^k] + \frac{\rho^k}{T^k} T^*}{\tau^2}. \end{aligned}$$

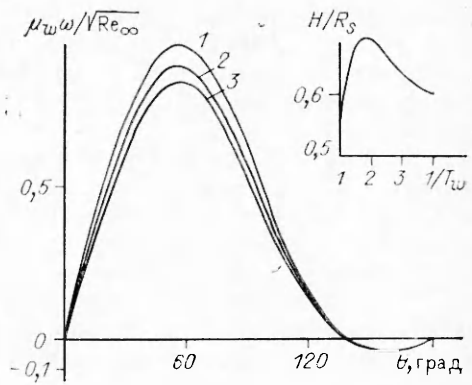
Построение разностного уравнения для p' около твердой поверхности производится аналогично методам из [7], использующих шахматную сетку, однако применяемый шаблон накладывает ограничение на приграничные пространственные шаги $\Delta r/r \leq \sqrt{2}\Delta\theta$. Оно для данной задачи необходимо из-за необходимости сгущения сетки по координате r вблизи сферы для точной аппроксимации значительных в этом направлении градиентов искомых величин. Уравнение (4) решается с помощью метода блочной симметричной релаксации, после чего из (2), (3) определяются $(\rho\mathbf{v})'$, T' .

С целью тестирования проведены расчеты обтекания сферы несжимаемой жидкостью на сетках различной мощности и с варьированием величины R_∞ . Удаление внешней границы более чем на 20 радиусов не приводит к сколько-нибудь заметному изменению параметров течения вблизи сферы. Число точек по углу N_θ изменялось от 31 до 61, а по радиусу N_r — от 61 до 151. При этом доля схемной вязкости во всех расчетах не превышала 1%. Получено, что сетка 101×31 дает вполне приемлемые результаты при $Re_\infty = 200$. Вычисления проводились до тех пор, пока не выполнялось условие $|p'| < 0,001$ во всей расчетной области. Установление достигалось за 80—300 шагов по времени в зависимости от начального приближения.

В целом результаты расчета несжимаемого обтекания хорошо совпадают с известными теоретическими и экспериментальными данными [1—4, 14]. Распределение завихренности $\omega = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)$ по поверхности сферы при $M_\infty = 0$ и $T_w = 1$ в сравнении с данными [7] (нанесены штриховой линией) приведены на рис. 1 (1—3 — $Re_\infty = 40; 100; 200$). Угол отрыва, полученный из численного решения с $Re_\infty = 200$, равен $62,5^\circ$, что также хорошо согласуется с данными [4].



Р и с. 1



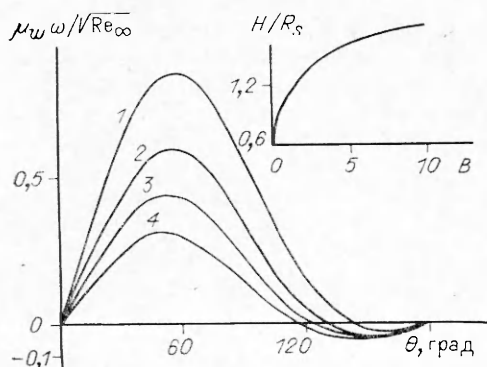
Р и с. 2

Сравнение рассчитанного коэффициента теплообмена при неизотермическом обтекании с аппроксимирующим выражением $Nu = 2 + 0,6 \cdot Re_M^{1/2} Pr^{1/3}$, приведенном в [15], дает разницу не более 5%. Таким образом, совпадение численных решений с опытными и теоретическими данными позволяет надеяться на адекватное описание течения в области, в которой экспериментальная информация отсутствует.

На рис. 2 представлены распределение завихренности по поверхности сферы для $Re_\infty = 40$, $M_\infty = 0$ при разных перепадах температур T_w и зависимость длины рециркуляционной зоны H от перепада температур (1–3 — $T_w = 0,5; 0,33; 0,25$). Зависимость угла отрыва от T_w очень слаба и не является монотонной. Аналогичная немонотонность, но значительно более ярко выраженная, проявляется также в зависимости длины вихря от перепада температур. Выборочная проверка влияния положения границы R_∞ и числа узлов сетки на длину вихря не привела к скольким-нибудь заметному изменению результатов.

На рис. 3 приведены распределение завихренности по поверхности сферы при $Re_\infty = 40$, $M_\infty = 0$, $T_w = 0,25$ и различных коэффициентах массообмена B (1–4 — $B = 0; 1; 3; 10$) и зависимость H от B . Как видно, с ростом B наблюдается существенное уменьшение вихревой напряженности и существенное увеличение длины вихря.

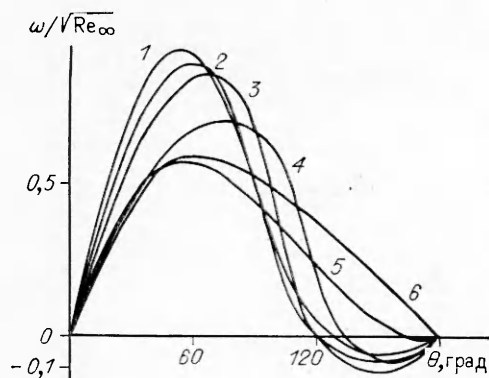
На рис. 4 представлен график распределения завихренности при $Re_\infty = 100$, $T_w = 1$ и $0 \leq M_\infty \leq 2$ (1–6 — $M_\infty = 0; 0,7; 0,9; 1,4; 1,5; 2,0$). С увеличением M_∞ при дозвуковом режиме натекания угол отрыва смещается вверх по течению, что находится в соответствии с замечаниями в [16]. При сверхзвуковом режиме натекания наблюдается обратный процесс уменьшения угла отрыва с ростом M_∞ . Поэтому утверждение [16] об увеличении угла отрыва с увеличением M_∞ , по-видимому, относится лишь к дозвуковому режиму натекания.



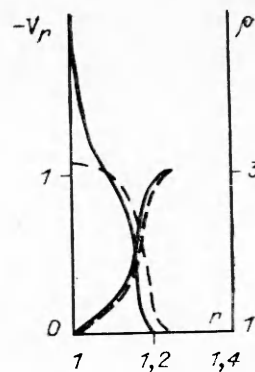
Р и с. 3

При $Re_\infty = 100$ и $M_\infty = 0,9$ наблюдается обширная местная сверхзвуковая зона, однако в отличие от случая обтекания сферы вязким газом, где сверхзвуковая зона появляется уже при $M_\infty = 0,6$ [9], при вязком обтекании с $Re_\infty = 100$ и $M_\infty = 0,7$ местной сверхзвуковой зоны не наблюдается, что, очевидно, связано с диссипативными эффектами.

Влияние граничных условий по температуре при сверхзвуковом режиме натекания на параметры ударной волны, вероятно, не слыш-



Р и с. 4



Р и с. 5

ком существенно, что следует из сопоставления результатов работы [10], в которой задается условие $\partial T/\partial r = 0$ на поверхности сферы, и данными расчетами с условием $T = T_w$. На рис. 5 представлено распределение скорости v_r и плотности ρ на оси $\theta = 0$ при $Re_\infty = 180$, $M_\infty = 2$. Штриховой линией нанесены данные [10].

Показано значительное влияние конечности K_p на размеры вихря и точку отрыва. Так, результат решения задачи с $Re_\infty = 100$ и $M_\infty = 1,5$ и стандартными условиями прилипания и постоянства температуры дает величины вихря и угла отрыва примерно в 2 раза большие, чем те, что получены при вычислениях с условиями (1). Следует отметить, что расчеты, проведенные для $K_p = 0,015 \dots 0,02$ с условиями прилипания приводят к значительному ($\approx 15\%$) расхождению с экспериментальными данными [17] по коэффициенту сопротивления. Введение же граничных условий (1) приводит к совпадению с результатами [17].

Таким образом, численное исследование показало существенное влияние испарения и K_p на параметры отрывной зоны. Отмечено также качественное изменение поведения вихря в зависимости от режима обтекания — увеличение его размеров при возрастании M_∞ от 0 до 1 и резкое уменьшение вихря при дальнейшем росте M_∞ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Hamielec A. E., Hoffman T. W., Ross L. L. Numerical solution of the Navier—Stokes equations for flow past spheres // *AICHE J.*— 1967.— V. 13, N 2.
2. Rimon Y., Cheng S. I. Numerical solution of a uniform flow over the sphere at intermediate Reynolds numbers // *Phys. Fluids.*— 1969.— V. 12, N 5.
3. Шепеленко В. Н. Обтекание сферы потоком вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // *ЧММСС.*— 1974.— Т. 5, № 3.
4. Cheng S. I. A critical review of a numerical solution of Navier—Stokes equations // *Lect. Not. Phys.*— 1975.— V. 41.— P. 78.
5. Sayegh N. N., Gauvin W. H. Numerical analysis of variable property heat transfer to a single sphere in high temperature surroundings // *AICHE J.*— 1979.— V. 25, N 4.
6. Ренкисбулут М., Юань М. С. Численное исследование испарения капель в высокотемпературном потоке // *Тр. Америк. о-ва пнж.-мех. Сер. С. Теплопередача.*— 1983.— № 2.
7. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред.— М.: Наука, 1984.
8. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики.— Новосибирск: Наука, 1981.
9. Бабаков А. В. Численное моделирование некоторых задач аэрогидродинамики.— М.: ВЦ АН СССР, 1986.
10. Ковеня В. М. Численное моделирование задач аэродинамики на основе метода расщепления: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук (01.02.05)/ИТПМ СО АН СССР.— Новосибирск, 1982.
11. Головачев Ю. П., Канайлова А. С. Численное исследование эффектов скольжения и скачка температур на поверхности сферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком // *ИФЖ.*— 1987.— Т. 53, № 3.
12. Коган М. Н. Динамика разреженного газа.— М.: Наука, 1967.

13. Трусов В. Г., Бадрак С. А., Туров В. П. и др. Автоматизированная система термодинамических данных и расчетов равновесных состояний // Математические методы химической термодинамики.— Новосибирск: Наука, 1982.
14. Taneda S. Studies of wake vortices, experimental investigation of wake behind a sphere at low Reynolds numbers // J. Phys. Soc. Jap.— 1956.— V. 11, N 10.
15. Lee Y. S., Chyon Y. P., Pfender E. Particle dynamics and particle heat and mass transfer in thermal plasmas. Pt II. Particle heat and mass transfer in thermal plasmas // Plasma Chem. and Plasma Proc.— 1985.— V. 5, N 4.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
17. Baily A. W., Hiatt J. Sphere drag coefficients for a broad range of Mach and Reynolds numbers // AIAA J.— 1972.— V. 10, N 11.

г. Барнаул

Поступила 15/VIII 1988 г.,
в окончательном варианте — 7/III 1989 г.

УДК 536.24:532.54

А. А. Желтоводов, Е. Г. Зауличный, В. М. Трофимов

РАЗВИТИЕ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕПЛООБМЕНА В УСЛОВИЯХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Исследования процессов теплообмена в различных турбулентных течениях представляют большой теоретический и практический интерес. К числу наиболее сложных и актуальных задач аэрогазодинамики можно с уверенностью отнести изучение турбулентных отрывных течений [1]. При сверхзвуковых скоростях потока определение интенсивности теплообмена в окрестности отрывных зон приобретает особую важность [2]. При существенных изменениях уровня турбулентности во внешнем потоке, в пристенных пограничных слоях и в оторвавшихся слоях смешения [3] методы, основанные на простых корреляциях параметров теплообмена с характерными давлениями, например [4—6], представляются достаточно ограниченными. Более перспективным кажется предложенный в [7] подход, основанный на использовании модели неравновесного пограничного слоя, в котором наряду с учитываемыми в рамках асимптотической теории [8] факторами сжимаемости, неизотермичности и другими рассматривается также влияние изменения интенсивности крупномасштабной турбулентности. Проведенные в [7] расчеты теплообмена в окрестности каверны хорошо совпадают с данными эксперимента, развитие такого подхода целесообразно применять и к другим условиям. С этой целью выполнены дополнительные экспериментальные исследования квазидвумерного отрыва в окрестности наклонных ступенек и уступов [9]. Выбранные геометрические конфигурации позволили проанализировать влияние последовательности взаимодействия турбулентного пограничного слоя со скачками уплотнения и волнами разрежения на интенсивность теплообмена. Привлечение обширной дополнительной информации, полученной для рассматриваемых ситуаций в [3, 10, 11] на основе использования в комплексе различных методов диагностики: визуализации предельных линий тока, оптических, пневмометрических измерений полей давлений и скорости, термоанемометрических измерений характеристик турбулентности,— позволило уточнить структуру течений и характерные физические процессы с целью обоснования развиваемой расчетной модели применительно к новым условиям.

Измерения теплообмена проводились в аэродинамической трубе с рабочим полем струи диаметром 304 мм внутри камеры Эйфеля при числах Маха набегающего потока $M_1 = 2, 3$ и 4. Диапазон изменения единичных чисел Рейнольдса $Re_1 = (30-94) \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, давления торможения $p^* = 200-1540 \text{ кПа}$, температуры торможения $T^* = 255-270 \text{ К}$.

Исследованные конфигурации представляли собой ориентированную против потока наклонную ступеньку (рис. 1, б) или обтекаемый в обратном направлении наклонный уступ фиксированной высоты $h = 6 \text{ мм}$ с углом отклонения грани $\beta = 25^\circ$. Расстояние от передней кромки пластины до вершины угла сжатия в случае ступеньки составляло 141 мм, а до вершины угла расширения на модели уступа — 150 мм. Отношение ширины модели к высоте препятствия $b/h = 20$. На расстоянии 6 мм от передней кромки пластины наклеивалась турбулизирующая полоска шириной 4 мм с высотой песочной шероховатости 0,2 мм. Толщина невозмущенного пограничного слоя перед зонами взаимодействия со скачком или волнами