

УДК 538.4

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ДВУХФАЗНОМ ТЕЧЕНИИ В МГД-ГЕНЕРАТОРАХ

И. М. Васенин, Т. В. Васенина\*, А. А. Глазунов\*

Томский государственный университет, 634050 Томск

\* Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050 Томск

Рассмотрена плоская задача о двухфазном монодисперсном течении продуктов сгорания смесевых твердых плазмообразующих топлив в проточной части фарадеевского МГД-генератора со сплошными электродами, включающей разгонное сопло, МГД-канал и диффузор. Для решения системы уравнений, описывающих двухфазное течение, разработан алгоритм на основе метода псевдоустановления. Численно исследуются газодинамические процессы в каналах установки типа "Памир-1". Показано, что в двухфазных течениях возможно безударное торможение сверхзвукового потока до скоростей, близких к равновесной скорости звука в двухфазной смеси и существенно меньших скорости звука в газе.

Ключевые слова: МГД-генератор, двухфазное течение, численное решение.

**Введение.** Анализ результатов экспериментальных и теоретических исследований показывает, что газодинамические процессы в импульсных МГД-генераторах (ИМГДГ) на смесевых твердых плазмообразующих топливах имеют пространственный характер. Даже в линейных ИМГДГ течение может быть неоднородным из-за различных значений пондеромоторной силы и неравномерного распределения частиц в поперечном сечении канала.

Исследование неоднородных течений плазмы в МГД-генераторах (МГДГ) проводилось в основном в рамках однофазной модели [1–5]. Имеется ряд работ [6–8], посвященных изучению некоторых аспектов двухфазных неоднородных МГД-течений. Отмечено, что при сильном МГД-взаимодействии в течении возможно образование ударных волн, которые существенно влияют на вольт-амперные характеристики МГДГ [4]. Такие режимы работы МГДГ и связанные с ними особенности двухфазных двумерных магнитогазодинамических течений в МГД-каналах до настоящего времени не изучались.

**Постановка задачи и исходная система уравнений.** Рассматривается плоское течение смеси низкотемпературной плазмы (газовая фаза) и монодисперсных частиц в газодинамическом тракте МГД-установки, включающей сопло Лавала, фарадеевский канал генератора со сплошными электродами и диффузор. Для описания двухфазного течения используется двухжидкостная модель сплошной среды [9], основные допущения которой для течения в соплах сформулированы в [10]. При исследовании двухфазного течения в МГДГ делаются дополнительные допущения [6, 11].

В ИМГДГ магнитное число Рейнольдса  $Re_m \ll 1$ , поэтому для расчета электромагнитных величин используется так называемое гальваническое приближение [6], в котором

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 01-01-00983).

пренебрегается индуцированным магнитным полем. Кроме того, считается, что у вектора индукции внешнего магнитного поля имеется только одна составляющая:  $\mathbf{B}(0, 0, B_Z(x))$ .

При указанных допущениях уравнения газовой фазы принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{F} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{G} = \mathbf{H},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ (e + P)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ (e + P)v \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_R \rho_s (u_s - u) + \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \left( B_Z (\beta v - u) - \frac{V(t)}{h(x)} \right) B_Z \\ C_R \rho_s (v_s - v) - \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \left( B_Z (v + \beta u) + \beta \frac{V(t)}{h(x)} \right) B_Z \\ C_\alpha \rho_s (T_s - T) + C_R \rho_s [u_s (u_s - u) + v_s (v_s - v)] - \\ - \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \left( B_Z (\beta v - u) - \frac{V(t)}{h(x)} \right) \frac{V(t)}{h(x)} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$P = \rho RT, \quad e = \rho (\varepsilon + (u^2 + v^2)/2), \quad \varepsilon = c_V T,$$

$$C_R = 18\eta(1 + 0,15 \text{Re}^{0,687})/(\rho_B d_s^2), \quad C_\alpha = 6\eta c_p(2 + 0,459 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33})/(\rho_B d_s^2 \text{Pr}),$$

уравнения конденсированной фазы имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_s u_s + \frac{\partial}{\partial y} \rho_s v_s = 0,$$

$$u_s \frac{\partial}{\partial x} u_s + v_s \frac{\partial}{\partial y} u_s = C_R (u - u_s), \quad u_s \frac{\partial}{\partial x} v_s + v_s \frac{\partial}{\partial y} v_s = C_R (v - v_s), \quad (2)$$

$$u_s \frac{\partial}{\partial x} T_s + v_s \frac{\partial}{\partial y} T_s = \frac{C_\alpha}{c_B} (T - T_s).$$

Здесь  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $\mathbf{V}(u, v)$ ,  $e$ ,  $\varepsilon$  — плотность, давление, температура, вектор скорости, полная энергия единицы объема, внутренняя энергия единицы массы газовой фазы соответственно (аналогичные параметры частиц отмечены индексом  $s$ );  $R$  — газовая постоянная;  $V(t)$  — напряжение на электродах;  $h(x)$  — расстояние между электродами;  $\sigma$  — электрическая проводимость;  $\beta$  — параметр Холла;  $c_V$ ,  $c_p$  — удельные теплоемкости газа при постоянных объеме и давлении соответственно;  $C_R$ ,  $C_\alpha$  — коэффициенты силового и температурного взаимодействия между газовой фазой и частицами [10];  $\eta$  — динамическая вязкость газовой фазы;  $\text{Re}$ ,  $\text{Pr}$  — числа Рейнольдса и Прандтля;  $\rho_B$ ,  $c_B$  — удельные плотность и теплоемкость вещества конденсированной фазы соответственно;  $d_s$  — диаметр частиц конденсированной фазы.

Повышенная проводимость низкотемпературной плазмы в ИМГДГ обеспечивается введением в плазмообразующие топлива присадок, содержащих щелочные металлы с пониженным потенциалом ионизации. Для такой плазмы в [2] получены следующие модельные зависимости:

$$\sigma = \sigma_1 \left( \frac{P}{P_1} \right)^{-0,5} \left( \frac{T}{T_1} \right)^{0,75} \exp \left[ \frac{I_e}{2} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_1} \right) \right], \quad \beta = \mu_{e1} \frac{P_1}{P} \left( \frac{T}{T_1} \right)^{0,5} |\mathbf{B}|, \quad (3)$$

где  $I_e$  — потенциал ионизации;  $\mu_e$  — подвижность электронов; индексом 1 отмечены некоторые масштабные значения параметров.

При сопротивлении внешней нагрузки  $R_H$  напряжение на электродах

$$V(t) = \left( - \int_0^L \frac{\sigma B_Z}{1 + \beta^2} (u - \beta v) a(x) dx \right) / \left( \frac{1}{R_H} + \int_0^L \left( \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \frac{a(x)}{h(x)} \right) dx \right),$$

где  $a(x)$  — расстояние между изоляторами;  $L$  — длина электродной зоны.

Для численного решения системы (1) стационарная подсистема уравнений газовой фазы заменяется на нестационарную добавлением соответствующих нестационарных членов  $\partial \mathbf{U} / \partial t$ , где  $\mathbf{U} = (\rho, \rho u, \rho v, e)^T$ . Для нестационарной подсистемы уравнений газовой фазы на входном сечении газодинамического тракта задавались расход, направление вектора скорости и энтропия, на стенках — условие непротекания. В выходном сечении течение считалось сверхзвуковым, поэтому граничные условия не задавались.

В силу характеристических свойств системы (2) граничные условия для конденсированной фазы ставились только на входе газодинамического тракта: скорость и температура частиц задавались из условия скоростного и температурного равновесия фаз, а плотность “газа” частиц принималась равной  $\rho_s = \rho Z / (1 - Z)$ , где  $Z$  — массовая доля конденсата.

Предполагалось, что жидкие частицы окислов металлов, попадая на контур канала, прилипают к стенкам и при охлаждении образуют на них тонкую пленку, которая не влияет на течение в основной части канала. В силу этого допущения отскок и движение частиц вдоль стенок не рассматривались.

В качестве начальных условий использовались значения параметров плазмы  $\rho$ ,  $\mathbf{V}(u, v)$ ,  $e$ , согласованные с граничными условиями и заданные таким образом, чтобы в МГД-канале уже в начальный момент времени течение было сверхзвуковым.

**Метод псевдоустановления для расчета двумерного стационарного двухфазного магнитогазодинамического течения.** При стремлении размеров частиц  $d_s$  к нулю коэффициенты взаимодействия  $C_R$ ,  $C_\alpha$  стремятся к бесконечности, что равносильно появлению малых параметров при производных в уравнениях (1), (2). Поэтому предлагаемый алгоритм решения уравнений (1) основан на сочетании неявной по правым частям разностной схемы [12] и метода С. К. Годунова [13]. Метод Годунова позволяет корректно рассчитывать ударные волны, а неявная по правым частям разностная схема — решать уравнения с малым параметром при производной.

Законы сохранения (1) в интегральной форме имеют вид

$$\oint \mathbf{U} dx dy + \mathbf{F} dy dt + \mathbf{G} dt dx = \iiint_V \mathbf{H} dx dy dt. \quad (4)$$

Правую часть (4) с точностью до членов  $\tau$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  можно записать в виде

$$\iiint_V \mathbf{H} dx dy dt \approx \Omega_{jk} \tau \mathbf{H}^{n+1},$$

где  $\Omega_{jk}$  — площадь ячейки;  $\tau$  — шаг интегрирования по времени.

Разностная схема расчета параметров  $(n + 1)$ -го слоя имеет вид

$$\rho^{n+1} = \rho^n + \Delta_\rho^n \tau / \Omega_{jk}; \quad (5)$$

$$\rho^{n+1}u^{n+1} = \rho^n u^n + \Delta_{\rho u}^n \tau / \Omega_{jk} + \left\{ B_Z \left( \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \right)^n \left[ B_Z (\beta^n v^{n+1} - u^{n+1}) - \frac{V(t)^n}{h(x)} \right] + C_R^n \rho_s (u_s - u^{n+1}) \right\} \tau; \quad (6)$$

$$\rho^{n+1}v^{n+1} = \rho^n v^n + \Delta_{\rho v}^n \tau / \Omega_{jk} - \left\{ B_Z \left( \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \right)^n \left[ B_Z (v^{n+1} + \beta^n u^{n+1}) + \beta^n \frac{V(t)^n}{h(x)} \right] + C_R^n \rho_s (v_s - v^{n+1}) \right\} \tau; \quad (7)$$

$$\rho^{n+1} \left[ c_V T^{n+1} + \left( \frac{u^2 + v^2}{2} \right)^{n+1} \right] v^{n+1} = \rho^n \left[ c_V T^n + \left( \frac{u^2 + v^2}{2} \right)^n \right] + \frac{\Delta_H^n \tau}{\Omega_{jk}} - \left\{ \left( \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \frac{V(t)}{h(x)} \right)^n \left[ B_Z (\beta^n v^{n+1} - u^{n+1}) - \frac{V(t)^n}{h(x)} \right] \right\} \tau - \left\{ C_\alpha^n \rho_s (T_s - T^{n+1}) + C_R^n \rho_s [u_s (u_s - u^{n+1}) + v_s (v_s - v^{n+1})] \right\} \tau, \quad (8)$$

где  $\Delta_\rho^n$ ,  $\Delta_{\rho u}^n$ ,  $\Delta_{\rho v}^n$ ,  $\Delta_H^n$  — суммарные потоки массы, проекций импульса, энтальпии через боковые грани ячейки, рассчитанные по схеме [13].

Последовательность расчета для момента  $t^{n+1}$  следующая:

- 1) по схеме распада разрыва рассчитываются потоки  $\Delta_\rho^n$ ,  $\Delta_{\rho u}^n$ ,  $\Delta_{\rho v}^n$ ,  $\Delta_H^n$ ;
- 2) из уравнения (5) вычисляется плотность  $\rho^{n+1}$ ;
- 3) путем совместного решения уравнений (6), (7) находятся  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$ ;
- 4) из уравнения (8) определяется температура  $T^{n+1}$ ;
- 5) из уравнения состояния определяется давление  $P^{n+1}$ .

При решении стационарных уравнений (2) используется схема метода характеристик, предназначенная для решения уравнений с малыми параметрами при производных [9]. Совместный расчет параметров плазмы и частиц методом псевдоустановления проводится в следующем порядке: 1) рассчитывается на установление подсистема уравнений (1); 2) с учетом полученных параметров плазмы решаются уравнения (2). Параметры частиц интерполируются на узлы расчетной сетки для газовой фазы.

Процесс повторяется до сходимости с заданной точностью интегрального параметра  $V(t)$ .

**Результаты расчетов двумерных двухфазных магнитогазодинамических течений.** Расчеты проводились в МГД-канале, моделирующем канал установки типа “Памир-1”. Исследовалось влияние на параметры течения индукции магнитного поля и сопротивления внешней нагрузки. При расчете  $\sigma$  и  $\beta$  по формуле (3) полагалось  $\sigma_1 = 55$  См/м,  $\mu_{e1} = 0,17$  Тл<sup>-1</sup>,  $T_1 = 2774$  К,  $P_1 = 3,86 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $I_e = 45\,300$  К [2]. Из-за большой плотности изолиний параметров потока в сопле при их построении область газодинамического тракта установки отображалась на прямоугольник.

Изобары безударного двухфазного течения при  $d_s = 4 \cdot 10^{-6}$  м,  $Z = 0,238$ ,  $B_Z = 3,5$  Тл,  $R_H = 0,025$  Ом приведены на рис. 1,а. При уменьшении сопротивления нагрузки до значения  $R_H = 0,0083$  Ом в течении возникает ударная волна (рис. 1,б).

Изолинии числа Маха в канале установки “Памир-1” для случая  $B_Z = 4$  Тл,  $R_H = 0,025$  Ом показаны на рис. 2. При значениях  $B_Z > 3,7$  Тл в канале возникает безударное дозвуковое течение. Тем не менее мощность установки при этих значениях индукции продолжает расти. На рис. 3 представлена зависимость мощности  $N$  МГДГ от индукции магнитного поля. Экспериментальные данные взяты из [2].

**Заключение.** При разработке сверхзвуковых МГД-генераторов необходимо реализовать в канале полностью сверхзвуковое течение, поскольку при торможении плазмы до

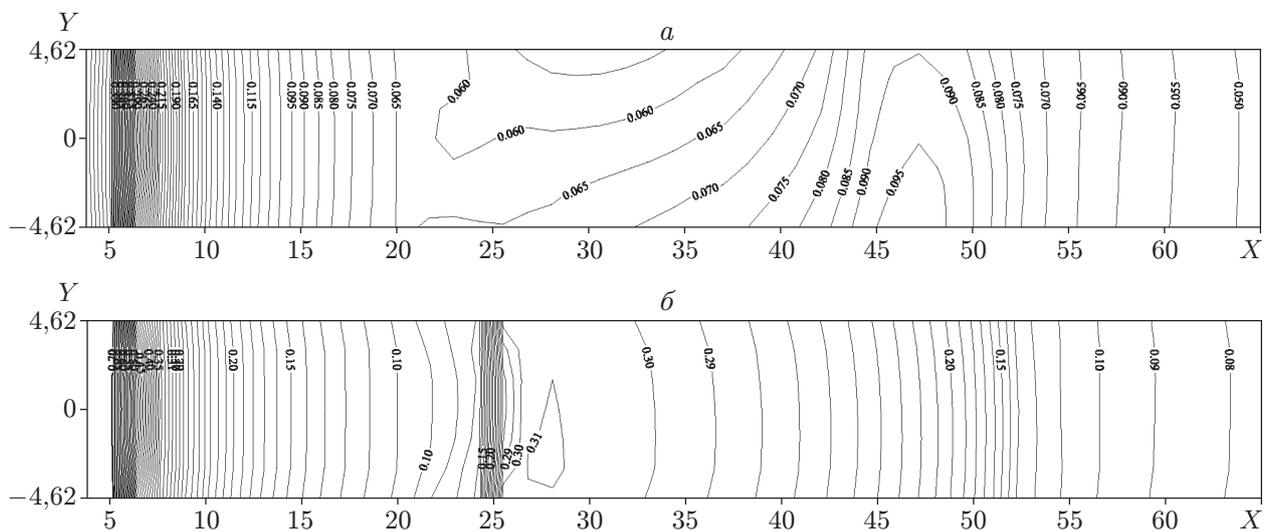


Рис. 1. Изобары при  $Z = 0,238$ ,  $B_Z = 3,5$  Тл:

$a$  —  $R_H = 0,025$  Ом;  $b$  —  $R_H = 0,0083$  Ом

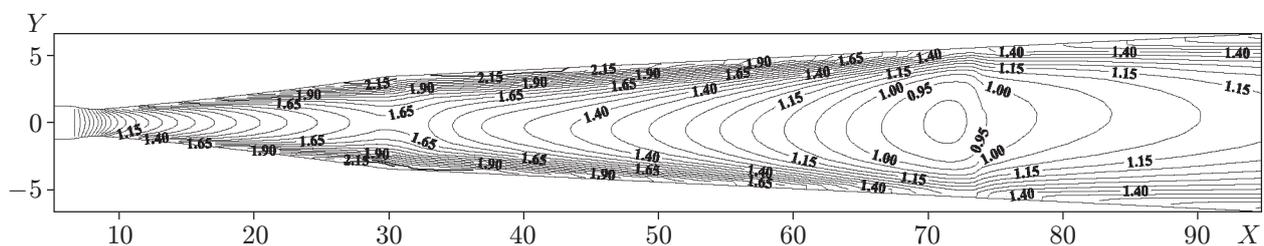


Рис. 2. Изолинии числа Маха при  $Z = 0,445$ ,  $B_Z = 4$  Тл,  $R_H = 0,025$  Ом

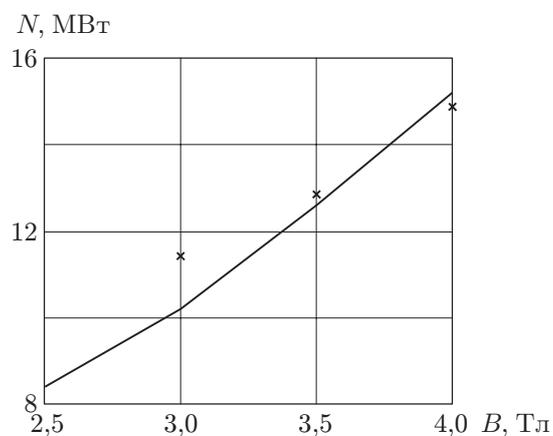


Рис. 3. Зависимость мощности от магнитной индукции установки типа “Памир-1” (точки — экспериментальные данные [2])

чисел Маха  $M < 1$  может возникнуть ударная волна, вызывающая отрыв пограничного слоя, в результате чего возрастает сопротивление канала и падает мощность МГДГ. Кроме того, отсутствует аппарат математического моделирования трансзвуковых двухфазных течений и, следовательно, отсутствует возможность конструирования генераторов со смешанным характером течения в канале.

В случае двухфазного течения при больших массовых долях конденсата в МГД-канале можно осуществить безударное торможение сверхзвукового потока до значений  $M \approx 0,8$ , за счет чего появляется возможность увеличения мощности и КПД генераторов, в которых в качестве рабочего тела используются продукты сгорания металлизированных топлив.

Следует также отметить, что повышению мощности ИМГДГ типа “Памир-1” препятствует отрыв пограничного слоя, который происходит при превышении некоторого критического значения параметра взаимодействия. Поэтому простым увеличением индукции магнитного поля повышения мощности установки добиться невозможно. Однако, как показали эксперименты [2], путем отсоса пограничного слоя отрыв можно ликвидировать.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Ватажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А.** Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970.
2. **Бреев В. В., Губарев А. В., Панченко В. П.** Сверхзвуковые МГД-генераторы. М.: Энергоатомиздат, 1988.
3. **Ватажин А. Б., Гуськов О. В., Копченков В. И., Лихтер В. А.** К проблеме торможения проводящего сверхзвукового потока в каналах магнитным полем // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1998. № 5. С. 169–181.
4. **Иванов В. А.** Численное исследование двумерного течения в канале фарадеевского МГД-генератора при сильном МГД-взаимодействии // Теплофизика высоких температур. 1992. Т. 30, № 2. С. 393–399.
5. **Алексеев Г. Ю., Битюрин В. А., Медин С. А.** Вторичные течения в каналах крупномасштабных МГД-генераторов. Канал с диагонально направленным магнитным полем // Теплофизика высоких температур. 1989. Т. 27, № 5. С. 1212–1219.
6. **Асиновский Э. И., Зейгарник В. А., Лебедев Е. Ф. и др.** Импульсные МГД-преобразователи химической энергии в электрическую / Под ред. А. Е. Шейндлина, В. Е. Фортова. М.: Энергоатомиздат, 1997.
7. **Бутов В. Г., Панченко В. П., Лунин А. П. и др.** Численное моделирование пространственных двухфазных течений в сверхзвуковых МГД-генераторах. М., 1990. (Препр. / Ин-т атомной энергии; № 5267).
8. **Васенин И. М., Глазунов А. А., Кувшинов Н. Е. и др.** Моделирование двухфазных течений в каналах и соплах // Изв. вузов. Физика. 1992. № 8. С. 71–82.
9. **Крайко А. Н., Стернин Л. Е.** К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами // Прикл. математика и механика. 1965. Т. 29, № 3. С. 418–429.
10. **Стернин Л. Е.** Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
11. **Васенин И. М., Глазунов А. А., Губарев А. В. и др.** Метод и комплекс программ “Канал” расчета одно- и двухфазных течений в сверхзвуковых МГД-генераторах. М., 1990. (Препр. / Ин-т атомной энергии; № 5014/12).
12. **Васенин И. М., Архипов В. А., Бутов В. Г. и др.** Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986.
13. **Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др.** Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.

*Поступила в редакцию 23/VIII 2002 г.,  
в окончательном варианте — 20/XII 2002 г.*