

УДК 532.3

## **Моделирование изменения характеристик разделения классификатора путем инъекции воды в аппарат**

**И.Г. Дик<sup>1</sup>, Е.В. Пикушак<sup>2</sup>, Л.Л. Миньков<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Университет Эрланген–Нюрнберг, Эрланген, Германия*

<sup>2</sup>*Томский государственный университет*

E-mail: Pikushchak@ftf.tsu.ru

На основе численного моделирования проведено исследование влияния дополнительной инъекции жидкости в классификатор на характеристики процесса разделения частиц. Показано, что увеличение скорости инжектируемой воды ведет к увеличению как зерна разделения, так и минимального значения функции сепарации. Изменение размера сопла инжектора при фиксированной скорости инжектируемой воды меняет лишь минимальное значения функции сепарации, оставляя неизменным зерно разделения.

**Ключевые слова:** классификатор, инъекция, седиментация, полидисперсная суспензия, взаимодействие частиц, численное моделирование.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Классификационные процессы в технике часто основаны на действии силы, направленной поперечно к основному потоку суспензии, пропускаемой через аппарат. Скорость частицы, вызываемая этой силой, тем выше, чем больше размер частицы. Следовательно, крупные частицы осаждаются на стенке быстрее, чем мелкие. В этом, собственно, и заключается классификационный эффект.

В реальных аппаратах (гидроциклоны, центрифуги) вследствие различных причин (неодинаковые условия на входе для разных частиц, сложность течений в аппарате, турбулентная диффузия частиц) улавливаются не только частицы с размером, большим некоторого критического, но и значительно меньшего.

В литературе рассматриваются различные способы активного воздействия на характеристики разделения классификационных аппаратов. Один из них связан с впрыском воды в аппарат через стенку в месте нежелательного скопления мелких частиц перед выводом их из аппарата [1–5]. Схематично один из способов впрыска воды через стенку в нижней части конуса гидроциклона показан на рис. 1.

Ожидается, что впрыск воды будет способствовать выносу мелких частиц из пограничного слоя стенки к оси, где частицы подхватятся восходящим течением и вынесутся через верхний слив. Таким образом, мелкие частицы не попадут в нижний слив, предназначенный для вывода крупного продукта.

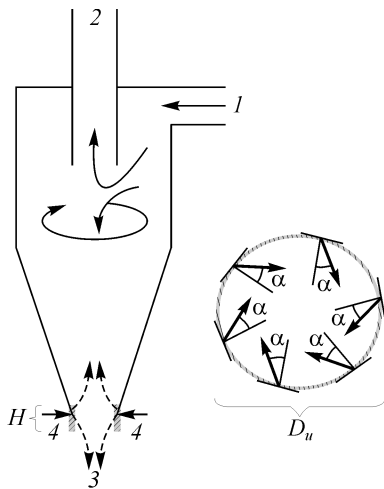


Рис. 1. Схема впрыска воды в нижней части конуса гидроциклона.

1 — входное сопло, 2 — верхний слив, 3 — нижний слив, 4 — инжектирующие сопла.

Очевидно, что характеристики впрыска (количество впрыскиваемой воды, мощность струй, участок впрыска и т. д.) должны быть оптимизированы. Кроме неизбежных, порой трудоемких экспериментов, моделирование процессов впрыска и его влияние на изменение характеристик разделения может оказаться полезным.

Модели, описывающие влияние инъекции воды на характеристики разделения дисперсного материала, в литературе до сих пор отсутствуют. Ниже рассматривается схематичный классификатор, типа гидроциклона.

При моделировании мы отказались от сложной гидродинамики центробежного классификатора, ограничившись описанием простейшего, но отражающего основные черты классификационного процесса скоростного поля. Внимание заостряется на наиболее существенных механизмах, определяющих процесс: седиментация частиц под действием центробежной силы, турбулентная диффузия частиц, направленная на выравнивание концентрационных полей и, специфично для рассматриваемой задачи, — дополнительная инъекция жидкости.

#### МОДЕЛЬ КЛАССИФИКАЦИОННОГО АППАРАТА

Рассмотрим классификационный аппарат [6, 7] (рис. 2), в который двухфазная смесь втекает слева с постоянной скоростью  $U_{inl}$  (жидкость с фракциями твердых частиц), а вытекает справа через верхнее и нижнее выходные отверстия. Каждая частица  $j$ -й фракции смещается, кроме того, вниз (седиментирует) с некоторой скоростью  $V_{s,j}$ , тем большей, чем крупнее частица из  $j$ -й фракции.

На участке длиной  $H$  непосредственно перед истечением суспензии из классификатора производится поперечная основному потоку инъекция воды таким образом, чтобы устремить частицы (в основном мелкие) от стенки вверх. Этого впрыска должно быть достаточно, чтобы “перебросить” мелкие частицы в верхнее выводное сечение. Но впрыск должен быть достаточно слабым, чтобы более крупные частицы все же были выведены через нижнее отверстие.

Система уравнений, описывающая изменение объемной концентрации частиц  $j$ -й фракции в таком классификационном аппарате, имеет вид

$$\frac{\partial U_{inl}(x) c_j}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (V_{s,j} + V_{in}) c_j - D \frac{\partial c_j}{\partial y} \right] = 0, \quad (1)$$

граничные условия:

$$(V_{s,j} + V_{in}) c_j - D \frac{\partial c_j}{\partial y} = 0 \text{ при } y = h,$$

$$V_{s,j} c_j - D \frac{\partial c_j}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0,$$

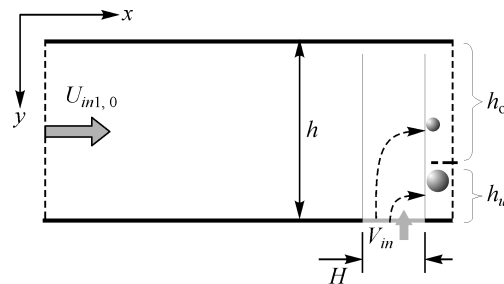


Рис. 2. Схема анализируемого классификационного аппарата с инъекцией воды.

условие на входе классификатора —  $c_j|_{x=0} = c_{j,0}$ .

### МОДЕЛЬ ИНЖЕКЦИОННОЙ СТРУИ

В рамках упрощенной модели инжекцию можно представить в виде затопленной струи [9, 10], натекающей на стенку. В упрощенном виде составляющую скорости вдоль инжекционной струи опишем линейной функцией координаты поперек основного течения в аппарате

$$V_{in}(y) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq L-H, \\ \left(-\frac{y}{h}\right)V_{in,0}, & L-H < x \leq L. \end{cases} \quad (2)$$

Компонента скорости вдоль оси аппарата восстанавливается с использованием (2) на основе уравнения неразрывности:

$$\frac{U_{inl}(x)}{U_{inl,0}} = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq L-H, \\ 1 + \frac{V_{in,0}}{U_{inl,0}} \left(\frac{x-(L-H)}{h}\right), & L-H < x \leq L. \end{cases} \quad (3)$$

### УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СКОРОСТЕЙ ОСЕДАНИЯ ЧАСТИЦ РАЗЛИЧНЫХ ФРАКЦИЙ

Скорость оседания частицы  $j$ -й фракции описывается в соответствии с моделью [11, 12], которая учитывает такие явления, как:

- 1) изменение свойств среды, в которой седиментируют отдельные частицы (изменение плотности и вязкости среды),
- 2) генерация течений крупными частицами вблизи собственной поверхности,
- 3) течение жидкости вследствие ее вытеснения потоком оседающей твердой фазы.

Результирующая формула дается уравнением:

$$V_{s,j} = V_{h,j} \left[ 1 + A(c)c_V^{1/3} \frac{f_e(d_j)}{d_j^2} - c_V \sum_{i=1}^n \left( 1 + A(c)c_V^{1/3} \cdot \frac{f_e(d_i)}{d_i^2} \right) \frac{d_i^2}{d_j^2} \Delta m_i \right], \quad (4)$$

где  $\Delta m_i = c_i/c_V$  — относительная объемная доля частиц  $i$ -й фракции,

$V_{h,j} = V_{St,j} (1 - c_V)(1 - c_V/0,6)^{1,5}$  — скорость стесненного оседания частицы в поли-

дисперсной суспензии,  $f_e(d_j) = \left( \sum_{d_i > \beta d_j}^n d_i^6 \Delta m_i \right)^{1/3}$  — функция увлечения,

$A(c_V) = 2,5c_V^{2/3} \exp(-[5c_V]^3)$  — поправочная функция, полученная экспериментально. Здесь  $c_V$  — общая объемная концентрация твердой фазы,  $\beta$  — параметр, характеризующий размер частицы, которая может увлекать более мелкие частицы,

$V_{St,j} = b \frac{gd_j^2}{18\mu_L} (\rho_p - \rho_L)$  — Стоксова скорость оседания частицы,  $b$  — центробежное

число (отношение центробежного ускорения к гравитационному),  $g$  — гравитационное ускорение,  $\mu_L$  — вязкость жидкости,  $\rho_p$  — плотность твердой фазы,  $\rho_L$  — плотность жидкости.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕПАРАЦИОННОЙ КРИВОЙ

Пусть ширина верхнего выходного отверстия будет  $h_0$  (см. рис. 2), тогда

$$h_u = h - h_0 \text{ — ширина нижнего выходного отверстия. Отношение } S = \frac{\int_{h_0}^{h_u} U_{\text{inl}}(x, y) dy}{\int_{h_0}^h U_{\text{inl}}(x, y) dy}$$

называется сплит-параметром. Если инъекции нет, то  $U_{\text{inl}}(x) = U_{\text{inl},0}$ ,  $S_0 = \frac{h_0}{h_u}$ , и его значение составляет обычно порядка 10.

Поток частиц  $j$ -й фракции через нижнее и верхнее отверстия, соответственно, определяются следующими функциями:

$$R_{\text{un},j} = \int_{h_0}^{h_u+h_0} U_{\text{inl}}(L) c_j(L, y) dy, \quad (6)$$

$$R_{\text{ov},j} = \int_0^{h_0} U_{\text{inl}}(L) c_j(L, y) dy. \quad (7)$$

Эти функции характеризуют степень разделения частиц каждой из фракций. Крупные частицы большей частью проходят через нижний слив, мелкие — через верхний.

Сепарационная функция, показывающая долю частиц данной  $j$ -й фракции, отводимую через нижнее отверстие, в соответствии с моделью разделения [1] будет

$$T(d_j) = \frac{R_{\text{un},j}}{R_{\text{un},j} + R_{\text{ov},j}}. \quad (8)$$

Функцию разделения и процесс классификации характеризуют, в основном, следующие параметры:

а) доля мелких частиц в потоке крупных, выгружаемых через нижний слив классификатора (определяется значением сепарационной функции для самой мелкой фракции,  $T_0$ ),

б) параметр  $d_j^{[50]}$  — диаметр разделения частиц, поступающих на 50 % в нижний слив (так называемое зерно разделения),

в) острота разделения  $Q$ , которая определяется отношением диаметров частиц, соответствующих значениям сепарационной функции 0,25 и 0,75:

$$Q = \frac{d_j^{[25]}}{d_j^{[75]}}. \quad (9)$$

### БЕЗРАЗМЕРНЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ

При решении поставленной задачи использовались следующие безразмерные переменные:

$$\theta_j = \frac{c_j}{c_{j0}}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad \xi = \frac{x}{x_*}, \quad \varphi_j = \frac{d_j}{d_m}, \quad W_{s,j} = \frac{V_{s,j}}{V_{St,m}}, \quad W_{in} = \frac{V_{in}}{V_{St,m}},$$

и масштабные величины:

$V_{St,m}$  — скорость оседания частицы по Стоксу,  $h$  — высота классификатора,

$$x_* = \frac{h^2 U_{inl,0}}{D}, \quad L — \text{длина классификатора.}$$

В качестве исходной функции распределения частиц по размерам была выбрана функция вида

$$Q_s = 1 - \exp(-\varphi^m),$$

где для параметра, характеризующего остроту разделения частиц по размерам в суспензии, взято  $m = 1,7$  (кривая 1 на рис. 3).

При указанном выборе безразмерных переменных решение исходной задачи

будет определяться: параметром Пекле —  $Pe_m = \frac{hV_{St,m}}{D}$ , который характеризуется

высотой классификатора, скоростью Стокса для масштабной частицы и коэффициентом турбулентной диффузии; отношением скорости инъекции к скорости

Стокса для масштабной частицы —  $W_{in0} = \frac{V_{in,0}}{V_{St,m}}$ ; шириной отверстия для допол-

нительной инъекции жидкости —  $H_{in} = \frac{H}{x_*}$ .

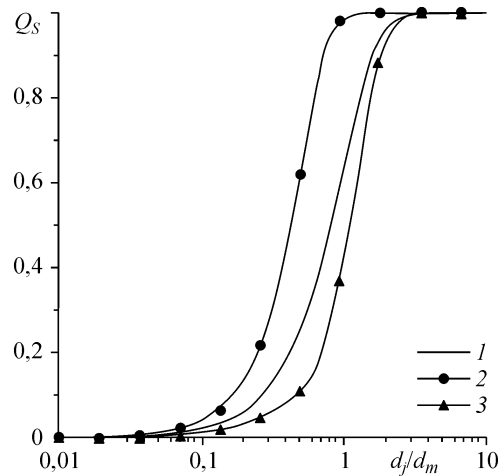
Кроме того, имеется еще параметр — безразмерная длина классификатора  $\bar{L} = \frac{L}{x_*}$ . Как правило, профили концентраций всех фракций устанавливаются

задолго до достижения места расположения инжектора. Поэтому значение  $\bar{L}$  не входит в число параметров, определяющих процесс классификации.

При численном анализе задачи подбор параметров производился так, чтобы было возможно, хотя бы качественно, сравнивать результаты расчетов с экспериментальными данными по классификации в гидроциклонах [1–6].

Выберем в качестве размера масштабной частицы (песок) в суспензии  $d_m = 10 \cdot 10^{-6}$  м. Вместо седиментационной скорости такой частицы в поле гравитации  $10^{-4}$  м/с нужно взять в  $b = 2w_{tg}^2 / hg$  раз

Рис. 3. Функция распределения частиц по размерам (кривая 1 — исходная, в центре верхнего (2) и нижнего (3) сливов),  $W_{in} = 1$ ,  $c_{v0} = 0,04$ .



большую величину. Здесь тангенциальная скорость в гидроциклоне может быть оценена [13] как  $w_{\text{tg}}^2 = 2\Delta p / \rho_L$ . Высоту (диаметр) классификатора примем для оценки  $h = 0,05$  м. При входном давлении  $\Delta p = 1,0$  бар получаем оценку для центробежного числа  $b = 800$ . Соответственно, для скорости седиментации масштабной частицы получим  $V_{\text{St},m} = 0,08$  м/с.

Коэффициент турбулентной диффузии  $D$  можно оценить [13] по формуле  $D \approx 6 \cdot 10^{-3} h w_{\text{tg}}^2 \approx 4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Это приводит к оценке  $Re_m = \frac{h V_{\text{St},m}}{D} = 10$ .

Оценку  $H_{\text{in}}$  сделаем, считая отношение полной площади сечений впрыскивающих струй к площади цилиндрической части гидроциклона равным 0,04 и отношение характерной скорости седиментации (0,08 м/с) к характерной осевой скорости (по порядку величины равной 1 м/с, [14]) равным 0,08, а также количество инжектируемой жидкости порядка 1 % от основного расхода. Тогда

$$H_{\text{in}} = \frac{H}{h^2 U_{\text{inl},0}} = \left( \frac{H}{h} \right) \left( \frac{D}{V_{\text{St},m} h} \right) \left( \frac{V_{\text{St},m}}{U_{\text{inl},0}} \right) = 0,0016. \text{ При этих же значениях скоростей и}$$

$$\text{размеров получим оценку для } W_{\text{in},0} = \left( \frac{U_{\text{in},0}}{V_{\text{St},m}} \right) = 12,5.$$

На рис. 3 изображены функции распределения частиц по размерам дисперсного материала верхнего (2) и нижнего (3) выводных отверстий, вычисленные в условиях отсутствия инъекции. Кривые характеризуют классификационный эффект исследуемого модельного аппарата.

Имея распределение частиц по размерам, можно, используя зависимости (6), (7), (8), вычислить функцию разделения  $T$ . Изменение параметров аппарата  $S$  и  $Re_m$  ведет к изменению сепарационной кривой, что изучено в [7, 8]. Ниже мы, зафиксировав эти параметры  $S = 9$  и  $Re_m = 10$ , будем изучать влияние инъекции, т. е. параметров скорости инъекции  $W_{\text{in},0}$  и ширины отверстия для инъекции жидкости  $H_{\text{in}}$ , на классификационные характеристики аппарата.

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ И ИХ СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ. ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНЖЕКЦИИ ЖИДКОСТИ В КЛАССИФИКАТОР

Влияние скорости инъекции жидкости на процесс классификации в аппарате проиллюстрировано на (рис. 4, *a-c*).

Показано изменение сепарационной кривой при изменении скорости инжектируемой воды для трех различных концентраций подаваемых в аппарат суспензий. При этом считается, что ширина сечения инжектора во всех случаях одна и та же.

Общим для всех трех суспензий является уменьшение  $T_0$  и увеличение  $\varphi_j^{[50]} = d_j^{[50]} / d_m$  по мере увеличения скорости инъекции. При этом острота разделения возрастает.

Графически зависимость характеристик классификации от скорости инжектируемой воды представлена на рис. 5. Показанное поведение характеристик качественно объяснимо, если принять во внимание принятые в модели механизмы воздействия инъекции на распределение частиц различных фракций твердой фазы поперек канала на выходе из аппарата.

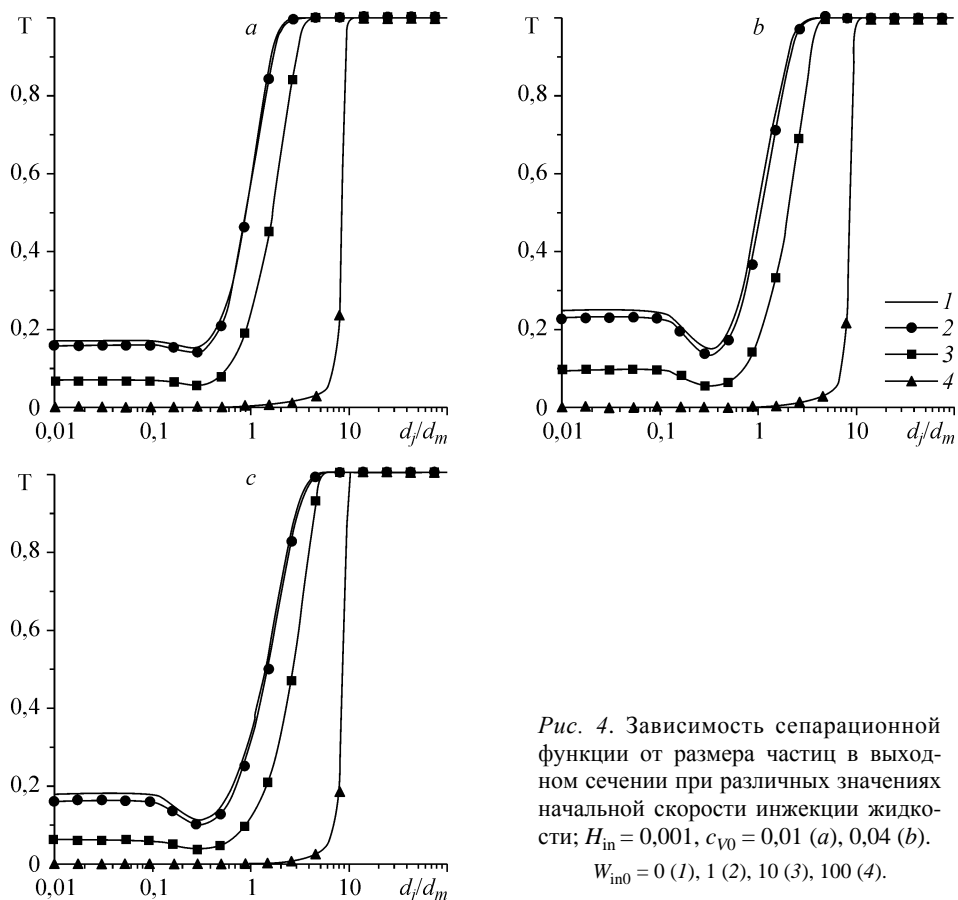


Рис. 4. Зависимость сепарационной функции от размера частиц в выходном сечении при различных значениях начальной скорости инъекции жидкости;  $H_{in} = 0,001$ ,  $c_{v0} = 0,01$  (a),  $0,04$  (b).  $W_{in0} = 0$  (1), 1 (2), 10 (3), 100 (4).

Рассмотрим случай очень разреженной суспензии, когда каждая фракция оседает под действием поперечно направленной силы независимо от остальных. Дополнительно предположим сечение инжектора  $H$  достаточно большим.

Для длинного аппарата изменение концентрации вдоль оси  $x$  на некотором расстоянии от входа исчезает [6, 7], а распределение концентрации частиц в поперечном направлении описывается уравнением, вытекающим из (1):

$$(V_{s,j} + V_{in}) c_j - D \frac{dc_j}{dy} = 0. \quad (10)$$

Решение уравнения (10) может быть дано как

$$\ln \frac{c_j(y)}{c_j(0)} = \frac{V_{s,j}}{D} y - \frac{1}{D} \int_0^y V_{in}(s) ds. \quad (11)$$

Видно, что правая часть может менять знак.

В рамках принятой модели инъекционной струи (2) получим

$$\ln \frac{c_j(y)}{c_j(0)} = \frac{V_{s,j}}{D} y - \frac{V_{in,0}}{Dh} \frac{y^2}{2}. \quad (12)$$

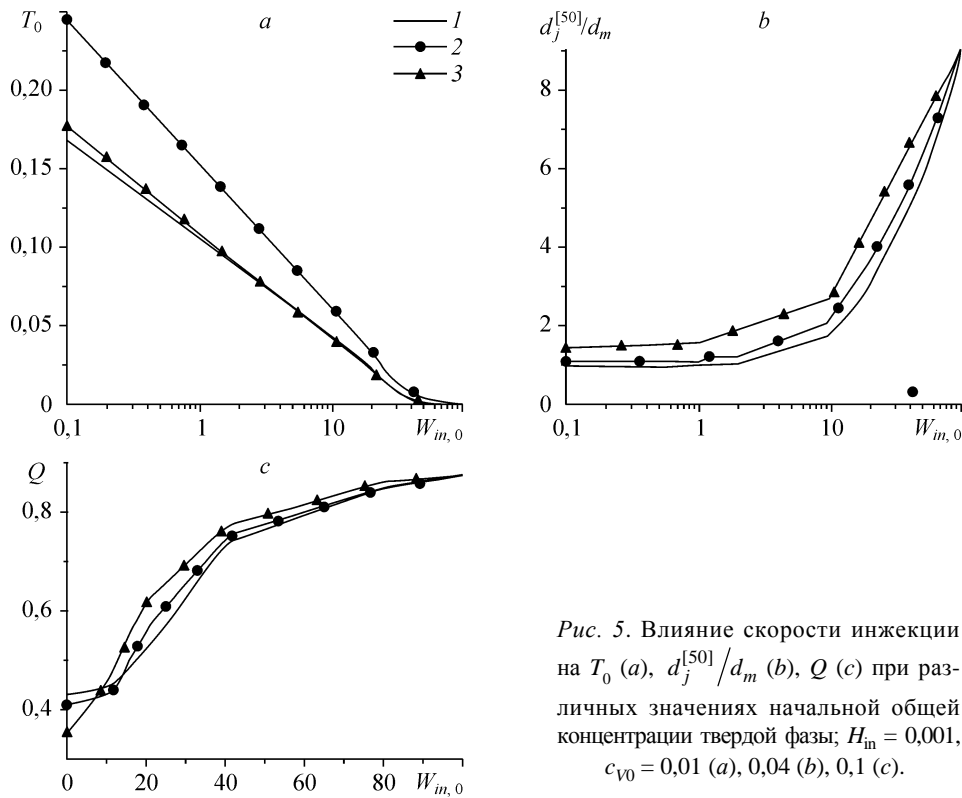


Рис. 5. Влияние скорости инжекции на  $T_0$  (a),  $d_j^{[50]}/d_m$  (b),  $Q$  (c) при различных значениях начальной общей концентрации твердой фазы;  $H_{in} = 0,001$ ,  $c_{v0} = 0,01$  (a), 0,04 (b), 0,1 (c).

Максимум кривой  $c_j(y)$  в точке  $\frac{y}{h} = \frac{2V_{s,j}}{V_{in,0}}$  будет находиться внутри аппарата,

если  $2V_{s,j} < V_{in,0}$ . Ясно, что чем мельче частицы, тем дальше максимум будет отдален от нижней стенки аппарата.

Примеры распределения концентрации частиц различных размеров в аппарате показаны на рис. 6. Поскольку основная масса частиц под действием инжекции перемещается в сторону верхнего выходного отверстия, все меньшая часть частиц

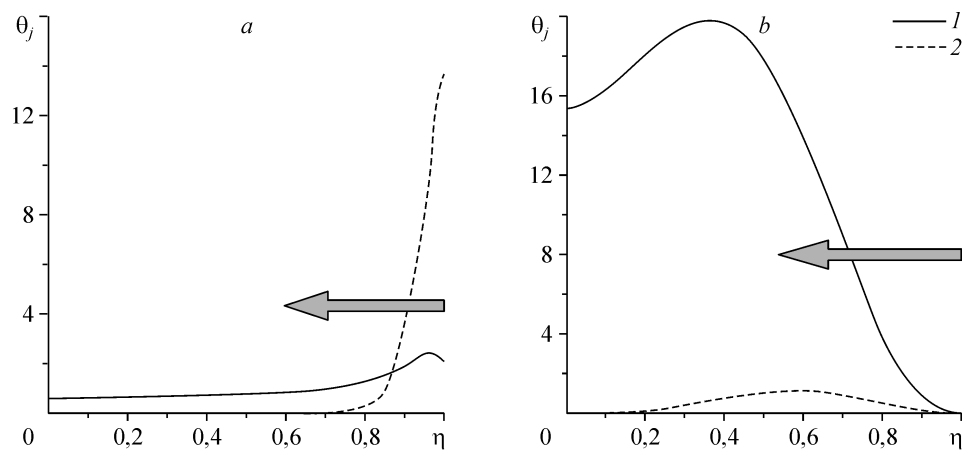


Рис. 6. Распределение концентрации частиц различных фракций по поперечной координате при различных значениях скорости инжекции;  $H_{in} = 0,001$ ,  $c_{v0} = 0,04$ ,  $W_{in,0} = 1$  (a), 100 (b).

Стрелкой указано направление инжекции (от нижней стенки),  $d_j/d_m = 0,06$  (1), 2,0 (2).



будет выводиться через нижнее выводящее отверстие. Соответственно, вся кривая разделения сдвигается вправо и вниз по мере увеличения инъекционной скорости.

Оценим влияние скорости инъекции на характеристики классификации. Для этого оценим интеграл (6), используя значение концентрации при  $y = 0$ , а интеграл (7) — по концентрации при  $y = h$  и воспользуемся уравнением (8).

Для сепарационной кривой получим

$$T(d_j) = \frac{1}{1 + S \exp\left[-\frac{h}{D}(V_s(d_j) - 0,5V_{in,0})\right]}. \quad (13)$$

При  $d_j \rightarrow 0$  из (13) вытекает

$$T(0) = \frac{1}{1 + S \exp\left[\frac{h}{2D} V_{in,0}\right]}, \quad (14)$$

которое убывает с ростом скорости инъекции.

Исходя из (13), можно, приравняв правую часть к 0,5, оценить величину зерна разделения  $d^{[50]}$  из уравнения  $V_s(d^{[50]}) = 0,5V_{in,0} + \frac{D}{h} \ln S$ . Обозначив значение размера зерна разделения при отсутствии инъекции через  $d^{[50]}(0)$ , получим соотношение

$$\frac{d^{[50]}}{d^{[50]}(0)} = \sqrt{1 + \frac{h}{2D \ln S} V_{in,0}}. \quad (15)$$

Аналогичным образом, определяя из (13)  $d_j^{[25]}$  и  $d_j^{[75]}$ , можно вычислить их отношение и тем самым остроту разделения:

$$Q = Q_0 \sqrt{\frac{1 + \frac{hV_{in,0}}{2D} \frac{1}{\ln(S/3)}}{1 + \frac{hV_{in,0}}{2D} \frac{1}{\ln(3S)}}}, \quad (16)$$

где  $Q_0 = \frac{\ln(S/3)}{\ln(3S)}$  — острота разделения в отсутствии инъекции.

При малых  $V_{in,0}$  получается выражение  $Q = Q_0 \left[ 1 + \frac{hV_{in,0}}{4D} \left( \frac{1}{\ln(S/3)} - \frac{1}{\ln(3S)} \right) \right]$ ,

т. е. острота разделения растет при увеличении скорости инъекции. При больших  $V_{in,0}$  острота разделения стремится к конечному пределу  $\sqrt{Q_0} < 1$ .

Уравнения (14), (15) и (16) отражают влияние скорости инъекции на характеристики сепарационной кривой. Они выведены в предположении низкой концентрации суспензии и достаточно широкой щели для инжектируемой воды.

Если подаваемая суспензия концентрирована, то необходимо учитывать взаимодействие частиц между собой и, в частности, взаимодействие частиц разного размера. Это приводит к немонотонности кривых разделения, к так называемому “fish-hook”-эффекту [8]. Это явление, вызванное ускорением мелких частиц

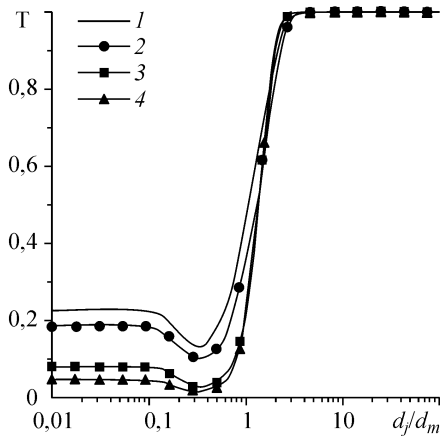


Рис. 7. Зависимость сепарационной функции от размера частиц в выходном сечении при различных значениях размера отверстия для дополнительной инъекции жидкости;  $W_{in0} = 1$ ,  $c_{v0} = 0,04$ .

$H_{in} = 0,001$  (1), 0,005 (2), 0,05 (3), 0,1 (4).

крупными [8, 12], можно видеть на рис. 4, *b* и *c*, где отражен расчет классификации достаточно плотных суспензий. Инъекция меняет гранулометрический состав суспензии. Мелкие частицы полностью вытесняются из зоны нижнего выводного отверстия и “fish-hook”-эффект становится незаметным.

#### ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА ОТВЕРСТИЯ ДЛЯ ИНЖЕКЦИИ ЖИДКОСТИ В КЛАССИФИКАТОР

Другим параметром инъекции является размер  $H$  отверстия, через которое она осуществляется. Зафиксировав скорость инжектируемой жидкости, будем варьировать параметр  $H$ . Заметим, что эффективное увеличение  $H$  может происходить и не за счет увеличения диаметра инжектирующих сопел, а за счет увеличения их количества (см. рис. 1).

Увеличение размера отверстия для инъекции (рис. 7) приводит к тому, что содержание мелких частиц в нижнем сливе классификатора снижается, а размер зерна разделения почти не изменяется. Последнее понятно, т. к.  $d_j^{[50]}$  определяется в первую очередь равновесием скорости седиментации частиц и скоростью инжектируемой воды. Значение же  $T_0$  зависит от количества вынесенного мелкого материала из зоны нижнего выводного отверстия, что в свою очередь пропорционально количеству инжектируемой воды.

В экспериментах и практике [3–5] считают количество инжектируемой воды основным параметром, определяющим эффективность инъекции. При этом на практике, как правило, увеличение количества инжектируемой воды производится посредством увеличения скорости этой воды. В свете представленных расчетов эффект от увеличения объема инжектируемой воды зависит от способа увеличения.

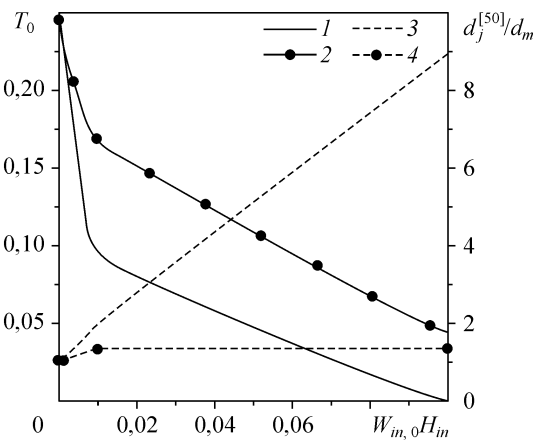


Рис. 8. Зависимость  $T_0$ , при изменениях  $W_{in0}$  (1) и  $H_{in}$  (2), а также  $d_j^{[50]}$ , при изменениях  $W_{in0}$  (3) и  $H_{in}$  (4) от объема инжектируемой жидкости при  $c_{v0} = 0,04$ .

На рис. 8 показано изменение характеристик сепарационной кривой в зависимости от количества инжектируемой воды при двух указанных способах его изменения. Видно, что такая характеристика, как  $T_0$ , качественно одна и та же при обоих способах изменения  $Q_{in} = W_{in,0} H_{in}$ , хотя и меняется количественно при смене способа изменения управления через изменение объема инжектируемой воды. В то же время  $d^{[50]}$  качественно зависит от того, как менялось  $Q_{in}$ .

#### СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАМИ

Попытки регулирования характеристик классификации гидроциклонов способом инжектирования дополнительной воды вблизи нижнего выводного отверстия неоднократно описывались в технической литературе [1–6]. Как правило, описания ограничиваются отдельными, конкретными конструкциями инжекторов и единичными измерениями, свидетельствующими о существенном влиянии инъекции на сепарационную кривую. В подавляющем числе случаев варьируется количество инжектируемой воды за счет изменения скорости ее подачи. Систематических измерений немного. Так, в [1] приводится зависимость для зерна разделения в виде  $d^{[50]} \propto W_{in,0}^{0,6}$  для доли впрыскиваемой воды от 5 до 20 % от основного потока. При этом доля твердой фазы, выводимая через верхнее отверстие, увеличивается, а через нижнее уменьшается примерно втрое. Заметим, что при высокой скорости инъекции из (14) следует пропорциональность размера зерна разделения корню квадратному из скорости инжектируемой воды.

В работах [5, 6] изучалось влияние инъекции на характеристики 100 мм гидроциклона. Предложены эмпирические формулы, отражающие факты увеличения  $d^{[50]}$  и уменьшения  $T_0$  с увеличением скорости инъекции. Экспериментальные данные относительно зерна разделения можно описать зависимостью  $d^{[50]} \propto W_{in,0}^{1,1}$ , которая несколько чувствительнее той, что получена в результате аппроксимации расчетов по теоретической модели  $d^{[50]} \propto W_{in,0}^{0,66}$ . Последняя зависимость хорошо коррелирует с эмпирической формулой из [1] с показателем степени, равным 0,6.

Экспериментальную зависимость минимального значения сепарационной кривой от скорости инъекции [5] можно приблизительно описать формулой  $T_0 \propto W_{in,0}^{-0,82}$ , в то время, как расчеты дают соотношение  $T_0 \propto W_{in,0}^{-0,5}$ . При этом аналитическая зависимость (13) предсказывает экспоненциальное падение  $T_0$  от  $W_{in,0}$ .

Заметим еще, что теоретическая зависимость (16) верно передает и рост скорости разделения с увеличением скорости инъекции, измеренной в работах [5, 6].

Таким образом, предложенная модель качественно отражает известные из литературы факты изменения сепарационных кривых в классификаторах гидроциклонного типа при инъекции дополнительной воды в аппарат.

## ВЫВОДЫ

1. Модель, описывающая изменения сепарационной кривой классификатора за счет дополнительного впрыска воды в аппарат, содержит две основные характеристики инъекции — скорости инжектируемой воды и размера сопла инжектора.

2. Показано, что увеличение скорости инжектируемой воды ведет к увеличению как зерна разделения, так и минимального значения функции сепарации. Изменение размера сопла инжектора при фиксированной скорости инжектируемой воды меняет лишь минимальное значение функции сепарации, оставляя неизменным зерно разделения.

3. Согласно модели, инъекция способствует исчезновению немонотонности кривой сепарации для плотных суспензий.

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$A(c_v)$ — поправочная функция,	$S$ — сплит-параметр,
$b$ — центробежное число,	$T(d_j)$ — сепарационная функция,
$c_j$ — концентрация частиц $j$ -й фракции,	$T_0$ — значение сепарационной функции для самой мелкой фракции,
$c_v$ — общая объемная концентрация твердой фазы в суспензии,	$U_{\text{unl}}$ — осевая компонента скорости суспензии, м/с,
$d_j$ — диаметр частицы $j$ -й фракции, м,	$V_{\text{in}}$ — скорость инъекции (injection), м/с,
$d^{150}$ — диаметр зерна разделения, м,	$V_{h,j}$ — скорость стесненного оседания частицы $j$ -фракции в суспензии (hinderence), м/с,
$D$ — коэффициент турбулентной диффузии, м <sup>2</sup> /с,	$V_{s,j}$ — скорость седиментации частицы $j$ -фракции (sedimentation), м/с,
$f_e$ — функция увлечения (entrainment),	$V_{\text{St},j}$ — Стоксова скорость оседания частицы $j$ -фракции (Stocks), м/с,
$g$ — гравитационное ускорение, м/с <sup>2</sup> ,	$V_{\text{St},m}$ — Стоксова скорость оседания масштабной частицы (Stocks), м/с,
$H$ — размер отверстия для инъекции, м,	$W_{\text{in}}$ — скорость инъекции в безразмерном виде (injection),
$H_{\text{in}}$ — размер отверстия для инъекции в безразмерном виде (injection),	$W_{s,i}$ — скорость седиментации частицы $j$ -фракции (sedimentation),
$h$ — высота классификатора, м,	$w_{\text{tg}}$ — тангенциальная скорость в гидроциклоне, м/с,
$h_0$ — размер верхнего слива, м,	$\beta$ — параметр,
$h_u$ — размер нижнего слива, м,	$\mu_L$ — вязкость жидкости, Па·с,
$L$ — длина классификатора, м,	$\rho_p$ — плотность твердой фазы, кг/м <sup>3</sup> ,
$m$ — параметр,	$\rho_L$ — плотность жидкости, кг/м <sup>3</sup> ,
$\Delta m_j$ — относительная концентрация частиц $j$ -й фракции,	$\theta_j$ — концентрация частиц $j$ -й фракции в безразмерном виде,
$\Delta p$ — входное давление, бар,	$\varphi_j$ — диаметр частицы $j$ -й фракции в безразмерном виде.
$Re_m$ — параметр (mean),	
$Q$ — острота разделения,	
$Q_{\text{in}}$ — объем впрыскиваемой жидкости (injection),	
$Q_s$ — функция распределения частиц по размерам в суспензии,	
$R_{\text{ov},j}$ — расход частиц $j$ -й фракции через верхний слив, кг/м <sup>3</sup> ,	
$R_{\text{un},j}$ — расход частиц $j$ -й фракции через нижний слив, кг/м <sup>3</sup> ,	

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Heiskanen K.** Particle Classification. — Chapman and Hall, London–Glasgow–New-York–Tokyo–Melbourne–Madras, 1993. — 321 p.
2. **Patil D.D., Rao T.C.** Technical Note. Classification evaluation of water injected hydrocyclone // Mineral Engng. — 1999. — Vol. 12, No. 12. — P. 1527–1532.
3. **Kelsall D.F., Holmes J.A.** Improvement in classification efficiency in hydraulic cyclones by water injection // Proc. 5th Mineral processing Congress. — Paper 9. — Inst. of Mining and Metallurgy. — 1990. — P. 159–170.
4. **Honaker R.Q., Ozsever A.V., Singh N., Parekh B.K.** Apex water Injection for improved hydrocyclone classification efficiency // Mineral Engng. — 2001. — Vol. 14, No. 11. — P. 1445–1457.

5. **Udaya Bhaskar K., Govindarajan B., Barnawal J.P., Rao K.K., Rao T.C.** Modelling studies on a 100 mm water-injection cyclone // Physical Separation in Science and Engng. — September-December 2004. — Vol. 13, No. 3-4. — P. 89–99.
6. **Udaya Bhaskar K., Govindarajan B., Barnawal J.P., Rao K.K., Gupta B.K., Rao T.C.** Classification studies of lead-zinc ore fines using water-injection cyclone // Inter. J. Mineral Processing. — 2005. — Vol. 77. — P. 80–94.
7. **Dueck J.G., Minkov L.L., Pikushchak, E.V.** On separation curves of a throughput classification apparatus of finite length // J. of Engng Physics and Thermophysics. — 2006. — Vol. 79, No. 4. — P. 171–178.
8. **Dueck J., Minkov L., Pikushchak E.** 2007, Modeling of the „Fish-Hook“-Effect in a classifier // J. of Engng Physics and Thermophysics. — 2007. — Vol. 80, No. 1. — P. 64–73.
9. **Абрамович Г.Н.** Теория турбулентных струй. — М., 1960. — 716 с.
10. **Абрамович Г.Н., Крашениников Ю.С., Секундов А.Н. и др.** Теория турбулентных струй. — М.: Наука, 1984. — 715 с.
11. **Шлихтинг Т.** Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.
12. **Minkov L., Dueck J.** Collective Effects by Settling of Polydisperse Dense Suspension // Eurasian Physical-Technical J. — 2005. — Vol. 2, No. 1(3). — P. 47–63.
13. **Schubert H. Heidenreich E., Liepe F., Neesse T.** Mechanische Verfahrenstechnik. — Leipzig: Deutscher Verlag fuer Grundstoffindustrie, 1977. — 172 p.
14. **Терновский И.Г., Кутепов А.М.** Гидроциклонирование. — М.: Наука, 1994. — 352 с.

*Статья поступила в редакцию 25 августа 2008 г.*