

УДК 539.4

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ФАЗОЙ МАРТЕНСИТА ПОД НАГРУЗКОЙ

И. Н. Андронов, Н. П. Богданов, Л. А. Уляшева\*

Ухтинский государственный технический университет, 169300 Ухта

\* Ухтинский технический лицей, 169300 Ухта

E-mail: iandronov@mail.ru

Предложена модель расчета величины мартенситной фазы, основанная на предположении, что производная от этой величины по температуре пропорциональна произведению величин мартенситной и аустенитной фаз. Разработанный в работе подход позволяет достоверно описывать деформационное поведение материала при термоциклировании в интервалах мартенситных переходов включая неполные фазовые превращения.

Ключевые слова: мартенситная и аустенитная фазы, феноменологический подход, термоциклирование, модель расчета величины мартенситной фазы.

Расчет напряжений и деформаций в материалах с мартенситной неупругостью является сложной задачей. Существующие модели расчета свойств материалов с фазовыми превращениями позволяют решить эту задачу только в частных случаях. Кроме того, остается открытым вопрос о выборе структурных параметров, задающих состояние материала. Математическое описание характеристик мартенситной неупругости можно выполнить с помощью структурно-аналитической теории прочности [1]. Однако применение указанной теории для решения конкретных инженерно-технических задач существенно затруднено даже в двухуровневой постановке. Имеются примеры решения подобных задач и в одноуровневой постановке [2], в которых предполагается, что производная от девиатора фазовой деформации по величине мартенситной фазы  $q$  равна произведению линейной комбинации девиаторов напряжения и деформации и величины аустенитной фазы  $(1 - q)^n$  ( $n$  — некоторый параметр материала). Отметим, что в описанном выше подходе основным управляющим параметром является величина мартенситной фазы, которая в свою очередь является неоднозначной функцией температуры  $T$ .

В настоящей работе предлагается одноуровневый феноменологический подход, позволяющий ставить задачи о мартенситной неупругости, реализующейся при термоциклировании материала под нагрузкой в терминах инженерной механики. В основу феноменологической модели положены следующие гипотезы и допущения, соответствующие экспериментальным фактам и ранее предложенные в работе [3].

1. В предлагаемой модели управление фазой мартенсита осуществляется путем изменения температуры и напряжения. Предполагается, что наличие мартенситной фазы при термоциклировании в интервалах мартенситных переходов определяется температурным гистерезисом с учетом соотношения Клаузиуса — Клапейрона [1].

2. Предполагается, что приращение величин деформационных откликов  $d\varepsilon_{ij}$  пропорционально произведению приращения фазы  $d\Phi$  и множителя  $f(\sigma_{ij})$ , который согласно экспериментальным данным для невысоких уровней действующих напряжений ( $0,1 \div 0,2$  предела прочности материала) пропорционален  $\sigma_{ij}$ .

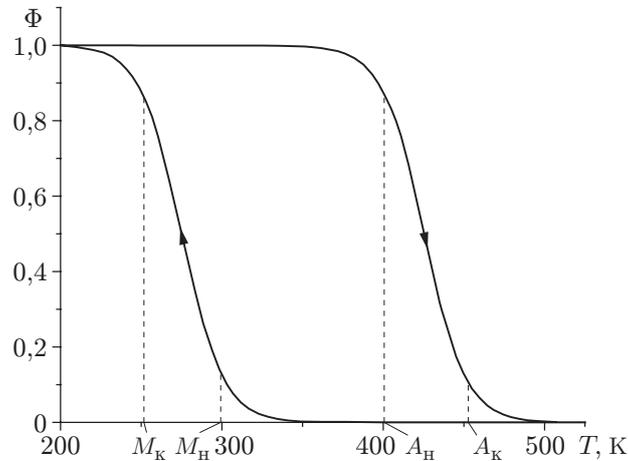


Рис. 1. Зависимость величины мартенситной фазы от температуры при термоциклировании материала в интервалах мартенситных переходов

Как известно, величина мартенситной фазы изменяется обратимо в процессе теплообмена в интервалах мартенситных переходов. Область, в которой происходят фазовые изменения, ограничена замкнутой кривой  $M_H M_K A_H A_K$ , где  $M_H$ ,  $M_K$ ,  $A_H$ ,  $A_K$  — характеристические температуры фазового перехода (рис. 1). Переменные  $\Phi$ ,  $T$  — соответственно величина фазы мартенсита и температура. При уменьшении температуры происходит увеличение доли мартенсита (этот процесс принято считать прямым), при увеличении температуры происходит обратный процесс — переход мартенситной фазы в аустенитную.

Заметим, что при  $\Phi \rightarrow 0$  и  $\Phi \rightarrow 1$   $\Phi'(T) \rightarrow 0$ . Выберем функцию  $\Phi(T)$  из условия  $\Phi'(T) = -K\Phi(1 - \Phi)$ , где  $K$  — положительная константа, определяющая наклон кривой. Значение  $K$  выбирается таким образом, чтобы в точках  $M_0 = (M_H + M_K)/2$  и  $A_0 = (A_H + A_K)/2$  значения  $\Phi(T)$  были равны 0,5. В результате получаем  $K_M = 4/(M_H - M_K)$ ,  $K_A = 4/(A_K - A_H)$ , где  $K_M$ ,  $K_A$  — значения  $K$  для восходящего и нисходящего участков кривой  $\Phi(T)$  соответственно. Уравнение

$$\Phi(T) = H(-\dot{T}) [1 + \exp(K_M(T - M_0))]^{-1} + H(\dot{T}) [1 + \exp(K_A(T - A_0))]^{-1}$$

описывает зависимость величины фазы мартенсита  $\Phi$  от температуры  $T$  при полном термоциклировании в интервале характеристических температур. Здесь  $H(x)$  — функция Хевисайда ( $H(x) = 1$  при  $x \geq 0$ ,  $H(x) = 0$  при  $x < 0$ );  $\dot{T}$  — производная температуры по времени.

Экспериментальные зависимости сдвиговой деформации от температуры для сплава 50 % Ti — 50 % Ni при чередующихся охлаждениях и нагревах под напряжением  $\tau$  в неполном интервале мартенситных превращений показаны на рис. 2. Зависимость осевых деформаций от температуры практически такая же [4, 5].

В предлагаемой кинематической модели расчета величины фазы мартенсита при неполных фазовых превращениях принимается следующая аналитическая зависимость:

$$\Phi(T) = H(-\dot{T}) \{ \Phi_1 + (1 - \Phi_1) [1 + \exp(K_M(T - M_0))]^{-1} \} + H(\dot{T}) \Phi_1 [1 + \exp(K_A(T - A_0))]^{-1}.$$

В модели предполагается, что кривая  $\Phi(T)$ , проходящая через точку  $(T_1, \Phi_1)$ , получается из кривой, соответствующей “гистерезису” при полном интервале мартенситного превращения (см. рис. 1), сжатием в  $1 - \Phi_1$  раз и сдвигом вверх на  $\Phi_1$  при уменьшении  $T$  и

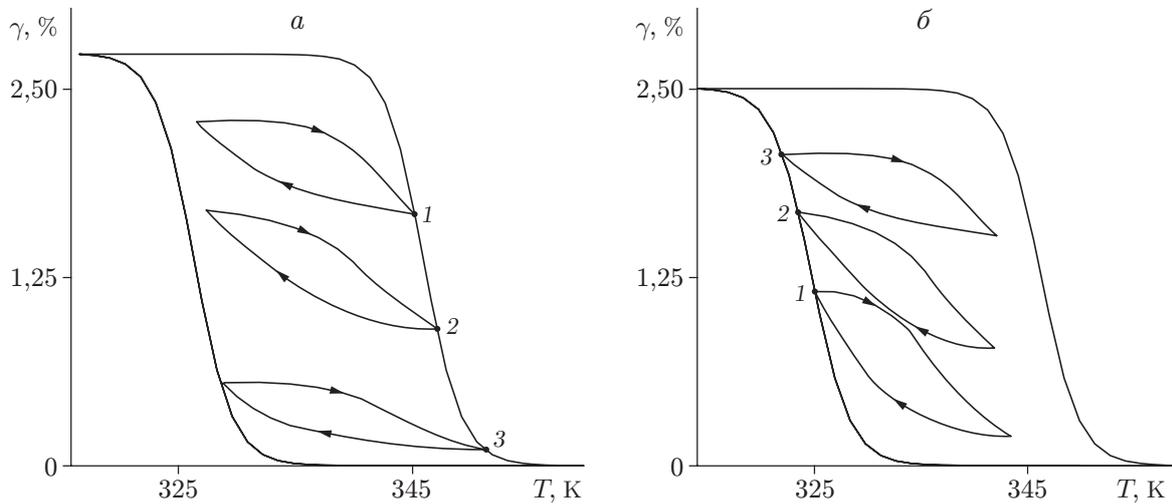


Рис. 2. Экспериментальные зависимости сдвиговой деформации от температуры для сплава 50 % Ti — 50 % Ni при чередующихся охлаждениях и нагревах под напряжением  $\tau = 75$  МПа в неполном интервале мартенситных превращений [4]: *a* — этап превращения мартенсита в аустенит; *б* — этап превращения аустенита в мартенсит; 1, 2, 3 — точки, соответствующие началам термоциклов

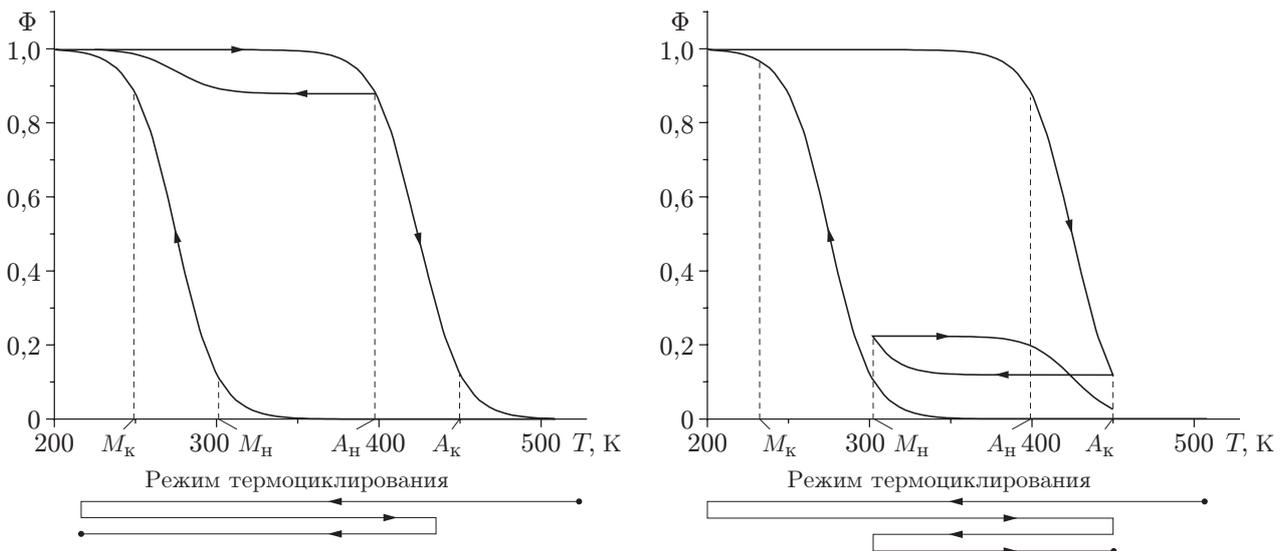


Рис. 3. Расчетные зависимости величины фазы от температуры в неполном интервале мартенситных переходов для модельного материала ( $M_H = 300$  К,  $M_K = 250$  К,  $A_H = 400$  К,  $A_K = 450$  К) при двух режимах термоциклирования

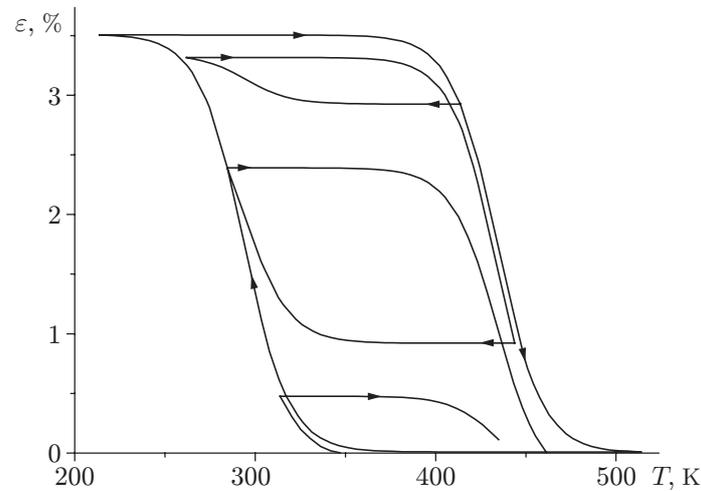


Рис. 4. Расчетная зависимость деформации от температуры для модельного материала при чередующихся охлаждениях и нагревах под напряжением  $\tau$  в неполном интервале мартенситных превращений

сжатием в  $\Phi_1$  раз при увеличении  $T$  ( $\Phi_1$  — величина начальной фазы;  $T_1, T_2$  — начальная и конечная температура в интервале мартенситного перехода соответственно). Расчетные зависимости величины фазы от температуры в полном и неполном интервалах мартенситных переходов показаны на рис. 3.

В модели, описывающей изменение величины мартенситной фазы  $\Phi$  при термоциклировании под нагрузкой, принимается следующая аналитическая зависимость:

$$\Phi(T) = H(-\dot{T})\{\Phi_1 + (1 - \Phi_1)[1 + \exp(K_M(T^* - M_0))]^{-1}\} + \\ + H(\dot{T})\Phi_1[1 + \exp(K_A(T^* - A_0))]^{-1}.$$

Здесь  $T^* = T - K_{ij}\sigma_{ij}$  — эффективная температура, определяемая по соотношению Клаузиуса — Клапейрона;  $\sigma_{ij}$  — тензор напряжений;  $K_{ij}$  — компоненты тензора второго ранга. В простейшей постановке принимается  $K_{ij} = \text{const}$  ( $K_{ij} = 0$  при  $i = j$ ,  $K_{ij} = \alpha$  при  $i \neq j$ ) [6].

Согласно экспериментальным данным о влиянии механических растягивающих напряжений на характеристические температуры мартенситных переходов для никелида титана, имеющего состав, близкий к эквиаtomному,  $\alpha \approx 0,14 \text{ K} \cdot \text{МПа}^{-1}$  [7, 8]. На рис. 4 приведена зависимость деформации от температуры для модельного материала при чередующихся охлаждениях и нагревах под напряжением  $\tau$  в неполном интервале мартенситных превращений.

Приращение деформации  $d\varepsilon_{ij}$  пропорционально приращению величины фазы и нагрузке  $\sigma_{ij}$ :  $d\varepsilon_{ij} = a_i\sigma_{ij}d\Phi$ . В расчетах коэффициент  $a_i$  — скалярный параметр, соответствующий деформационной податливости при термоциклировании материала в интервалах мартенситных переходов в нагруженном состоянии, принимается равным  $10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . Поскольку деформации, обусловленные эффектами памяти формы и пластичности при прямом превращении, практически равны, можно полагать, что  $a_1 = a_2 = a$ .

Таким образом, предложенная модель расчета величины мартенситной фазы позволяет с большой степенью точности описывать деформационное поведение материала при термоциклировании в интервалах мартенситных переходов включая неполные фазовые превращения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Лихачев В. А.** Структурно-аналитическая теория прочности / В. А. Лихачев, В. Г. Малинин. СПб.: Наука. С.-Петербург. отд-ние, 1993.
2. **Мовчан А. А.** Выбор аппроксимации диаграммы перехода и модели исчезновения кристаллов мартенсита для сплавов с памятью формы // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 2. С. 173–181.
3. **Андронов И. Н., Крючков С. В., Овчинников С. К.** Одноуровневая модель явлений мартенситной неупругости // Тр. 6-го Междунар. симп. им. В. А. Лихачева “Современные проблемы прочности”, Великий Новгород, 20–24 окт. 2003 г. Великий Новгород: Новгор. гос. ун-т, 2003. Т. 2. С. 167–172.
4. **Материалы с эффектом памяти формы:** Справ. изд. / Под общ. ред. В. А. Лихачева. СПб.: Науч.-исслед. ин-т химии С.-Петербург. гос. ун-та, 1998. Т. 2.
5. **Хусаинов М. А., Беляков В. Н.** Петли гистерезиса при неполном мартенситном превращении // Материалы с эффектом памяти формы и их применение: Материалы семинара. Новгород; Л.: Новгор. политехн. ин-т, 1989. С. 37–39.
6. **Андронов И. Н., Крючков С. В.** Компьютерное моделирование деформационных свойств мартенситной неупругости при термоциклировании // Материалы 2-го Междунар. семинара “Физико-математическое моделирование систем”. Ч. 1. Моделирование физических процессов в конденсированных средах в системах многих частиц, Воронеж, 1–2 дек. 2005 г. Воронеж: Воронеж. гос. техн. ун-т, 2005. С. 3–12.
7. **Лихачев В. А., Патрикеев Ю. И.** Влияние напряжений и деформаций на характеристические температуры мартенситных превращений в материалах с эффектом памяти формы / Ленингр. гос. ун-т. Л., 1984. Деп. в ВИНТИ 24.05.84, № 5033.
8. **Андронов И. Н., Кузьмин С. Л., Лихачев В. А. и др.** Деформирование материалов в условиях проявления пластичности превращения // Пробл. прочности. 1983. № 5. С. 96–100.

*Поступила в редакцию 13/V 2008 г.,  
в окончательном варианте — 25/VI 2008 г.*

---