

**ОБ АНАЛОГИИ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА
С РАЗЛИЧНЫМИ ОБЪЕМНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ
В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

А. Б. Гаряев, О. В. Доброчеев, В. П. Мотулевич

(Москва)

В теории пограничного слоя хорошо известна аналогия Рейнольдса, основанная на сходном характере процессов переноса тепла и количества движения, которая позволяет в определенных случаях найти тепловой поток с поверхности на основе решения уравнения движения. Наличие в потоке продольного градиента давления приводит к нарушению аналогии Рейнольдса. Градиент давления в пограничном слое можно рассматривать как дополнительный «источник» количества движения. Появление в потоке источников различной физической природы, имеющих сходное формальное описание, может привести к подобию уравнений переноса, а это в свою очередь — к подобию их решений.

В связи с трудностью изучения процессов переноса в реагирующих потоках внимание исследователей обращалось на качественную аналогию процессов переноса импульса и тепла в течениях с источниками [1, 2]. Используя богатый опыт теоретического и экспериментального изучения градиентных течений, можно существенно упростить разработку методов расчета химически неравновесных потоков.

Теоретически обосновав существование количественной аналогии и определив ее границы, можно проверить справедливость математических моделей не только ламинарных, но и турбулентных течений с химической реакцией или другими источниками тепловыделения в потоке, а также попытаться установить некоторые количественные закономерности таких течений.

Рассмотрим две системы уравнений турбулентного пограничного слоя, описывающие процессы переноса импульса и тепла с объемными источниками в безразмерном виде, с привлечением гипотезы о турбулентной вязкости. Системы включают уравнения баланса интенсивности пульсаций продольной составляющей скорости и температуры, записанные в соответствии с [3].

Уравнения турбулентного пограничного слоя с градиентом давления:

$$(1) \quad \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}}{\partial y} = 0;$$

$$(2) \quad \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\tilde{\rho} (\tilde{v} + \tilde{v}_T) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right] + \tilde{W}_1;$$

$$(3) \quad \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}'^2}{\partial x} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}'^2}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\tilde{\rho} \left(\tilde{v} + \frac{\tilde{v}_T}{\gamma_1} \right) \frac{\partial \tilde{u}'^2}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{2}{\text{Re}} \tilde{\rho} \tilde{v}_T \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{\text{Re}} A_1 (\tilde{v} + \alpha_1 \tilde{v}_T) \frac{\tilde{u}'^2}{l^2} + \tilde{Q}_1.$$

Уравнения, описывающие турбулентный теплообмен с объемным источником тепла:

$$(4) \quad \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}}{\partial y} = 0, \quad \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\tilde{\rho} (\tilde{v} + \tilde{v}_T) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right];$$

$$(5) \quad \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial x} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y} - \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\tilde{\rho} \left(\tilde{v} + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \tilde{v}_T \right) \frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y} \right] + \tilde{W}_2;$$

$$(6) \quad \tilde{\rho} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\Theta}'^2}{\partial x} + \tilde{\rho} \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\Theta}'^2}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial}{\partial y} \left[\tilde{\rho} \left(\tilde{v} + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T \gamma_2} \tilde{v}_T \right) \frac{\partial \tilde{\Theta}'^2}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{2}{\text{Pe}} \left[\tilde{\rho} \tilde{v}_T \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left(\frac{\partial \tilde{\Theta}}{\partial y} \right) \right]^2 - \frac{2}{\text{Pe}} A_2 \left(\tilde{v} + \alpha_2 \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \tilde{v}_T \right) \frac{\tilde{\Theta}'^2}{l^2} + \tilde{Q}_2.$$

Уравнения записаны для осредненных по времени величин. Здесь $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_\infty}$; $\tilde{u} = \frac{u}{u_\infty}$; $\tilde{v} = \frac{v}{v_\infty}$; $\tilde{v}_T = \frac{v_T}{v_\infty}$; $\tilde{\Theta} = \frac{T - T_\infty}{T_\infty - T_w}$; $\text{Re} = \frac{u_\infty L}{\nu_\infty}$; $\text{Pe} =$

$= \text{Re Pr}; \tilde{x} = \frac{x}{L}; \tilde{y} = \frac{y}{L}; L$ — характерный размер тела; $\tilde{l} = l/L$ — безразмерный масштаб турбулентности; $\bar{W}_1 = -\frac{L}{\rho u_\infty^2} \frac{d\bar{p}}{dx}$; $\bar{W}_2 = \frac{L}{\rho u_\infty (T_\infty - T_w)} \times$
 $\times W_2$ — безразмерные источники импульса и тепла; $\tilde{u}'^2 = \langle u'^2 \rangle / u_\infty$; $\tilde{\Theta}'^2 = \langle T'^2 \rangle / (T_\infty - T_w)^2$; $\tilde{Q}_1 = \langle \bar{W}_1 u'^2 \rangle$, $\tilde{Q}_2 = \langle \bar{W}_2 \tilde{\Theta}'^2 \rangle$ — дополнительные корреляции, возникающие в уравнениях баланса интенсивности пульсаций при появлении источников членов в осредненных уравнениях; A_{1-2} , α_{1-2} , γ_{1-2} — постоянные [3].

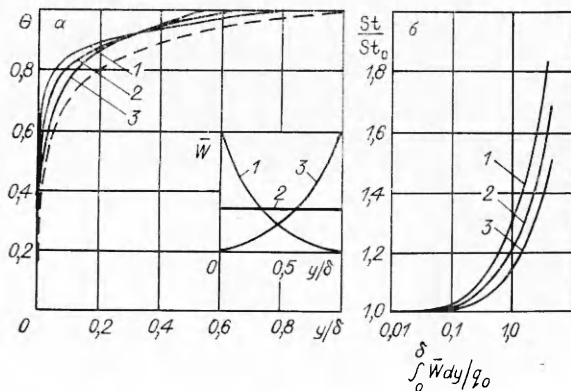
При заданной температуре стенки и малой степени турбулентности во внешнем потоке системы уравнений (1)–(3) и (1), (4)–(6) имеют одинаковые граничные условия: $\tilde{y} = 0$, $\tilde{u} = 0$, $\tilde{\Theta} = 0$, $\tilde{u}'^2 = 0$, $\tilde{\Theta}'^2 = 0$; $\tilde{y} \rightarrow \infty$, $\tilde{u} \rightarrow 1$, $\tilde{\Theta} \rightarrow 1$, $\tilde{u}'^2 \rightarrow 0$, $\tilde{\Theta}'^2 \rightarrow 0$.

При одинаковых значениях определяющих параметров Re , Pe отличия уравнений (2), (3) от (4), (6) могут состоять в следующем: в конвективные члены входят различные значения скоростей \tilde{u} и \tilde{v} ; источники члены \bar{W}_1 и \bar{W}_2 могут иметь различное поперечное и продольное распределение; отличаются дополнительные члены \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 , появляющиеся в пульсационных уравнениях (даже при условии одинакового распределения в потоке \bar{W}_1 и \bar{W}_2); отличаются коэффициенты турбулентного переноса тепла и импульса. Тем не менее можно показать, что при определенных условиях перечисленные отличия не приведут к значительным расхождениям в решениях.

В [4] экспериментально показано, что градиент давления, сильно влияя на распределение скоростей в потоке, коэффициент трения и толщину пограничного слоя, слабо изменяет теплообмен и распределение температуры. Проведенные в настоящей работе расчеты подтверждают отмеченную закономерность. Исходя из этого, можно сделать вывод о том,

что ограниченный градиент давления $\left(\frac{x}{u_\infty} \frac{du_\infty}{dx} < 0,1 \right)$ слабо влияет на конвективный перенос тепла в турбулентном пограничном слое и различие конвективных составляющих в уравнениях (2) и (5) мало скажется на их решении. Различный характер изменения конвективных членов слабо влияет на решение уравнений (3), (6) вследствие ограниченной роли конвекции в балансе интенсивности кинетической энергии турбулентности [3] и пульсаций температуры.

Для того чтобы выяснить влияние формы поперечного распределения источника на общий характер течения и теплообмена, проведено сравнение решений уравнений (1), (4)–(6) для различных по форме, но одинаковых по своему интегральному значению источников: с наибольшим тепловыделением у стенки, с равномерным распределением в пограничном



Р и с. 1

слое, с наибольшим тепловыделением на внешней границе пограничного слоя (кривые 1–3, рис. 1, а). Турбулентная вязкость вычислялась на основе гипотезы Прандтля. Путь смещения рассчитывался с использованием поправок Симпсона и Ван-Драйста [5]. Турбулентное число Прандтля принято равным единице. Решение получено методом локальной автомодельности [8].

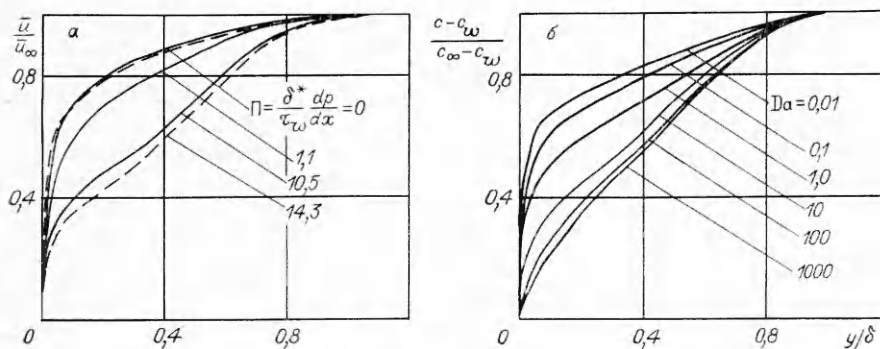
На рис. 1 представлены результаты расчетов

профиля температуры и числа Стантона St . Цифрами помечены кривые, соответствующие одинаковым источникам. Штриховой линией на рис. 1, а показано расчетное распределение температуры в пограничном слое без объемного тепловыделения. Видно, что значительное изменение формы источника мало влияет на характеристики пограничного слоя. Определяющую роль играют знак и интегральное значение источника, а точнее говоря, отношение этого интеграла к тепловому потоку на стенку.

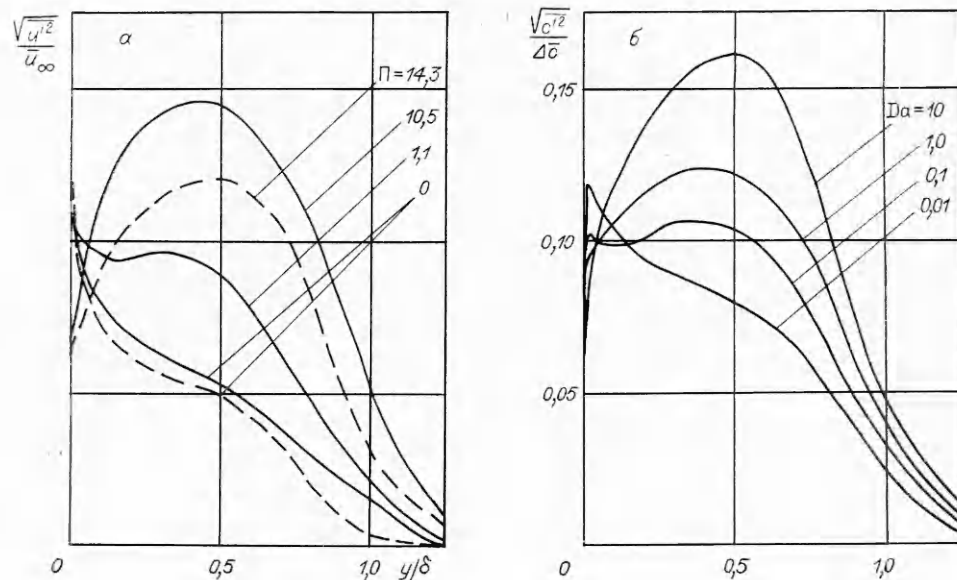
Интеграл от источника по толщине пограничного слоя представляет собой то дополнительное количество движения, теплоты или массы химического компонента, которое появляется в рассматриваемом сечении пограничного слоя. Последнее переносится либо конвективным путем вниз по потоку, либо на стенку за счет молекулярного и турбулентного переноса. Количество тепла или импульса, дополнительно попадающий на стенку, определяют соответствующий градиент скорости или температуры. Форма распределения источника также влияет на решение, поскольку от нее зависит характерное расстояние от стенки до зоны максимального тепловыделения. Однако, как показывают расчеты, это влияние становится ощутимым лишь при достаточно больших различиях в форме распределения источников (максимальные значения отличаются более чем в 2 раза). Как показывают результаты решения системы (1), (6) и ряд других исследований [5, 6], в переменных подобия характер продольного изменения типичных химических источников оказывает малое влияние на решение задачи. Из расчетов видно, что если поток тепла (импульса, массы компонента) направлен на стенку, то наличие в пограничном слое источника положительного знака независимо от его формы приводит к увеличению потока тепла (импульса, массы химического компонента) на стенку, уменьшению толщины теплового (гидродинамического, концентрационного) пограничного слоя, возрастанию наполненности профилей соответствующих осредненных характеристик, уменьшению пульсационных характеристик в пограничном слое.

Появление в потоке отрицательного источника или изменение направлений потоков тепла, импульса, массы компонента приводит к обратным результатам. При наличии в пограничном слое градиента давления указанные закономерности подтверждаются всеми известными экспериментальными данными как по осредненным, так и по пульсационным характеристикам ([7] и др.).

На рис. 2, 3 приведено сравнение результатов расчета по методике [8] соответственно осредненных и пульсационных характеристик турбулентных пограничных слоев: гидродинамического с положительным градиентом давления, описываемого системой (1)–(3), и теплового, описываемого системой (1), (4)–(6), с химическим источником вида $\bar{W}_2 = Da (\exp(10(y-1)) - \Theta^2)$. Данные по неравновесному тепловому пограничному слою приведены в зависимости от числа Дамкеллера Da , характеризующего степень неравновесности течения и определяющего теп-



Р и с. 2



Р и с. 3

ловой эффект реакции. Штриховыми линиями показаны экспериментальные результаты по градиентным течениям [7].

Представленные на рис. 2, 3 материалы говорят о существовании широкой области «подобного» изменения характеристик гидродинамического и теплового пограничных слоев с источниками различной природы.

Рассмотрим дополнительные корреляции, появляющиеся в уравнениях (3) и (6). Поскольку $W_1(\tilde{u})$ и $W_2(\tilde{\Theta})$ могут иметь различный характер, то \tilde{Q}_1 и \tilde{Q}_2 должны отличаться даже при одинаковом распределении \tilde{u} и $\tilde{\Theta}$ в потоке. Однако существует много практически важных случаев, когда эти корреляции пренебрежимо малы. Среди химически реагирующих потоков этому условию удовлетворяет широкий класс течений, неравновесных на осредненном уровне ($\tau_{\text{дин}} \sim \tau_{\text{хим}}$) и замороженных на пульсационном, поскольку справедливо неравенство $\tau_{\text{тур}} \ll \tau_{\text{дин}}$.

Анализ уравнений вторых моментов для напряжений Рейнольдса и турбулентных тепловых потоков приводит к выводу о подобии коэффициентов турбулентной вязкости и температуропроводности вследствие подобия полей осредненных значений и пульсаций скоростей и температур двух рассматриваемых задач. Последнее не означает равенства единице турбулентного числа Прандтля в тепловой задаче, поскольку в соответствующие системы (1)–(3) и (4)–(6) входят различные значения коэффициентов турбулентной вязкости.

Перечислим условия, при которых существует рассматриваемая аналогия:

- равенство определяющих параметров Re и Pe ;
- одинаковые граничные условия;
- одинаковый знак и равенство интегральных значений источников по толщине пограничного слоя;
- отсутствие значительных отличий в форме распределения источников (максимальные значения отличаются не более чем в 2 раза);
- относительная малость дополнительных корреляций в уравнениях вторых моментов.

При выполнении этих условий рассматриваемая аналогия дает возможность анализа конвективного тепло- и массообмена с объемными источниками на основе опытов по градиентным течениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Inger G. R. An analogy between boundary layer pressure gradient and chemical reaction-rate effects // J. of the Aerospace Sciences.— 1960.— V. 27, N 12.
2. Доброчеев О. В. Исследование пограничного слоя слабоионизированного газа с неравновесной рекомбинацией частиц: Автореф. дис.... канд. техн. наук.— М.: ЭНИИ, 1979.
3. Певлев В. М. Турбулентные течения высокотемпературных сплошных сред.— М.: Наука, 1975.
4. Леонтьев А. М., Обливин А. Н., Романенко П. П. Исследование сопротивления и теплообмена при турбулентном течении воздуха в осесимметричных каналах с продольным градиентом давления // ПМТФ.— 1961.— № 5.
5. Доброчеев О. В., Мотулевич В. П., Сергиевский Э. Д. Сравнительный анализ методов расчета неравновесного пограничного слоя // Тр. МЭИ.— 1979.— Вып. 395.
6. Мотулевич В. П., Доброчеев О. В., Хандуров Н. В. Химически неравновесный турбулентный пограничный слой слабоионизированного газа // Тр. МЛТИ.— 1978.— Вып. 112.
7. Роганов П. С. Экспериментальное исследование процессов переноса тепла в заторможенном пограничном слое: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— М.: МВТУ, 1979.
8. Гаряев А. Б., Доброчеев О. В., Мотулевич В. П. Модель для расчета пульсаций продольной скорости на пластине // ИФЖ.— 1985.— Т. 49, № 5.

Поступила 3/Х 1986 г.

УДК 536.255 ÷ 66.067.1

ТЕПЛООБМЕН ПРИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПОМЕЩЕННОЙ В ПОРИСТУЮ СРЕДУ, ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ОТ ЗАКОНА ДАРСИ

А. В. Горин, В. Е. Накоряков,
А. Г. Хоруженко, О. Н. Цой

(Новосибирск)

В последние годы требования современной технологии стимулировали интерес к изучению течений, которые включают взаимодействие нескольких явлений. Одна из таких задач — теплообмен при смешанной естественной и вынужденной конвекции в пористых средах. Необходимость решения этих задач определяется широким применением зернистых сред в химической технологии (зернистые слои катализаторов), использованием геотермальных источников энергии, методов интенсификации добычи нефти и газа, основанных на организации движущегося очага горения, либо закачки горячей воды или пара, тепловых труб и т. д.

В этих случаях реализуются тепловые конвективные токи в пористых средах, когда нагретый (или охлажденный) объект помещен в жидкость, плотность которой изменяется с температурой. Вынужденная конвекция возникает при обтекании поверхности внешним потоком.

К настоящему времени наиболее подробно исследованы проблемы теплообмена при свободной и смешанной конвекции в приближении закона Дарси. Рассмотрены различные геометрии теплоотдающих поверхностей (пластина, цилиндр, течение вдоль внутренней поверхности цилиндра) и ориентации их в пространстве — вертикальные, горизонтальные и наклонные пластины. Подробный обзор задач приведен в [1]. Они решаются в приближении пограничного слоя и основаны на модели течения Дарси. Определены условия существования автомодельных решений для соответствующих способов задания граничных условий, найдены соотношения для показателей степеней в степенных законах распределения внешнего потока и температуры стенки.

Но следует указать на достаточно узкий диапазон применимости закона Дарси [2]. Он ограничен пределом числа Рейнольдса $Re = u\sqrt{\Pi}/\nu \leq O(1)$, построенного по скорости фильтрации u и масштабу пор, пропорциональному $\sqrt{\Pi}$ (Π — проницаемость, ν — кинематическая вязкость). Для практических приложений больший интерес представляет нелинейный режим фильтрации. Более того, он приобретает принципиальное значение с точки зрения использования приближения пограничного слоя. А именно (на этот факт указывается в работе [3]): в любой ограниченной пористой системе приближение пограничного слоя приемлемо при достаточно больших числах Рэлея $Ra = g\beta\Delta TL^3/(va)(g$ — ускорение силы тяжести, β — коэффициент объемного расширения, L — характерная длина, a — температуропроводность, $\Delta T = T_w - T_\infty$, здесь и далее индексы w и ∞ означают параметры на пластине и на бесконечности соответственно, T — температура). Это приводит к отказу от закона Дарси, так как масштаб скорости увеличивается с ростом Ra , т. е. приближение Дарси ухудшается по мере того, как улучшается приближение пограничного слоя.