

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКОСЛОЙНЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ ИЗ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА

Г. Н. Исаков, А. Я. Кузин, В. Н. Савельев*, В. Ф. Ермолаев*

НИИ прикладной математики и механики при Томском госуниверситете, 634050 Томск
isak@niipmm.tsu.ru

*Государственный ракетный центр «КБ им. акад. В. П. Макеева», 456300 Миасс Челябинской обл.

Приведены результаты измерения нестационарных температурных полей в разлагающихся теплозащитных покрытиях, а также потерь массы в высокотемпературном потоке инертного газа (азота). С использованием аналитических и численных методов решения граничных и коэффициентных обратных задач тепло- и массопереноса определены теплофизические и кинетические характеристики теплозащитных материалов на основе двух модификаций хлорсульфированного полиэтилена и порошкообразного полипропиленового наполнителя.

Ключевые слова: теплозащитное покрытие, композиционный материал, нагрев, температурное поле, теплофизические характеристики, термодеструкция, кинетика, обратные задачи.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с появлением большого числа новых композиционных полимерных материалов, используемых в системах тепло- и огнезащиты [1–9], приобрела актуальность проблема паспортизации таких материалов в режиме их эксплуатации. При этом для повышения достоверности результатов исследований условия проведения экспериментов должны быть близки к эксплуатационным по температуре и темпу нагрева. В то же время теоретические и экспериментальные методики должны быть экономичными и высокоинформативными. Указанным требованиям удовлетворяют методики, основанные на решениях граничных и коэффициентных обратных задач, которые заключаются в нахождении неизвестных функций и параметров, входящих в граничные условия и коэффициенты уравнений соответственно [1]. Вследствие некорректности обратных задач для получения устойчивых решений требуются специальные итерационные регуляризирующие алгоритмы. Единственность решения обратных задач для сложных математических моделей достигается за счет использования физически обоснованных нулевых приближений, в качестве которых могут использоваться, например, аналитические и приближенные аналитические решения таких задач для простых математических моделей исследуемых физико-химических процессов.

В работе применяется следующая схе-

ма комплексного исследования теплофизических свойств и кинетических характеристик реакции термодеструкции. Выделяются две стадии режима нестационарного нагрева [2, 3] теплозащитных материалов: до термодеструкции и после ее начала. До термодеструкции исследуемый материал можно рассматривать как инертное вещество и определять теплопроводность λ_s , теплоемкость $c_{p,s}$ и тепловую активность $\varepsilon_s = \sqrt{\lambda_s \rho_s c_{p,s}}$ по температурным полям при известных параметрах газового потока [2, 3] с использованием известных аналитических решений [4, 5] (здесь ρ_s — плотность материала). Одновременно по известным значениям температуры газового потока T_e , температуры поверхности $T_w(t)$ и коэффициента тепловой активности ε_s чувствительного элемента датчика теплового потока по методике [3] или из решения граничной обратной задачи [6] определяется коэффициент теплоотдачи α . Методы решения граничных обратных задач позволяют находить этот коэффициент и в случае, если температура задана не на границе, а в некоторой внутренней точке чувствительного элемента [6]. Известно [3, 7–9], что с увеличением темпа нагрева начало термодеструкции сдвигается в область более высоких температур. Проводя эксперименты при высоких темпах нагрева образцов, удастся установить влияние этого фактора на теплофизические характеристики вещества.

Вторая стадия режима нестационарного

нагрева — деструкция полимерного связующего. Для изучения этой стадии используется прием расщепления по физическим и химическим процессам с помощью метода стабилизированных состояний [2, 7, 10]. Теплофизические характеристики можно определить как по методикам, применяемым на стадии инертного нагрева, так и из решения коэффициентной обратной задачи [6, 11] с выполнением условий, обеспечивающих их единственность [12, 13]. Устойчивость решения достигается за счет итерационной регуляризации [11], параметром которой является номер итерации в используемом методе минимизации (метод скорейшего спуска, метод сопряженных градиентов и т. д.), согласованный с уровнем погрешности экспериментальных данных. С учетом экспериментальных зависимостей $\rho_s(t)$ при различных температурах стабилизации из уравнения химической кинетики методом спрямления [7] определяются кинетические характеристики термодеструкции (энергия активации E , предэкспонент k_0 , порядок реакции n). С помощью другой приближенной методики, основанной на знании температуры начала разложения [3] и теории релаксационных процессов в разлагающихся материалах [3, 7, 8], находятся термокинетические постоянные E , Qk_0 , n . Из сопоставления результатов расчетов по этим двум методикам определяется тепловой эффект реакции термодеструкции Q . Применение вышеупомянутых методик для различных темпов нагрева позволяет учесть его влияние на значения теплофизических параметров. Это выгодно отличает данный подход от методик, основанных на экспериментальных данных, полученных на дериватографе в изотермических условиях при сравнительно невысоких темпах нагрева (см., например, [10, 14]).

Полученные таким образом приближенные значения искомых характеристик используются в качестве нулевых приближений в полной математической модели $A_h(w)u = f_\delta$, учитывающей все перечисленные выше физические и химические процессы в материале при одностороннем нагреве в потоке газа. Здесь w , u — некоторая совокупность определяемых величин; A_h — разностный оператор; f_δ — исходные экспериментальные данные, заданные с погрешностью δ . Если мера адекватности, определяемая как $\eta_\delta(A) =$

$\sup_{f_\delta \in F_0} \inf_{u \in U} \|A_h u - f_\delta\|$, где $F_0 \in F$ — некоторое множество возможных состояний исследуемых процессов, которые должны быть описаны данной математической моделью, больше предельно допустимой погрешности моделирования, то параметры идентифицируемой математической модели можно уточнять с помощью методов решения коэффициентных обратных задач. На участке инертного нагрева $[0, t_{dest}]$ уточняются теплофизические, а на участке $[t_{dest}, t_{fin}]$, где протекает реакция термодеструкции, — кинетические характеристики. Влияние темпа нагрева на определяемые параметры учитывается за счет зависимости их от плотности [9] либо глубины превращения материала [15].

Цель данной работы — определение теплофизических параметров и кинетических характеристик реакции термодеструкции теплозащитных материалов на основе двух модификаций хлорсульфированного полиэтилена из решения комплексной коэффициентной обратной задачи тепло- и массопереноса, единственность которой обеспечивается физически обоснованными нулевыми приближениями из аналитических решений простейших задач теплообмена [4] и термодеструкции [8], полученных методом расщепления по физическим процессам [3, 7] и методом стабилизированных состояний [10].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В РЕЖИМЕ ИНЕРТНОГО НАГРЕВА

Перечислим коротко основные этапы экспериментов и решений простейших задач нестационарного теплообмена, позволяющих определять теплофизические свойства теплозащитных покрытий.

Схема измерений. Тепловые эксперименты проводились с использованием низкоскоростной аэродинамической трубы (выходной диаметр 0,03 м) с электроподогревом [2, 3, 7], обеспечивающей получение газового потока со скоростью $U_e = 0,5 \div 5$ м/с (погрешность $\approx 5\%$ [3]); температурой $T_e = 295 \div 1300$ К (погрешность ≈ 10 К [3]) и давлением $P_e = 10^5$ Н/м². Этот диапазон параметров со степенью неравномерности на срезе трубы $\approx 2 \div 3\%$ соответствует ламинарному режиму обтекания образца, установленного вблизи выходного сечения,

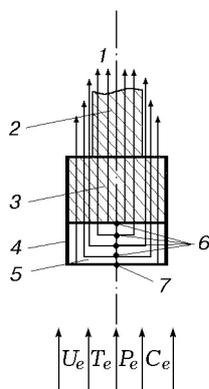


Рис. 1. Принципиальная схема измерений:

1 — выводы термопар, 2 — шток, 3 — асбоцементная державка, 4 — теплоизолятор, 5 — образец, 6 — внутренние термопары, 7 — поверхностная термопара

инертным газом (азотом) [3]. Принципиальная схема измерений показана на рис. 1.

Плоский образец исследуемого материала в виде таблетки диаметром 0,015 м и высотой 0,01 м вместе с поверхностной и внутренними термопарами (толщиной $H \approx 5 \cdot 10^{-5}$ м) крепился на асбоцементной державке. Для уменьшения основной погрешности, связанной с искажением температурного поля при измерениях внутри образца и на поверхности, использовались П-образные ленточные термопары, располагаемые в изотермических плоскостях [3]. Таким образом за счет теплоотвода в концы при $l/H \geq 30$ (l — длина плеча) сводится к нулю погрешность измерения хромель-алюмелевыми термопарами [3], которые использовались в экспериментах. Боковую поверхность образца и державку покрывали теплоизолятором от воздействия высокотемпературного газового потока. Ввод образца в поток газа с заданными значениями U_e , T_e , P_e и C_e (концентрации) осуществляется с помощью штока в момент открытия заслонки, расположенной вблизи выходного сечения трубы. Газовый поток подогревался электрической спиралью.

В качестве датчика нестационарного теплового потока использовалась таблетка асбоцемента [2, 3] с поверхностной ленточной термопарой толщиной $H \approx 5 \cdot 10^{-5}$ м. Типичная осциллограмма записи превышения температуры поверхности T_w над начальной T_s^0 показана на рис. 2 и в табл. 1 по данным трех экспериментов. Более подробное описание экспери-

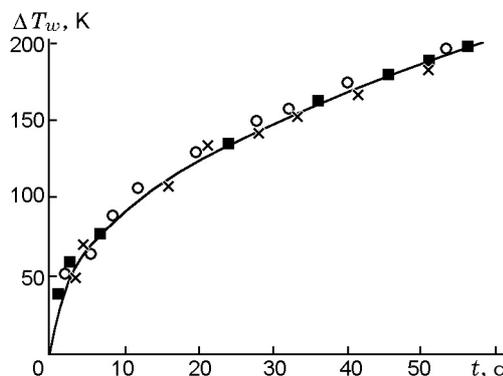


Рис. 2. Кривая нагрева датчика теплового потока (асбоцемент, $\varepsilon_s = 727,67$ Дж/(м²·К·с^{0,5})) в потоке азота при $T_s^0 = 291$ К, $T_e = 673$ К: × — эксперимент 1, о — эксперимент 2, ■ — эксперимент 3

мента при физико-химическом моделировании, методики и погрешности измерений приведено в [2, 3, 7].

Коэффициент теплоотдачи. По значению температуры потока T_e , измеряемой хромель-алюмелевой термопарой с погрешностью ± 10 К [3], с использованием кривой разогрева датчика теплового потока и известного значения ε_s (для асбоцемента $\varepsilon_s = (727,7 \pm 13,1)$ Дж/(м² · К · с^{0,5})) коэффициент теплоотдачи α определяется из решения уравнения теплопроводности для полуограниченного тела при граничных условиях 3-го рода [3–5]:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_w(\sqrt{\tau}) &= \frac{T_w(t) - T_s^0}{T_e - T_s^0} = \\ &= \frac{\Delta T_w}{\Delta T_e} = 1 - (1 - \operatorname{erf}\sqrt{\tau}) \exp \tau, \quad (1) \end{aligned}$$

где $\tilde{\theta}$ — безразмерная температура, t — время, τ — безразмерное время, $\operatorname{erf}\sqrt{\tau}$ — интеграл ошибок [4, 16]. Здесь и далее индекс w — обозначает поверхность, e — газ, s — твердое тело, нуль вверху — начальное значение.

По значениям $\tilde{\theta}$, найденным из таблиц значений функции $1 - (1 - \operatorname{erf}\sqrt{\tau}) \exp \tau$ (см., например, в [16]), определяется безразмерное время τ по формуле [3]

$$\tau = t\alpha^2\varepsilon_s^{-2}. \quad (2)$$

Отсюда легко вычислить коэффициент теплоотдачи $\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_s \sqrt{\frac{\tau_i}{t_i}}$. При этом ширина доверительного интервала равна [3, 17]

Таблица 1
 Результаты расчета коэффициента теплоотдачи α
 и ширины доверительного интервала $\Delta\alpha$

Номер точки	t_i , с	$\Delta T_{w,i}$, К	$\bar{\theta}_{w,i}$	$\sqrt{\tau_i}$	α_i , Вт/(м ² ·К)
1	4	65	0,170157	0,174	63,3
2	8	85	0,219895	0,234	60,2
3	12	101	0,264398	0,299	62,8
4	16	117	0,306283	0,361	65,7
5	20	126	0,329843	0,400	65,0
6	24	136	0,356021	0,448	66,5
7	28	146	0,382199	0,493	67,8
8	32	151	0,395288	0,521	67,0
9	36	164	0,429319	0,592	71,8
10	40	172	0,450262	0,641	73,8
11	50	190	0,497382	0,760	78,2
12	60	204	0,534031	0,869	81,6

Примечание. $\langle\alpha\rangle = 68,65$ Вт/(м²·К); $\sigma_\alpha = 6,46$ Вт/(м²·К); $\Delta\alpha = 4,1$ Вт/(м²·К) при $q = 0,05$, $f = 11$, $t_q = 2,2$; $\Delta\alpha/\alpha = 6$ %.

$$\Delta\alpha = \frac{\sigma_\alpha}{\sqrt{N}} t_q, \quad (3)$$

где $i = \overline{1, N}$ — количество точек на кривой разогрева (см. рис. 2); σ_α — среднее квадратическое отклонение; t_q — значение критерия Стьюдента, определяемое по таблицам [17] для $f = N - 1$, $q = 1 - P$ (P — заданная доверительная вероятность). В примечании к табл. 1 указана относительная погрешность $\Delta\alpha/\alpha$ при использовании кривой разогрева, приведенной на рис. 2, и формул (2), (3).

Альтернативный способ определения коэффициента теплоотдачи α — решение граничной обратной задачи. Если известна температура поверхности, то определение суммарного удельного теплового потока $Q_w(t)$ в полубесконечное (в тепловом смысле) тело с постоянными теплофизическими характеристиками сводится к решению интегрального уравнения Абеля [6]

$$T_w(t) = T_s^0 + \frac{1}{\varepsilon_s} \int_0^t \frac{Q_w(\tau) d\tau}{\sqrt{\pi(t-\tau)}}.$$

Это так называемая псевдообратная граничная задача [11]. Существует множество методов ее решения, использующих как неразрешенную

форму интегрального уравнения [18], так и обращенную форму [19] при аппроксимации искомой функции. В настоящей работе применяются обращенная форма уравнения и аппроксимация заданной температуры $T_w(t)$ кубическими сплайнами. В результате для определения удельного теплового потока $Q_w(t)$ получена удобная аналитическая формула, зависящая от первой, второй и третьей производных кубического сплайна в узловых точках временной сетки [6], которые находятся соответственно с погрешностями $0,5 \div 1$, $1 \div 2$ и $2,5$ % с помощью сглаживающих сплайн-функций. После этого коэффициент теплоотдачи определяется из уравнения баланса энергии на границе раздела сред: $Q_w(t) = \alpha(T_e - T_w(t))$. Если вместо температуры поверхности известна температура в некоторой внутренней точке чувствительного элемента, то, применяя хорошо разработанные методы решения граничных обратных задач [6], можно вычислить температуру T_w и суммарный тепловой поток Q_w , а затем из уравнения баланса энергии на границе раздела сред — значение α .

В общем случае коэффициент теплоотдачи α равен сумме конвективной (α_w) и лучистой (α_r) составляющих, а также зависит от температурного фактора T_w/T_e , режима течения

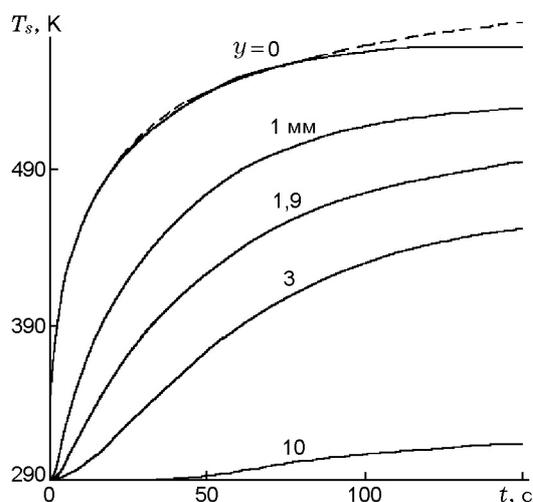


Рис. 3. Зависимости $T_s(t)$ для материала ТТПС-1 при нагреве в потоке азота ($T_s^0 = 291$ К, $T_e = 673$ К, $\alpha_w = 68,6$ Вт/(м²·К)) для различных значений координаты y :

сплошные линии — эксперимент, штриховая — расчет

в газовом потоке и т. д. Влияние перечисленных факторов в расчетах не учитывалось, а при использовании решения (1) интервалы изменения температур ΔT_e , ΔT_w и коэффициент α выбирались таким образом, чтобы погрешность задания $\alpha = \text{const}$ и $Q_w = \alpha T_e = \text{const}$ на временном интервале $[0, t_{fin}]$ не превышала $5 \div 8$ %. Тогда полученные нулевые приближения по искомым характеристикам из (1), (2) считаются приемлемыми, а затем уточняются из решения граничной обратной задачи.

Тепловая активность ТЗП. Для определения тепловой активности теплозащитного покрытия (ТЗП) в исходном состоянии ($T_s^0 < T_{dest}^0$, где T_{dest}^0 — температура начала термодеструкции [2, 3, 7, 8]) используется участок инертного разогрева на кривой $T_{w,i}(t_i)$, полученный в идентичном эксперименте сразу же после теплового испытания датчика нестационарного теплового потока. Затем по известным значениям T_e , α и $T_{w,i}(t_i)$ для ТЗП определяется его тепловая активность [3, 7]:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha \sqrt{\frac{t_i}{\tau_i}}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (4)$$

Определение относительной погрешности $\Delta \varepsilon_s / \varepsilon_s$ аналогично описанной выше процедуре нахождения $\Delta \alpha / \alpha$.

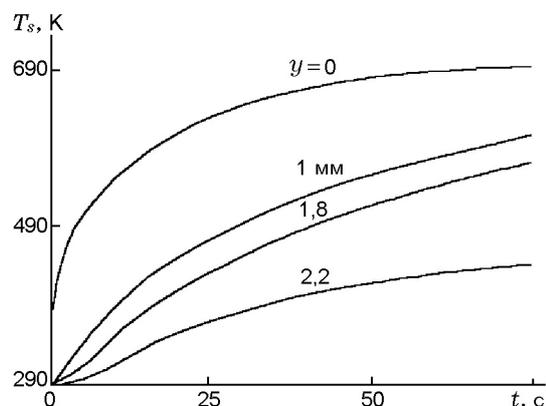


Рис. 4. Зависимости $T_s(t)$ для материала ТТПС-2 при нагреве в потоке азота ($T_s^0 = 291$ К, $T_e = 713$ К, $\alpha_w = 107,3$ Вт/(м²·К)) для различных значений координаты y

В настоящей работе исследованы характеристики двух видов тонкослойных ТЗП [20]. Первое ТЗП в качестве полимерного связующего содержит хлорсульфированный полиэтилен марки ХСПЭ-МР (условное обозначение покрытия ТТПС-1), а второе — его модификацию ХСПЭ-20И (обозначен ТТПС-2). В качестве наполнителя в обоих покрытиях используется полипропиленовый порошок [20].

Кривые разогрева $T(y_i, t_i)$ образцов ТТПС-1 и ТТПС-2 приведены на рис. 3, 4. По результатам измерений тепловые активности материалов ТТПС-1 и ТТПС-2 равны (353 ± 6) и (309 ± 24) Дж/(м² · К · с^{0,5}) соответственно, а погрешности их определения $\Delta \varepsilon_s / \varepsilon_s \leq 0,018$ и $\leq 0,078$.

Коэффициент теплопроводности. Обычно значение λ_s определяется из граничного условия 3-го рода на нагреваемой поверхности исследуемого образца [2]:

$$\lambda(T_w) = - \frac{\alpha(T_e - T_w)}{\partial T(y_1, t) / \partial y}. \quad (5)$$

В данном случае значения α и T_e известны. Температура T_w и градиент температуры $\partial T(y_1, t) / \partial y$ находятся из измерений зависимости $T_s(y, t)$. В результате получены следующие значения теплопроводности материалов в исходном состоянии:

Таблица 2
Теплофизические характеристики материалов

Характеристика материала	$T_{s,j}$, К		
	291	623	673
ТТПС-1			
ρ_s , кг/м ³	691	525	200
$\chi = \rho_{s,j}/\rho_s^0$	1,00	0,76	0,29
ε_s , Дж/(м ² ·К·с ^{0,5})	353 ± 6	272 ± 4	155 ± 3
λ_s , Вт/(м·К)	0,127 ± 0,002	0,095 ± 0,002	0,086 ± 0,002
$c_{p,s}$, Дж/(кг·К)	1422	1481	1391
a_s , 10 ⁻⁷ м ² /с	1,292	1,222	3,091
ТТПС-2			
ρ_s , кг/м ³	562	360	100
$\chi = \rho_{s,j}/\rho_s^0$	1,00	0,64	0,18
ε_s , Дж/(м ² ·К·с ^{0,5})	309 ± 6	251 ± 4	151 ± 3
λ_s , Вт/(м·К)	0,101 ± 0,002	0,084 ± 0,002	0,068 ± 0,002
$c_{p,s}$, Дж/(кг·К)	1680	2076	3331,8
a_s , 10 ⁻⁷ м ² /с	1,070	1,124	2,041

ТТПС-1: $\lambda_s = (0,127 \pm 2 \cdot 10^{-3})$ Вт/(м·К),
 $\sigma_{\lambda_s} = 0,0015$, $\Delta\lambda_s/\lambda_s = 0,016$
при $q = 0,05$, $f = 4$, $t_q = 2,78$;

ТТПС-2: $\lambda_s = (0,101 \pm 1,6 \cdot 10^{-3})$ Вт/(м·К),
 $\sigma_{\lambda_s} = 0,002$, $\Delta\lambda_s/\lambda_s = 0,016$
при $q = 0,05$, $f = 7$, $t_q = 2,306$.

Высокая точность определения λ_s достигается за счет тщательного проведения эксперимента и статистической обработки данных, а также за счет исключения резко отличающихся результатов и проверки однородности дисперсий [17].

Плотность, теплоемкость и температуропроводность. Плотность цилиндрических образцов ТТПС-1 и ТТПС-2 в представленных партиях определяли по результатам прямых измерений их массы m_s (точность $\approx 10^{-4}$ г), высоты h_s и диаметра d_s (точность $\approx 0,01$ мм). Разброс значений ρ_s для всех образцов не превышает $\approx 1,2$ %, что указывает на высокую технологичность их изготовления. Удельную теплоемкость и температуропроводность определяли по найденным значениям ε_s и ρ_s :

$$c_{p,s} = \varepsilon_s^2 / \lambda_s \rho_s, \quad a_s = \lambda_s / \rho_s c_{p,s}. \quad (6)$$

В табл. 2 приведены все теплофизические свойства исследуемых материалов в исходном состоянии (при $T_s^0 = 291$ К).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ И КИНЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В РЕЖИМЕ ТЕРМОДЕСТРУКЦИИ МАТЕРИАЛА

Теплофизические характеристики. Для нахождения теплофизических характеристик в условиях термодеструкции теплозащитных материалов обычно используют метод стабилизированных состояний [2, 7, 10]: образец исследуемого материала отжигают при фиксированных температурах $T_{s,j} > T_{dest}^0$, после чего охлаждают до начальной температуры T_s^0 , а затем разогревают в потоке нагретого азота, регистрируя при этом температуру поверхности. Вся серия экспериментов может быть проведена с одним и тем же образцом при обязательном выполнении условия постепенного повышения температур [7] $T_{s,j} > T_{s,j-1} > \dots > T_{dest}^0 > T_s^0$, т. е. многократный отжиг образца при фиксированных температурах. При этом время отжига не меньше $2h_s^2/a_s$.

Результаты исследования зависимостей $\rho_s(T_{s,j})$, $\varepsilon_s(T_{s,j})$, $\lambda_s(T_{s,j})$, $c_{p,s}(T_{s,j})$ и $a_s(T_{s,j})$

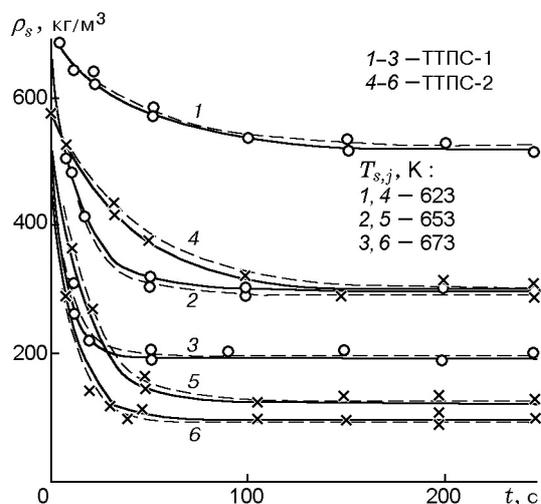


Рис. 5. Зависимости $\rho_s(t)$ для различных температур:
сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет

для материалов ТТПС-1 и ТТПС-2 приведены в табл. 2. Диапазон температур стабилизации $T_{s,j} = 291 \div 673$ К. Определение перечисленных характеристик при $T_{s,j} > 673$ К по предложенной методике не представляется возможным из-за низких прочностных свойств углеродного остатка. По-видимому, этот вопрос может быть решен отдельно с помощью специальных методик.

Кинетические характеристики термодеструкции. Для определения макрокинетики процессов термодеструкции полимерсодержащих материалов воспользуемся методикой, описанной в [7]. С этой целью измерим временные зависимости $\rho_s(t)$ при различных температурах газового потока $T_{e,j}$, которые были приняты в качестве температур термостабилизации $T_{s,j}$. В соответствии со схемой измерений на рис. 1 используем одну поверхностную ленточную термопару 7, а толщину образцов $h_{s,j}$ выберем из условия отсутствия диффузионного торможения [3, 7], согласно которому при заданном диаметре d_s значения $h_{s,j}$ не должны превышать $\approx 0,8 \div 1,0$ мм.

На рис. 5 приведены зависимости $\rho_s(t)$ для материалов ТТПС-1 и ТТПС-2 при различных температурах $T_{s,j}$. Характер зависимостей экспоненциальный. Принималось [3, 7, 10], что скорость термодеструкции определяется одностадийной брутто-реакцией.

Представляя экспериментальные данные в полулогарифмических координатах $\ln F$, $1/T_s$

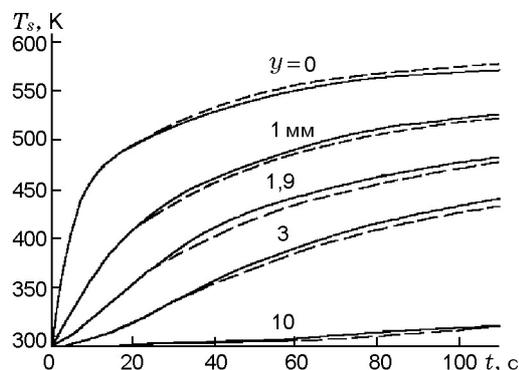


Рис. 6. Сравнение экспериментальных (сплошные) и расчетных (штриховые линии) значений температур для материала ТТПС-1 при $T_e = 673$ К, $\alpha_w = 68,6$ Вт/(м²·К)

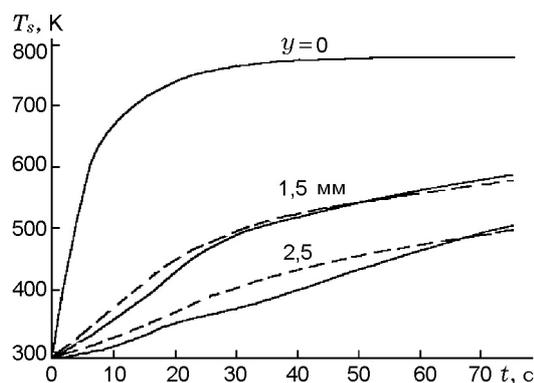


Рис. 7. Сравнение экспериментальных (сплошные) и расчетных (штриховые линии) значений температур для материала ТТПС-1 при $T_e = 823$ К, $\alpha_w = 195,5$ Вт/(м²·К)

(где $\ln F = \ln(d\rho_s/dt) - n \ln(\rho_s - \rho_k)$), легко определить величины E и k_0 при априори заданном значении $n = 1$ [3, 7, 9]. В результате процедуры спрямления получены следующие значения кинетических постоянных:

$$\begin{aligned} \text{для ТТПС-1: } E &= (111 \pm 10) \text{ кДж/моль,} \\ &k_0 = 5,1 \cdot 10^{7 \pm 1} \text{ с}^{-1}; \\ \text{для ТТПС-2: } E &= (110 \pm 10) \text{ кДж/моль,} \\ &k_0 = 3,6 \cdot 10^{7 \pm 1} \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Расчетные зависимости $\rho_s(t)$ (см. рис. 5, штриховые линии) хорошо совпадают с экспериментальными данными. Полученные значения теплофизических и кинетических характеристик брали в качестве нулевых приближений в обратной коэффициентной (кинетической) задаче, основанной на более полной математичес-

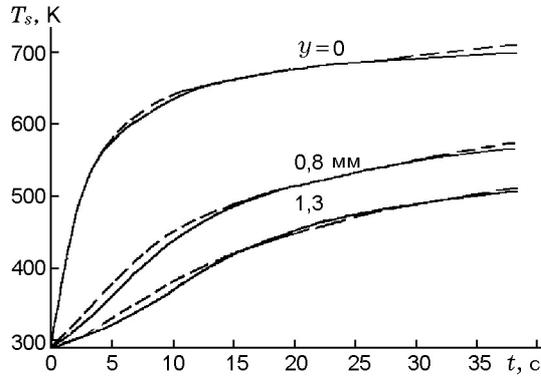


Рис. 8. Сравнение экспериментальных (сплошные) и расчетных (штриховые линии) температур для материала ТТПС-2 при $T_e = 853$ К, $\alpha_w = 122$ Вт/(м²·К)

кой модели (с учетом реакции термодеструкции), для уточнения кинетических характеристик по кривым разогрева (сплошные линии на рис. 6–8).

Следует отметить хорошее согласование полученных значений кинетических постоянных с аналогичными данными для процесса термодеструкции типичных термопластов (см., например, макрокинетику термодеструкции полиметилметакрилата в [3], органоластика в [7] и т. д.). В связи с этим нулевое приближение для теплового эффекта было принято равным $Q \approx -10^6$ Дж/кг.

РЕШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ПО ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЯМ В ОБРАЗЦАХ

Постановка задачи. Образец, представляющий собой двухслойную конструкцию из теплозащитного материала и подложки, обдувается горячим газовым потоком (азотом). В процессе нагрева разрушается ТЗП и продукты разложения уносятся в набегающий газовый поток.

Процессы тепло- и массопереноса в рассматриваемой двухслойной конструкции описываются следующей математической моделью:

$$\rho_s c_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + c_{p,s} G \frac{\partial T_s}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) + Q \frac{d\rho_s}{dt}, \quad (7)$$

$$\frac{d\rho_s}{dt} = -k_0 (\rho_s - \rho_c)^n \exp \left(-\frac{E}{RT_s} \right), \quad (8)$$

$$\rho_{sub} c_{p,sub} \frac{\partial T_{sub}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{sub} \frac{\partial T_{sub}}{\partial y} \right), \quad (9)$$

$$T_s \Big|_{t=0} = T_{sub} \Big|_{t=0} = T_s^0, \quad \rho_s \Big|_{t=0} = \rho_s^0, \quad (10)$$

$$\alpha_w (T_e - T_w) + \sigma A_{eff} (T_e^4 - T_w^4) = -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=Y_1(t)}, \quad (11)$$

$$T_s \Big|_{y=L_1-0} = T_{sub} \Big|_{y=L_1+0}, \quad (12)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=L_1-0} = \lambda_{sub} \frac{\partial T_{sub}}{\partial y} \Big|_{y=L_1+0},$$

$$\lambda_{sub} \frac{\partial T_{sub}}{\partial y} \Big|_{y=L_2} = 0, \quad (13)$$

$$G = - \int_y^{L_1} \left(\frac{d\rho_s}{dt} \right) dy,$$

$$(\rho v)_w = G w, \quad \alpha_w = \alpha_0 \left[1 - \frac{\gamma G}{(\alpha/c_{p,e})_0} \right].$$

Требуется, используя математическую модель (7)–(13) и заданную температуру в I точках ТЗП с координатами y_i :

$$T^{exp}(y_i, t) = f_i(t), \quad i = \overline{1, I}, \quad (14)$$

определить теплофизические ($\lambda_s, c_{p,s}$) и кинетические (E, Q, k_0) характеристики теплозащитных материалов. В уравнениях (7)–(14) A_{eff} — эффективный коэффициент излучательной способности; L_1, L_2 — координаты границ «теплозащитный материал — подложка» и «подложка — изолятор»; индексы: s — ТЗП, sub — подложка, w — нагреваемая поверхность, e — внешний газовый поток, 0 — без вдува, c — коксовый остаток, exp — эксперимент.

Метод определения кинетических характеристик. Кинетические характеристики E, Q, k_0 находим из условия минимума функционала

$$\Phi(E, Q, k_0) = \left[\frac{1}{t_{fin} I} \sum_{i=1}^I \int_0^{t_{fin}} \mu_i(t) (f_i(t) - T_i(t))^2 dt \right]^{1/2} = \delta, \quad (15)$$

представляющего собой среднее квадратическое отклонение экспериментальных (f_i) и расчетных (T_i) значений температуры на рассматриваемом временном интервале $[0, t_{fin}]$ в I сечениях по толщине образца, в которых размещены термодатчики. Здесь $\delta^2 = \delta_{exp}^2 + \delta_{calc}^2$; δ_{exp}^2 , δ_{calc}^2 — интегральные погрешности определения соответственно экспериментальных и расчетных значений температур, $\mu(t)$ — весовая функция. Так как $\delta_{calc} \ll \delta_{exp}$, обычно полагают $\delta \approx \delta_{exp}$. Величину δ_{exp}^2 оценивали по формуле $\delta_{exp}^2 = \int_0^t \sigma^2(t) dt$, где $\sigma^2(t)$ — дисперсия функций $f_i(t)$. Температуру $T_i(t)$ рассчитывали по математической модели (7)–(13).

Расчетная температура в (15) определялась итерационно-интерполяционным методом [2, 6]. Для облегчения интегрирования переменная (вследствие линейного уноса материала) область интегрирования $[Y_1(t), L_1]$ сведена к постоянной $[0, 1]$ с помощью замены переменных

$$\tau = t, \quad \eta = (y - Y_1(t))/(L - Y_1(t)). \quad (16)$$

Частные производные по y , t определяли по формулам

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} &= \frac{1}{L_1 - Y_1(t)} \frac{\partial}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\dot{Y}_1(t)(1 - \eta)}{L_1 - Y_1(t)} \frac{\partial}{\partial \eta}. \end{aligned} \quad (17)$$

В новых переменных τ , η математическая модель (7)–(13) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_s c_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial \tau} &= \frac{1}{L_1 - Y_1} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial \eta} \right) - \\ &- \frac{(\rho v)_s + \rho_s \dot{Y}_1(\eta - 1)}{L_1 - Y_1} c_{p,s} \frac{\partial T}{\partial \eta} + QW; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial \tau} + \frac{\dot{Y}_1(\eta - 1)}{L_1 - Y_1} \frac{\partial \rho_s}{\partial \eta} = -W, \quad (19)$$

$$W = (\rho_s - \rho_c)^n k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right), \quad Q < 0;$$

$$\begin{aligned} (\rho v)_s &= (L_1 - Y_1) \int_{\eta}^1 (\rho_s - \rho_c)^n k_0 \times \\ &\times \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right) d\eta, \end{aligned}$$

$$Y_1(t) = \int_0^t v_{sw}(t) dt, \quad (20)$$

$$T_s \Big|_{t=0} = T_s^0, \quad \rho_s \Big|_{t=0} = \rho_s^0;$$

$$-\frac{\lambda_s}{L_1 - Y_1} \frac{\partial T_s}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \alpha_w (T_e - T_w) + \sigma A_{eff} (T_e^4 - T_w^4); \quad (21)$$

$$-\frac{\lambda_s}{L_1 - Y_1} \frac{\partial T_s}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = q\delta, \quad \rho_s \Big|_{\eta=1} = \rho_s^0, \quad \dot{Y}_1 = \frac{dY_1}{dt}. \quad (22)$$

Системы разностных уравнений для определения температуры и плотности на новом ($j+1$)-м временном слое, полученные на основе итерационно-интерполяционного метода, представлены в работе [6]. Минимизацию функционала (15) осуществляли методом сопряженных градиентов [11].

Метод определения теплофизических характеристик. В связи с тем, что с увеличением темпа нагрева начиная с некоторых значений температур и тепловых потоков происходит смещение зон физико-химических превращений в высокотемпературную область, для устранения неоднозначности в выборе значений λ_s и $c_{p,s}$ при заданной температуре T_s необходимо учитывать зависимость теплофизических характеристик от плотности [9] либо степени разложения [15]. Для небольших значений температур и тепловых потоков, когда этого смещения нет, λ_s и $c_{p,s}$ по-прежнему можно определять как функции температуры.

Зависимости λ_s и $c_{p,s}$ от температуры либо плотности находили из условия минимума функционала, аналогичного (15). Как показано в [11], при разработке итерационных алгоритмов решения коэффициентных обратных задач, в которых идентифицируемые характеристики являются функциями от решения соответствующей прямой задачи, не удается построить эффективную процедуру минимизации невязки (15) в функциональном пространстве. Это обусловлено, прежде всего, трудностями вычисления составляющих градиента функционала невязки по искомым функциям. В то же время эффективным оказался подход, основанный на параметризации искомым функций. В результате коэффициентная обратная задача

была сведена к поиску из условия (15) вектора неизвестных параметров, состоящего из коэффициентов параметрического представления искомых функций. При использовании кубических сплайнов, например, в качестве таких коэффициентов выступают «моменты» кубических сплайнов [21].

В [6, 11] показано, что для получения однозначного решения при одновременном определении λ_s и $c_{p,s}$ необходимо, чтобы уравнение сохранения энергии либо граничные условия были неоднородными относительно этих характеристик и (или) были известны теплофизические характеристики при начальной температуре T_s^0 . В нашем случае все эти условия выполнены. Граничное условие второго рода при $y = Y_1(t)$ задано постановкой задачи (условие (11)). Для задания граничного условия второго рода

$$-\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=L_1} = q_\delta(t) \quad (23)$$

из решения прямой (псевдообратной [1]) задачи теплообмена в области $D_2\{L_1 \leq y \leq L_2, 0 \leq t \leq t_{fin}\}$ по известной из эксперимента температуре $T^{exp}(L_1, t)$ и заданному граничному условию (13) любым известным численным методом [22] находили тепловой поток в подложку $q_\delta(t)$. Теплофизические параметры при начальной температуре определяли по методикам, описанным выше, либо с помощью стандартных теплофизических приборов ИТ-λ-400, ИТ-с-400.

Таким образом, расчетные температуры $T_i(t)$ в функционале (15) находятся из решения прямой задачи тепло- и массообмена в области $D_1\{0 \leq y \leq L_1, 0 \leq t \leq t_{fin}\}$ с начальными условиями (10) и граничными условиями второго рода (11), (23).

Введем область определения искомых функций $\lambda_s(T)$, $c_{p,s}(T)$ либо $\lambda_s(\rho)$, $c_{p,s}(\rho)$ в виде интервалов $[T_{s,min}, T_{s,max}]$, $[\rho_{s,min}, \rho_{s,max}]$, где $T_{s,min}$, $T_{s,max}$ — минимальные и максимальные значения температуры, $\rho_{s,min}$, $\rho_{s,max}$ — минимальные и максимальные значения плотности. Для удобства решения задачи с помощью замены переменных

$$\xi = (\rho_s - \rho_{s,max}) / (\rho_{s,min} - \rho_{s,max}) \quad (24)$$

$$\text{либо } \xi = (T_s - T_{s,min}) / (T_{s,max} - T_{s,min})$$

данные интервалы сведены к единичному интервалу $[0,1]$. На нем вводятся неравномерные в общем случае сетки

$$\omega_1 = \{\xi_{-2}, \xi_{-1}, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{N_1}, \xi_{N_1+1}, \xi_{N_1+2}\},$$

$$\omega_2 = \{\xi_{-2}, \xi_{-1}, \xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{N_2}, \xi_{N_2+1}, \xi_{N_2+2}\},$$

где $\xi_0 = 0$; $\xi_{N_1} = \xi_{N_2} = 1$; N_1, N_2 — число элементарных интервалов. На первой из этих сеток представим в параметрическом виде функцию $\lambda_s(\xi)$, а на второй — $c_{p,s}(\xi)$. Для этой цели будем использовать кубические B -сплайны [23] с «естественными» граничными условиями $\lambda_s''(0) = \lambda_s''(1) = 0$, $c_{p,s}''(0) = c_{p,s}''(1) = 0$. В результате имеем

$$\lambda_s(\xi) = \sum_{i=-1}^{N_1+1} \lambda_i B_i(\xi), \quad (25)$$

$$c_{p,s}(\xi) = \sum_{i=-1}^{N_2+1} c_{p,i} B_i(\xi).$$

Тогда коэффициентная обратная задача будет заключаться в определении суммарного вектора неизвестных параметров: $p_k = \lambda_k$, $k = \overline{1, N_1}$; $p_{N_1+k} = c_{p,k}$, $k = \overline{1, N_2}$.

Коэффициенты разложения λ_{-1} , λ_0 определяются из решения системы уравнений

$$\lambda_{-1} B_{-1}''(\xi_0) + \lambda_0 B_0''(\xi_0) + \lambda_1 B_1''(\xi_0) = 0, \quad (26)$$

$$\lambda_{-1} B_{-1}(\xi_0) + \lambda_0 B_0(\xi_0) + \lambda_1 B_1(\xi_0) = \lambda_s^0 \quad (27)$$

через оптимизируемый параметр λ_1 и известный коэффициент теплопроводности λ_s^0 при $T_s = T_{s,min} = T_s^0$ либо $\rho_s = \rho_{s,max} = \rho_s^0$. Коэффициент λ_{N_1+1} вычисляется из уравнения

$$\lambda_{N_1-1} B_{N_1-1}''(\xi_{N_1}) + \lambda_{N_1} B_{N_1}''(\xi_{N_1}) + \lambda_{N_1+1} B_{N_1+1}''(\xi_{N_1}) = 0. \quad (28)$$

Аналогично определяются коэффициенты $c_{p,-1}$, $c_{p,0}$, c_{p,N_2+1} . Таким образом, число оптимизируемых параметров равно $N_1 + N_2 - 2$. Значения сплайна B_i и его производных в узлах ξ_{i-2} , ξ_{i-1} , ξ_i , ξ_{i+1} , ξ_{i+2} находят с помощью табл. 3.9 из [23]. То, что в каждом уравнении (26)–(28) только три элемента отличны от нуля, объясняется финитностью B -сплайнов [23].

Результаты численных расчетов. Применялась следующая итерационная схема расчета. Используя в качестве нулевых приближений полученные ранее по упрощенным методикам данные по теплофизическим (см. табл. 2) и кинетическим (E , k_0 , n) характеристикам материалов ТТПС-1 и ТТПС-2, из решения коэффициентной обратной задачи на основе математической модели (7)–(13) определяли новое приближение по кинетическим характеристикам, которое принималось за нулевое приближение при определении теплофизических характеристик и т. д. до полной сходимости процесса определения теплофизических и кинетических характеристик.

В расчетах использовались следующие значения параметров: $T_s^0 = 291$ К; $\lambda_{sub} = 0,349$ Вт/(м·К); $\rho_{sub} = 1800$ кг/м³; $c_{p,sub} = 837$ Дж/(кг·К); $L_1 = 0,01$ м; $L_2 = 0,02$ м; $n = 1$. Исходные экспериментальные температурные зависимости для материалов ТТПС-1 и ТТПС-2, применяемые при решении коэффициентных обратных задач, изображены на рис. 6–8 сплошными линиями. Теплофизические свойства азота взяты из работы [24]. Теоретические значения температур определены по математической модели (7)–(13) с граничными условиями третьего либо первого рода при $y = Y_1$ и условиями адиабатичности при $y = L_1$.

В численных расчетах после первой итерации получены следующие значения кинетических характеристик термодеструкции:

$$\begin{aligned} \text{для ТТПС-1: } E &= (111 \pm 10) \text{ кДж/моль;} \\ k_0 &= 8,7 \cdot 10^{7 \pm 1} \text{ с}^{-1}; \\ Q &= -1,0 \cdot 10^{6 \pm 1} \text{ Дж/кг;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{для ТТПС-2: } E &= (111 \pm 10) \text{ кДж/моль;} \\ k_0 &= 1,9 \cdot 10^{7 \pm 1} \text{ с}^{-1}; \\ Q &= -0,6 \cdot 10^{6 \pm 1} \text{ Дж/кг.} \end{aligned}$$

В результате выполнения итерационной процедуры минимизации для материалов ТТПС-1 и ТТПС-2 значения функционала (15) уменьшились с 4,21 и 9,95 при задании нулевого приближения соответственно до 3,92 и 7,8 в точке минимума. Теоретические температурные зависимости, полученные из решения прямой задачи с найденными значениями кинетических характеристик, показаны на рис. 6–8 штриховыми линиями.

ВЫВОДЫ

1. Предложена схема комплексного исследования теплофизических и кинетических характеристик ТЗП с неизвестными паспортными данными.
2. Определены теплофизические характеристики теплозащитных материалов типа ТТПС-1 и ТТПС-2 на основе хлорсульфированного полиэтилена в зависимости от температуры и степени термического разложения.
3. Изучена макрокинетика процесса термодеструкции теплозащитных материалов типа ТТПС-1 и ТТПС-2. По зависимостям плотности от температуры стабилизации определены энергии активации и предэкспоненты реакции термодеструкции.
4. С использованием нулевых приближений по теплофизическим и кинетическим характеристикам, полученным с помощью приближенных аналитических решений и метода стабилизированных состояний, решена обратная коэффициентная (кинетическая) задача на основе полной математической модели и определен тепловой эффект реакции термодеструкции. Выполнена оценка точности определения кинетических характеристик путем сравнения расчетных и экспериментальных температурных полей при радиационно-конвективном теплообмене.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Алифанов О. М.** Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988.
2. **Исаков Г. Н., Кузин А. Я.** Определение теплофизических характеристик пористых материалов // Теплообмен и теплофизические свойства пористых материалов: Материалы Всесоюз. семинара. Новосибирск: Изд-во Ин-та теплофизики СО РАН, 1992. С. 235–241.
3. **Исаков Г. Н.** Тепломассоперенос и воспламенение в гетерогенных системах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
4. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
5. **Чудновский А. Ф.** Теплофизические характеристики дисперсных материалов. М.: ГИФМЛ, 1962.
6. **Гришин А. М., Кузин А. Я., Миков В. Л. и др.** Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987.

7. **Исаков Г. Н.** Макрокинетика термо- и термоокислительной деструкции органопластика при нагреве в потоке газа // *Физика горения и взрыва*. 1994. Т. 30, № 3. С. 54–59.
8. **Исаков Г. Н., Несмелов В. В. и др.** К теории релаксационных процессов в разлагающихся полимерных материалах при высокоинтенсивном конвективном нагреве // *Докл. АН СССР*. 1984. Т. 278, № 5. С. 1112–1115.
9. **Зинченко В. И., Несмелов В. В., Якимов А. С., Костин Г. Ф.** Влияние динамики изменения физико-химических свойств фенольного углепластика на нестационарный тепло- и массообмен при высокотемпературной деструкции в потоке газа // *Физика горения и взрыва*. 1997. Т. 33, № 5. С. 76–84.
10. **Шленский О. Ф., Шашков А. Г., Аксенов Л. Н.** Теплофизика разлагающихся материалов. М.: Энергоатомиздат, 1985.
11. **Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В.** Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988.
12. **Музылев Н. В.** О единственности одновременного определения коэффициентов теплопроводности и объемной теплоемкости // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1983. Т. 23, № 1. С. 102–108.
13. **Клибанов М. В.** Теорема единственности для одного класса коэффициентных обратных задач // *Инж.-физ. журн.* 1985. Т. 49, № 6. С. 1006–1009.
14. **Гришин А. М., Синицын С. П.** Теория пиролиза композиционных полимерных материалов // *Физика горения и взрыва*. 1984. Т. 20, № 6. С. 67–79.
15. **Юдин В. М.** Тепло- и массоперенос в стеклопластиках // *Инж.-физ. журн.* 1973. Т. 24, № 4. С. 618–626.
16. **Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.** Специальные функции. М.: Наука, 1977.
17. **Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976.
18. **Пикалов В. В., Преображенский Н. Г.** О преобразовании Абеля при голографической интерферометрии точечного взрыва // *Физика горения и взрыва*. 1974. Т. 10, № 6. С. 923–930.
19. **Воскобойников Ю. Е.** Обращение уравнения Абеля с использованием кубических сплайнов // *Инверсия Абеля и ее обобщения: Сб. науч. тр. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР*, 1978. С. 180–189.
20. **Несмелов В. В., Гольдин В. Д., Савельев В. Н., Ермолаев В. Ф.** Экспериментальное исследование специальных характеристик тонкослойных теплозащитных покрытий ТТПС при обтекании потоком плазмы // *Ракетно-космическая техника. Сер. 12. Миасс: ГРЦ*, 2001. Вып. 2 (47). С. 3–18.
21. **Страхов В. Л., Леонова С. И., Гаращенко А. М.** Некоторые результаты определения температурных зависимостей теплофизических характеристик композиционных полимеров // *Инж.-физ. журн.* 1977. Т. 33, № 6. С. 1047–1051.
22. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
23. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
24. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 24/IV 2001 г.,
в окончательном варианте — 4/IV 2003 г.*