

МАГНИТОЗВУКОВОЙ АНАЛИЗ И МЕТОД ДИАГНОСТИКИ РАЗЛЕТА ПЛАЗМЕННОГО ОБЛАКА В ЗАМАГНИЧЕННОМ ФОНЕ

С. А. Никитин, А. Г. Пономаренко

Институт лазерной физики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрена задача о субальфвеновском расширении сверхпроводящей плазменной сферы в однородном замагниченном фоне. Особенность использованной самосогласованной модели низкочастотного линейного МГД-приближения заключается в одновременном учете энергии, необходимой для поддержания равновесия поля и плазмы на движущейся границе, и дополнительного возмущения тормозящего поля, вызванного индуцированными в фоновой плазме токами. Это позволило существенно уточнить зависимость излученной магнитогидродинамической энергии от числа Маха — Альфвена. Найдены и рассчитаны универсальные динамические характеристики, на основе использования которых предложены новые методики определения начальной энергии и скорости разлета облака взрывной плазмы по пиковым значениям магнитных сигналов в ближней (квазистатической), переходной и волновой зонах. Продемонстрирована возможность эффективного применения этих методик в экспериментах по генерации облаков лазерной плазмы в вакуумном однородном магнитном поле.

Введение. Реальные условия, в которых происходит расширение плазменного облака космического взрыва [1], а также условия проведения лабораторных экспериментов с лазерной плазмой в магнитных полях [2] могут предполагать существенное наличие замагниченного фона, что должно приводить к значительным изменениям формы и количественных характеристик регистрируемых вдали от облака магнитных сигналов по сравнению с вакуумным случаем [3]. Для анализа влияния фоновой плазмы на динамику разлета удобно использовать низкочастотное линейное МГД-приближение [4], в котором основной является магнитозвуковая мода генерируемых в среде возмущений.

С целью развития магнитозондового метода определения параметров взрыва в данной работе рассматривается в рамках указанного приближения известная задача о расширении в однородной среде с магнитным полем B_0 сверхпроводящей плазменной сферы при малых числах Маха — Альфвена $\beta = V_0/V_A < 1$ (V_0 — начальная скорость сферы, V_A — скорость Альфвена в фоне). В настоящее время интерес к этой проблеме, инициированный еще в период проведения первых высотных взрывов, получает, по-видимому, новый импульс в связи с формирующимся направлением по исследованию возможности применения взрывных методов в целях антиастероидной защиты Земли [5, 6].

Низкочастотное приближение было использовано в [4] при рассмотрении генерации МГД-волн идеально проводящей сферой, которая вначале равномерно расширяется в фоне со скоростью V_0 , а затем мгновенно останавливается.

В [7] МГД-возмущения в однородном фоне находились по заданному закону скорости изменения радиуса сферы в виде квадратично убывающей функции времени. В [8] рассчитана приближенная форма границ торможения плазмы высотного взрыва в самосогласованной постановке задачи с учетом сгребания частиц фона. Однако в данной работе, по нашему мнению, в энергетический баланс не включена энергия, требуемая для поддер-

жания динамического равновесия плазмы и поля.

В [9] получены аналитические решения для магнитозвуковых возмущений и порождаемых ими альфвеновских волн в приближении малых значений магнитного числа Рейнольдса, т. е. для облака с полностью проникшим в него магнитным полем и конечной проводимостью. Такой подход может быть оправдан на поздней стадии разлета облака взрывной плазмы, а не на начальной, которая носит ярко выраженный диамагнитный характер и которой поэтому в большей степени отвечает «сверхпроводящая» модель.

В описании динамики облака на той стадии его разлета, когда оно еще сохраняет сферическую форму, рассмотренный нами подход близок к [10]. Основное отличие состоит в том, что в [10] тормозящее поле на границе плазмы считалось таким, как в вакууме, хотя и решалась задача о нахождении возмущений в условиях фона.

Таким образом, несмотря на то что задача в указанной простой постановке уже исследовалась рядом авторов, она не была решена в законченном виде, поскольку не учитывались одновременно все необходимые условия для поля и движущейся плазмы. В недостаточной мере даны рекомендации по практическому использованию результатов теоретического и численного анализа.

Цель настоящей работы — наиболее последовательный учет самосогласованного характера движения при расчете вида магнитных сигналов в условиях низкочастотных возмущений однородной фоновой среды на диамагнитной стадии разлета плазмы для того, чтобы на его основе предложить новые способы восстановления по этим сигналам начальных данных об энергии \mathcal{E}_0 и скорости V_0 плазменных продуктов взрыва (их масса M_0 оценивается по найденным \mathcal{E}_0 и V_0 : $M_0 \sim \mathcal{E}_0/V_0^2$). Поскольку $\beta < 1$, то мы пренебрегаем эффектом сгребания фона (на характерном масштабе торможения сгребаемая масса мала по сравнению с исходной массой облака M_0).

Магнитозвуковая модель торможения плазменной сферы. В рассматриваемом приближении основным видом МГД-возмущений являются магнитозвуковые волны, изотропно расходящиеся от сферы со скоростью V_A . В сферической системе координат ρ, θ, φ с началом в центре сферы и полярной осью вдоль поля B_0 решение волнового уравнения, отвечающего «магнитному звуку», дает известное выражение для векторного магнитного потенциала [4]:

$$\mathbf{A} = A_\varphi \mathbf{e}_\varphi = \frac{B_0 R_b}{2} \left[r - \frac{f}{r^2} - \beta \frac{f'}{r} \right] \sin \theta \mathbf{e}_\varphi, \quad (1)$$

представленного в данной геометрии только азимутальной компонентой A_φ (\mathbf{e}_φ — азимутальный орт) и зависящего от обобщенной переменной $\eta = \tau - \beta r$, в которой размерные координаты пространства ρ и времени t заменены безразмерными $r = \rho/R_b$ и $\tau = t/T_b$. Здесь $R_b = (3\mathcal{E}_0/B_0^2)^{1/3}$ и $T_b = R_b/V_0$ — характерные масштаб и время торможения плазменной сферы с начальной кинетической энергией разлета \mathcal{E}_0 в вакуумном магнитном поле B_0 [3]; функция $f(\eta)$ описывает структуру возмущений; $f' = df/d\eta$. В соответствии с граничными условиями на поверхности движущегося идеального проводника $A_\varphi = 0$ при $r = a(\tau)$ (a — радиус сферы в единицах R_b). При этом функция $f(\eta)$ удовлетворяет (см. (1)) дифференциальному уравнению

$$f' + \frac{f}{a\beta} - \frac{a^2}{\beta} = 0 \quad (2)$$

при начальных условиях $f(0) = f'(0) = 0$, следующих из требования непрерывности поля \mathbf{A} на сферическом фронте возмущений радиусом $\rho = V_A t$ ($\eta = 0$), вне которого поле однородное с потенциалом $\mathbf{A}(\rho > V_A t) = \mathbf{B}_0 \times \mathbf{e}_\rho \rho/2$.

Вид функции $f(\eta)$ для заданной зависимости скорости сферы V от времени, в частности прямоугольной ($t < 0, V = 0; 0 < t < T_b, V = V_0 = \text{const}; t > T_b, V = 0$), а

также квадратичной, найден в [4, 7]. В нашем подходе требуется решать (2) совместно с уравнением движения сферы.

Возмущенное поле на сфере $\mathbf{B}_s = \mathbf{B}|_{r=a} = \text{rot}\mathbf{A}|_{r=a}$ определяет магнитное давление $\mathbf{B}_s^2/8\pi$, преодолевая которое плазма совершает работу. Последняя с учетом интегрирования по угловой зависимости давления может быть записана в единицах \mathcal{E}_0 как

$$W \simeq \int_0^a Q^2 a^2 da,$$

где $Q = |\mathbf{B}_s|/B_0$ — фактор «усиления» поля на магнитном экваторе сферы ($\theta = \pi/2$). В вакуумном поле, как известно [3], $Q = 3/2 = \text{const}$. В использованной же модели учитывается, что в замагниченном фоне Q является функцией η . Из выражения для θ -компоненты магнитного поля на границе с учетом соотношения (2) следует

$$Q = \frac{1}{2} \left(3 + \beta^2 \frac{f''}{a} \right).$$

Уравнение для скорости изменения радиуса сферы во времени может быть получено в виде, аналогичном уравнению в вакуумном поле [3]:

$$\frac{da}{d\tau} = \mathcal{F} = \sqrt{1 - W} - \frac{2}{3} Q \sqrt{\frac{a^3}{5}}. \quad (3)$$

Первое слагаемое в правой части (3) определяется потерями энергии плазмой на торможение. Второе слагаемое описывает динамический баланс газового и магнитного давлений на движущейся границе. По окончании торможения ($da/d\tau \rightarrow 0$) квадрат этого слагаемого характеризует количество оставшейся в сфере энергии, необходимой для поддержания равновесия.

Уравнения (2) и (3) приводят к самосогласованной динамической системе

$$\frac{df}{d\eta} = -\frac{f}{\beta a} + \frac{a^2}{\beta}, \quad \frac{da}{d\eta} = \frac{\mathcal{F}}{1 - \beta\mathcal{F}}, \quad \frac{dW}{d\eta} = Q^2 a^2 \frac{da}{d\eta}, \quad (4)$$

интегрирование которой в области изменения переменной $\eta = \tau - \beta a > 0$ позволяет определить структуру возмущений и закон движения при $\beta < 1$. При $\eta = \eta_0 \rightarrow 0$ система имеет особенность, поэтому в качестве начальных условий (4) взяты соотношения

$$a(\eta_0 \rightarrow 0) = \frac{\eta_0}{1 - \beta}, \quad f(\eta_0 \rightarrow 0) = \frac{\eta_0^3}{(1 - \beta)^2(1 + 2\beta)}, \quad W(\eta_0 \rightarrow 0) = \frac{4}{5} \frac{(1 + \beta)^2 \eta_0^3}{(1 - \beta)^5(1 + 2\beta)^2}.$$

Величина Q находится на каждом шаге интегрирования из алгебраического уравнения

$$(4/3\sqrt{5}) \beta a^{9/2} Q^2 + 2a^3(1 - \beta\sqrt{1 - W})Q = f + 2a^3,$$

полученного на основе определения Q через f'' (см. выше) с использованием (2) и (3).

Особенность нашего подхода заключается в одновременном учете как энергии, необходимой для поддержания равновесия поля и плазмы на движущейся границе, так и дополнительного возмущения тормозящего поля на этой границе из-за токов, индуцированных в фоновой плазме. Отметим, что в наиболее близких по постановке задачи работах [8, 10] рассмотрен либо тот, либо другой из этих двух важных факторов в отдельности. Ниже приведен соответствующий численный пример.

Результаты численного моделирования. На рис. 1 показана зависимость предельно достижимого радиуса сферы a_m от параметра β . Влияние фона в субальфвеновском режиме ($\beta < 1$) и в линейном приближении вплоть до $\beta = 0,9$ мало сказывается на радиусе торможения из-за резкой зависимости от него другого важного параметра — энергии \mathcal{E}_I ,

индуцированного в облаке дипольного магнитного момента, определяемого поверхностной плотностью тока на сфере $(c/4\pi)QB_0 \sin \theta$ (c — скорость света). В единицах \mathcal{E}_0 эта энергия может быть записана как

$$\mathcal{E}_I \simeq \frac{1}{2} Qa^3 \quad (5)$$

(по завершении переходных процессов взаимодействия сферы со средой $Q \rightarrow 3/2$, $a \rightarrow a_m$, $\mathcal{E}_I \rightarrow (4/5)\mathcal{E}_0$, что соответствует «вакуумным» выражениям этих величин). Изменение \mathcal{E}_I с уменьшением a_m происходит за счет увеличения потерь энергии облаком на генерацию магнитозвуковых возмущений \mathcal{E}_R .

Для излученной МГД-энергии в единицах \mathcal{E}_0 получено выражение

$$\mathcal{E}_R \simeq \frac{1}{2} \int \frac{\beta^3 (f'')^2}{1 - \beta \mathcal{F}} d\eta, \quad (6)$$

которое и использовано в численных расчетах. Интегрирование ведется по обобщенной переменной $\eta = \tau - \beta a$ совместно с интегрированием рассмотренной выше системы, описывающей динамику поля и сферы, что учитывается кинематическим множителем $(1 - \beta \mathcal{F})^{-1}$. На рис. 1 показаны рассчитанные нами зависимости относительной доли потерь на излучение $\mathcal{E}_R/(\mathcal{E}_I + \mathcal{E}_R)$ и a_m от β . Для сравнения приведены штриховые кривые аналогичных зависимостей, полученных в [4] для модели сферы, которая вначале расширяется с постоянной скоростью, а затем мгновенно останавливается. Видно, что метод самосогласованной динамики существенно уточняет данные по энергетике взаимодействия облака с замагниченной средой (при $\beta = 0,8$ примерно в 2 раза).

На рис. 2 на расстоянии $r = 3$ при $\beta = 0,01; 0,21; 0,41$ представлены временные зависимости относительных величин θ - и ρ -компонент магнитных возмущений ($\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$):

$$b_\theta = \frac{(\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) \cdot \mathbf{e}_\theta}{\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{f}{r^3} + \beta \frac{f'}{r^2} + \beta^2 \frac{f''}{r} \right], \quad b_\rho = \frac{(\mathbf{B} - \mathbf{B}_0) \cdot \mathbf{e}_\rho}{\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_\rho} = -\frac{f}{r} - \beta \frac{f'}{r^2}.$$

В упрощенной модели [4] амплитуды сигналов оказываются намного больше (например, при $\beta = 0,5$, $r = 3$ это превышение в сигнале является 6-кратным). С увеличением β все больше проявляется колебательный характер сигналов в отличие от монотонного, получаемого в вакуумном пределе (см. кривые для $\beta = 0,01$). Этот факт связан с существованием

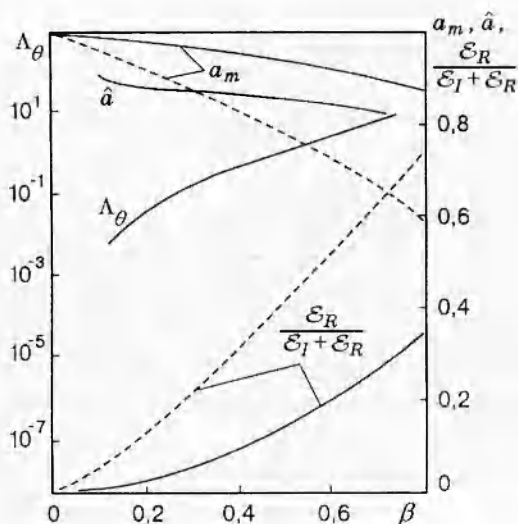


Рис. 1

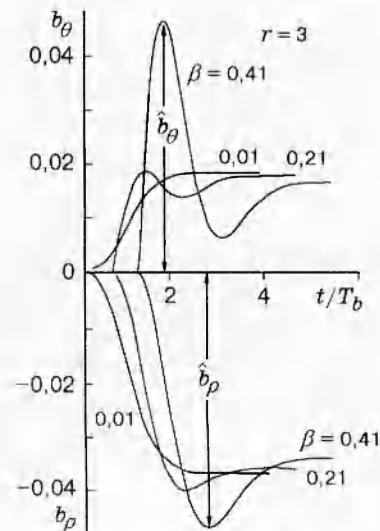


Рис. 2

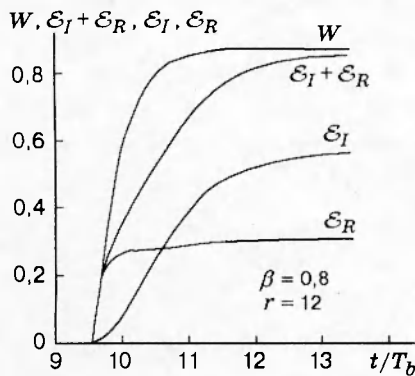


Рис. 3

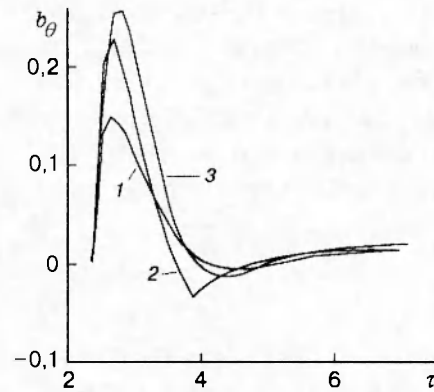


Рис. 4

квазистатической ($\beta r \ll 1$), переходной ($\beta r \sim 1$) и волновой ($\beta r \gg 1$) зон формирования возмущений. С целью проверки точности расчетов проводился контроль за выполнением закона сохранения энергии, для чего были построены кривые изменения во времени совершенной сферой работы $W(\tau)$, энергии индуцированных в облаке токов $\mathcal{E}_I(\tau)$, излученной МГД-энергии $\mathcal{E}_R(\tau)$ и суммы $\mathcal{E}_I + \mathcal{E}_R$ при разных значениях β (на рис. 3 при $\beta = 0,8$). Для удобства все кривые приведены к единому началу — моменту прихода сигнала в точку наблюдения. Точное равенство $W = \mathcal{E}_I + \mathcal{E}_R$ должно иметь место в пределе полного завершения переходного процесса по формированию поля излучения ($\tau - \beta r \gg 1$). Очевидно, что в отсутствие среды ($\beta \rightarrow 0$) работа расширения идеально проводящего тела произвольной формы с покоящимся центром инерции в магнитном поле $B_0 = \text{const}$ совпадает с энергией индуцированных токов. Примененный алгоритм обладает погрешностью, которую характеризует ошибка в соблюдении указанного баланса. Эта ошибка становится заметной с ростом β , но тем не менее во всем исследованном диапазоне $0 < \beta < 0,9$ не превышает 5% от значения W .

На рис. 4 показано, насколько важен учет факторов баланса давлений и усиления поля на поверхности сферы за счет среды. Кривая 1 рассчитана по «полной» модели ($\beta = 0,8$, $r = 3$), 2 — при уменьшении второго слагаемого в (3) в 1000 раз, 3 — при $Q = 3/2 = \text{const}$. Видно, что упрощенные модели обоих типов приводят к существенному увеличению амплитуды сигнала и, значит, к завышению мощности излучения.

Восстановление начальной скорости и энергии плазменного облака по магнитным сигналам. Квазистатический метод. При близком расположении магнитного зонда к облаку ($\rho \ll V_A T_b$) в выражениях для возмущений можно пренебречь слагаемыми, зависящими от радиуса, как r^{-2} и r^{-1} . Получаемое таким образом приближение ближней зоны будет справедливым для $\beta \ll 1/r$ ($r \gtrsim 1$, $\beta \ll 1$) или $\beta \ll 1/(r-1)$ ($\beta \lesssim 1$). В этом случае для нахождения связи характеристик сигнала с динамическими параметрами облака можно воспользоваться «вакуумной» моделью, в которую переходит магнитозвуковая модель при $\beta \rightarrow 0$. В идеальном МГД-приближении динамика плазменной сферы в вакуумном магнитном поле описывается уравнением [3]

$$\frac{da}{d\tau} = \sqrt{1 - \frac{4}{5}a^3} - \sqrt{\frac{a^3}{5}}. \quad (7)$$

Сигналы удаленного от облака магнитного зонда $\Delta \mathbf{B}(t)$, $\dot{\Delta \mathbf{B}} = d\mathbf{B}/dt$ однозначно определяются динамикой сферы. Производная поля

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{da^3}{dt} R_b^3 \mathbf{F}, \quad \mathbf{F} = \frac{1}{\rho^3} [3\mathbf{e}_\rho \cdot (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{e}_\rho) - \mathbf{B}_0]$$

достигает максимума в момент времени $t = t_*$, когда величина $da^3/d\tau$, пропорциональная мощности потерь энергии облаком, тоже максимальна. Условие экстремума $d^2a^3/d\tau^2 = 0$ дает уравнение на относительный радиус сферы a_* в момент $\tau_* = t_*/\bar{t}_b$, которое получим, дифференцируя уравнение (7) и приравнявая его к нулю. В результате имеем $a_* = 0,75$; после подстановки этого значения в (7) определим мгновенную скорость (в единицах V_0) $da_*/d\tau = \dot{a}_* = 0,53$. Характерное время достижения максимума мощности потерь

$$\tau_* = \int_0^{a_*} \frac{da}{\sqrt{1 - (4/5)a^3} - \sqrt{a^3/5}} = 0,92.$$

Коэффициенты a_* , \dot{a}_* , τ_* — это константы модели, необходимые для определения параметров движения плазмы по магнитным сигналам.

Предельный радиус торможения ($R_m = a_m R_b$) определяется соотношением

$$R_m = [-2(\Delta \mathbf{V}_m)^2 / (\Delta \mathbf{V}_m \cdot \mathbf{F})]^{1/3},$$

где $\Delta \mathbf{V}_m$ — максимальное по амплитуде поле возмущения, регистрируемое зондом («амплитуда насыщения»).

Найденный таким образом эффективный радиус R_m торможения может быть меньше R_b ($a_m < 1$) по двум причинам: из-за наличия фоновой среды с увеличением параметра β и заметного проникновения поля в плазму в процессе торможения [2]. Последнее приводит к тому, что часть преобразованной энергии направленного (радиального) движения переходит в «тепло», вклад которого в полный индуцированный магнитный момент может быть уменьшен относительно вклада того же количества энергии в первоначальной форме движения, так как зависит от конкретного вида возникающего распределения частиц по плотности и компонентам скорости, а также от степени неоднородности возмущенного поля в облаке [11], т. е. определяется особенностями процесса магнитной диффузии. Важным примером неоднозначного перераспределения энергии служит феномен поляризованных струй, образующихся в конце стадии торможения при развитии желобковой неустойчивости [2]. Как следствие квазистатическая энергия индуцированного тока, вычисленная по измеренной «амплитуде насыщения» $\Delta \mathbf{V}_m$ из выражения

$$\mathcal{E}_I = -\frac{1}{2} \frac{(\Delta \mathbf{V}_m)^2 B_0^2}{\Delta \mathbf{V}_m \cdot \mathbf{F}}, \quad (8)$$

будет меньше [12] ее идеальной оценки $(4/5)\mathcal{E}_0$ [3]. Влияние диффузии на результаты анализа можно уменьшить, если пользоваться подходом, который был эффективно применен для обработки данных магнитных зондов в экспериментах [13] по генерации квазисферических облаков лазерной плазмы в вакуумном однородном поле на установке КИ-1 [2]. В основе подхода лежит то реальное обстоятельство, что на начальном этапе от $t = 0$ до $t \sim t_*$ наблюдаемая диффузия мала и движение происходит в хорошем согласии с моделью сверхпроводящей сферы. Тогда из приведенных выше соотношений следуют формулы для нахождения R_b , начальной энергии и скорости по измеренным времени t_* и максимуму производной сигнала $\dot{\mathbf{V}}_*$ (при $t = t_*$):

$$R_b = \left(-\frac{2 t_*}{9 \tau_*} \frac{B_0^2 \cdot \dot{\mathbf{V}}_*^2}{\dot{\mathbf{V}}_* \cdot \mathbf{F} a_*^2 \dot{a}_*} \right)^{1/3}, \quad V_0 = -\frac{2}{3} \frac{\dot{\mathbf{V}}_*^2}{\dot{\mathbf{V}}_* \cdot \mathbf{F} R_b a_*^2 \dot{a}_*}, \quad \mathcal{E}_0 = \frac{1}{3} \frac{V_0 t_*}{\tau_*} B_0^2 R_b^2. \quad (9)$$

На рис. 5 показаны временные зависимости полной амплитуды возмущения поля и его производной (точки 1 и 2 соответственно), измеренные зондом в плоскости магнитного экватора на расстоянии 18,6 см от лазерной мишени, находящейся в поле $B_0 = 780$ Гс ($t_* = 0,45$ мкс, $\dot{\mathbf{V}}_* = 33$ Гс/мкс). По формулам (9) найдены эффективные значения параметров $R_b = 6,7$ см, $\mathcal{E}_0 = 6$ Дж и $V_0 = 13,6$ см/мкс, которые использованы для расчета

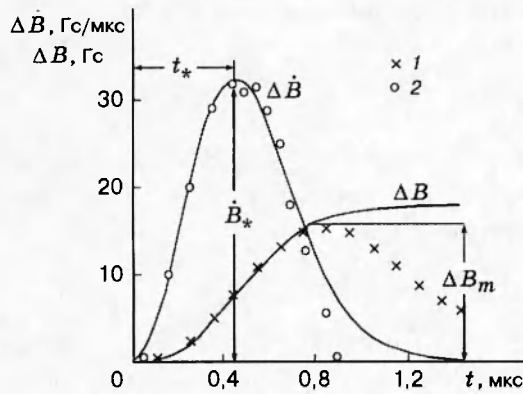


Рис. 5

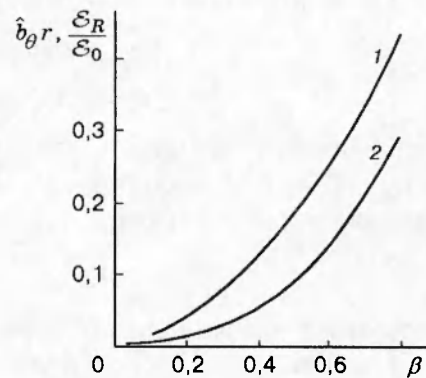


Рис. 6

теоретических зависимостей поля и его производной от времени по модели сверхпроводящей сферы в вакууме (кривые на рис. 5). Расчетные и измеренные сигналы практически совпадают до момента времени 0,8 мкс, что близко к $2t_* \sim 2T_b$. Таким образом, использованное приближение справедливо на большей части стадии торможения, что делает возможным оценить разницу энергий $\Delta \mathcal{E}_I = \mathcal{E}_I - (4/5)\mathcal{E}_0 = 0,7$ Дж по установленному отличию реальной «амплитуды насыщения» от идеальной на величину 2,5 Гс (рис. 5). В общем случае подобный способ определения порции энергии, исключенной из магнитного взаимодействия, позволит точнее описывать характер энергетического обмена расширяющейся плазмы с внешней замагниченной средой.

Если разлет наблюдается в фоне с известной для него скоростью Альфвена V_A , то приведенная методика дает не полную величину начальной энергии, а ее эффективное значение $a_m^3 \mathcal{E}_0 < \mathcal{E}_0$, которое зависит от количества излученной энергии МГД-возмущений: $\mathcal{E}_R = (4/5)(1 - a_m^3)\mathcal{E}_0$. Величины \mathcal{E}_R и \mathcal{E}_0 восстанавливаются по найденному значению $\beta = V_0/V_A$ с использованием расчетных зависимостей $a_m(\beta)$ (см. рис. 1) и $\mathcal{E}_R/\mathcal{E}_0(\beta)$ (кривая 2 на рис. 6).

Метод переходной зоны. В переходной зоне ($\beta r \sim 1$) для решения обратной задачи необходимо пользоваться результатами полной магнитозвуковой модели. Удобно с этой целью обратить внимание на передние пики θ - и ρ -сигналов с амплитудами соответственно \hat{b}_θ и \hat{b}_ρ (см. рис. 2). Пики отвечают начальной стадии движения, на которой не учитываемые в модели эффекты, связанные главным образом с развитием процессов магнитной диффузии и желобковой неустойчивости, могут еще не проявляться в значительной степени. В основном это справедливо для пика \hat{b}_θ , который стоит раньше пика \hat{b}_ρ на временах (от момента прихода сигнала) $t \lesssim T_b$, где, согласно экспериментальным данным, приведенным выше, форма сигналов близка к идеальной. Этот пик предпочтительнее для восстановления начальной скорости сферы (числа Маха — Альфвена). Пик ρ -сигнала, убывающий как обратный квадрат расстояния и являющийся по этой причине относительно заметным только в переходной зоне, несет информацию об энергетике торможения. Так как он располагается на временах $t \lesssim 2T_b$, требуется численным моделированием или экспериментально уточнить степень его возможного искажения в реальных процессах. При наблюдении вне плоскости магнитного экватора ($\theta \neq \pi/2$) имеют место следующие соотношения для момента времени $\hat{t} = \hat{\tau}T_b$ в пике θ -сигнала:

$$\Gamma_\theta = 2\hat{b}_\theta + b_\rho = \beta^2 \hat{f}''/r = -U - \beta \hat{f}'/r^2.$$

Здесь величина U выражается через измеряемую производную ρ -сигнала по времени

dB_ρ/dt и с использованием функции f может быть записана в виде

$$U = \frac{dB_\rho}{dt} \frac{r}{B_0 V_A \cos \theta} = \frac{db_\rho}{d\eta} \beta r = -\frac{\hat{r}'}{r} \left(\frac{\hat{r}'}{r} + \beta \hat{f}'' \right).$$

причем производные функции f по η вычисляются при $\eta = \hat{r} - \beta r$; b_ρ — значение ρ -сигнала при $\tau = \hat{r}$. Комбинируя эти соотношения, нетрудно показать, что существует универсальная характеристика Λ_θ , зависящая только от β :

$$\Lambda_\theta = \beta^3 |\hat{f}''|^2 / |\hat{f}'| = \Gamma_\theta^2 / (\Gamma_\theta + U),$$

она определяется также через измеряемые амплитудные параметры \hat{b}_θ , b_ρ , U магнитного сигнала. Эта зависимость рассчитана (рис. 1), что дает возможность с помощью магнитного зонда находить в эксперименте неизвестный параметр β . При больших значениях радиуса ρ справедливо соотношение $\Lambda_\theta \simeq (2\hat{b}_\theta)^2 / |b_\rho|$, и, следовательно, обработка сигналов заметно упрощается. Данная методика мало чувствительна к ошибкам измерения \hat{b}_θ и b_ρ из-за весьма сильного проявления зависимости Λ_θ от β .

Подобным путем построена характеристическая кривая зависимости мгновенного относительного радиуса сферы \hat{a} от β в пике ρ -сигнала (см. рис. 1). Непосредственное использование данных магнитных измерений возможно на основе размерного уравнения для радиуса ($\hat{A} = \hat{a} R_b$):

$$\hat{A}^3 + \rho^2 \Gamma_\rho \hat{A} - 2b_\theta \rho^3 = 0,$$

где экспериментально определяемой характеристикой является $\Gamma_\rho = \hat{b}_\rho + 2b_\theta$.

В ρ -пике $\Gamma_\rho < 0$ и, как показывает анализ, уравнение для \hat{A} имеет единственный действительный корень. Если по описанной методике обработки сигналов в θ -пике найден параметр β , то далее по кривой на рис. 1 определяется безразмерный радиус \hat{a} . Подставляя измеренные в ρ -пике значения Γ_ρ и b_θ в кубичное размерное уравнение и решая его, находим \hat{A} . Наконец, по соотношениям $R_b = \hat{A}/\hat{a}$ и $\mathcal{E}_0 = B_0^2 R_b^3 / 3$ восстанавливаются значения предельного радиуса торможения и начальной энергии облака.

На основе проведенных модельных расчетов были рассмотрены примеры такого восстановления начальных данных. В частности, для параметров прямой задачи $\beta = 0,8$, $B_0 = 200$ Гс, $V_0 = 57$ км/с, $\mathcal{E}_0 = 18,4$ Дж ($R_b = 24$ см) из-за конечной точности ее решения (см. выше) погрешность определения искомых величин по расчетным сигналам в точке наблюдения $\theta = 45^\circ$, $\rho = 72$ см составила около 5% для скорости и 20% для энергии.

Метод волновой зоны. При размещении зонда в волновой зоне ($\beta r \gg 1$ или $\rho \gg V_A T_b$) по регистрируемым изменениям во времени амплитуды сигнала ΔB_θ , убывающей обратно пропорционально первой степени расстояния, можно также найти параметры движения β и \mathcal{E}_0 . Электрическое поле магнитозвуковой волны в этом случае

$$E_\varphi = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \simeq -\frac{V_A}{c} \Delta B_\theta,$$

что соответствует мощности излучения, падающего на единичную площадку,

$$\frac{dP}{dS} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \Delta \mathbf{B} = \frac{V_A}{4\pi} (\Delta B_\theta)^2.$$

Мощность, приходящаяся на всю поверхность сферы радиуса ρ , имеет вид

$$P = (2/3) (V_A / \sin^2 \theta) \rho^2 (\Delta B_\theta)^2,$$

где θ — азимут расположения зонда. Интегрирование квадрата амплитуды магнитного сигнала по времени наблюдения дает излученную МГД-энергию $\mathcal{E}_R = \int P dt$.

Отношение $\alpha = \mathcal{E}_R/\mathcal{E}_0$ зависит только от β (см. (6)). В волновой зоне функцией β является также произведение нормированной амплитуды сигнала в θ -пике на относительный радиус положения зонда r (см. расчетную кривую 1 на рис. 6): $\hat{b}_\theta r = \xi(\beta)$. Путем измерения $\hat{b}_\theta = \Delta \hat{B}_\theta / (B_0 \sin \theta)$ и \mathcal{E}_R можно определить R_b и β , используя приведенные зависимости $\alpha(\beta)$ и $\xi(\beta)$ как систему двух уравнений: $\hat{b}_\theta \rho / R_b = \xi(\beta)$, $3\mathcal{E}_R / (B_0^2 R_b^3) = \alpha(\beta)$.

Данный метод, очевидно, является наиболее удобным в натуральных условиях однородной среды, так как требует измерения только одной компоненты и в сравнении с методом переходной зоны менее чувствителен к форме сигнала.

Обсуждение некоторых ограничений. Пределы применимости рассмотренных методик ограничены условиями, в которых становятся важными факторы, не учитываемые в магнитозвуковой модели. В первую очередь, это относится к степени замагниченности среды по параметру ω/Ω_* , где $\hat{\omega}_* = Z_* e B_0 / m_* c$ — гирочастота ионов фона, ω — частота в спектре генерируемых облаком возмущений. Согласно [4], спектр МГД-излучения имеет максимум при $\omega T_b \sim 4$, и, следовательно, в качестве характерной частоты выступает величина $\omega_c = 4/T_b$. Нами рассчитан уточненный вид спектральной зависимости излучаемой энергии в элемент телесного угла $d\Omega$ (сплошные кривые на рис. 7) при интегрировании системы (4) для различных значений параметра β из выражения

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 \mathcal{E}_R}{d\Omega d\omega T_b} = \frac{\beta^3}{5\pi^2} \left| \int_0^\infty \frac{f'' \exp(i\omega\eta)}{\sqrt{1-\beta\mathcal{F}}} d\eta \right|^2.$$

Получаемый при этом максимум сдвинут к значению $\omega T_b \sim 2$, так как торможение происходит за время $\sim 2T_b$, а не $\sim T_b$, как в модели [4]. Поэтому уточненное значение $\omega_c \sim 2/T_b$, причем, как показали расчеты, оно практически не зависит от β . Частота $4/T_b$ характеризует верхнюю границу спектра на его полувысоте и также не зависит от β . Эта спектральная характеристика в [4] растет с увеличением β (штриховая кривая из [4] на рис. 7 для $\beta = 0,5$) и при $\beta = 0,9$ становится порядка $10/T_b$.

Использованный подход отвечает нулевому приближению $\omega/\Omega_* \rightarrow 0$ (предполагается, что частоты плазменных колебаний ионов и электронов много больше гирочастоты Ω_*), в котором тензор диэлектрической проницаемости сводится к диагональному виду и отсутствует дисперсия. Записанное через параметры облака (\mathcal{E}_0 и V_0) и среды (B_0 , m_* и Z_*) условие замагниченности $\omega_c/\Omega_* \ll 1$ в гауссовой системе единиц имеет вид (m_H — масса иона водорода) $5 \cdot 10^3 (m_H Z_*/m_*) (3\mathcal{E}_0 B_0)^{1/3} / V_0 \gg 1$. Данное условие со значительным запасом выполняется в водородном фоне ближнего космоса ($B_0 \sim 0,01 \div 0,001$ Гс) для типичных

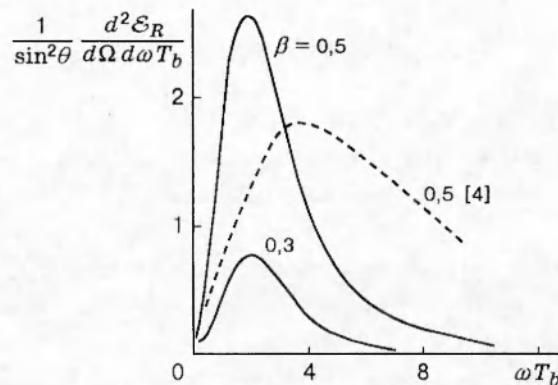


Рис. 7

параметров, например, антиастероидного взрыва [6] ($\mathcal{E}_0 \sim 10 \div 100$ Мт, $V_0 \sim 10 \div 100$ км/с). В то же время в лабораторном опыте обеспечить подобное разнесение гирочастоты и спектра возмущения практически трудно, что указывает на необходимость проверки влияния параметра замагниченности $\omega_c/\Omega_* \lesssim 1$ (например, с помощью гибридной модели [14]) при $\beta < 1$ с точки зрения возможного искажения формы магнитных сигналов и изменения энергетических характеристик взаимодействия облака со средой.

Другое важное ограничение также связано с параметром ω/Ω_* и зависит, кроме того, от выбора точки наблюдения. В первом ненулевом приближении по малому параметру ω/Ω_* генерируемые облаком магнитозвуковые волны возбуждают в среде альфвеновские возмущения, распространяющиеся вдоль поля с сохранением амплитуды [4]. По этой причине на достаточно большом радиусе ($\rho \gg R_b/\beta$) при угле наблюдения $R_b/\rho < \theta \ll 1$ альфвеновская составляющая может искажать вид сигналов [8]. Для уменьшения чувствительности к такой помехе предпочтительно применять описанный выше метод волновой зоны в экваториальной плоскости, что наиболее эффективно, поскольку амплитуда возмущения максимальна при $\theta = \pi/2$ ($\rho = \text{const}$). Меньшая аналогичная чувствительность методик переходной и ближней зон связана с тем, что они используются на близких расстояниях, где относительный вклад магнитозвуковой моды остается определяющим.

В заключение отметим, что в работе развиты новые подходы к восстановлению динамических параметров взрывной плазмы по сигналам удаленных магнитных зондов в условиях замагниченного фона. Продемонстрирована возможность их эффективного применения в экспериментах по генерации облаков лазерной плазмы в вакуумном однородном магнитном поле. Важным, на наш взгляд, результатом можно считать найденную зависимость относительной доли излученной энергии от числа Маха — Альфвена, которая существенным образом уточняет оценки [4]. Впервые расчеты магнитозвуковой модели разлета «сверхпроводящего» сферического облака проведены с учетом всех основных факторов и с проверкой энергетического баланса. Установлено, что положение максимума и ширина спектра генерируемых возмущений в относительных единицах практически не зависят от числа Маха — Альфвена. Отсюда следует вывод, что одних этих данных для определения, в частности, начальной скорости облака недостаточно, и поэтому амплитудный анализ магнитных сигналов является принципиально необходимым.

Авторы выражают свою благодарность Ю. П. Захарову и А. В. Мелехову (участникам эксперимента на установке КИ-1) за плодотворное обсуждение результатов магнитозондовых измерений.

Работа выполнена в рамках проекта КЭВЛ (космический эксперимент в лаборатории), осуществляемого при поддержке Министерства науки РФ по государственной научно-технической программе «Астрономия. Фундаментальные космические исследования».

ЛИТЕРАТУРА

1. **Операция «Аргус»**. М.: Атомиздат, 1960.
2. **Захаров Ю. П., Оришич А. М., Пономаренко А. Г.** Лазерная плазма и лабораторное моделирование нестационарных космических процессов. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1988.
3. **Райзер Ю. П.** О торможении и превращениях энергии плазмы, расширяющейся в пустом пространстве, в котором имеется магнитное поле // ПМТФ. 1963. № 6. С. 19–28.
4. **Lutomirsky R. F.** A model for the generation of magnetohydrodynamic waves by high-altitude nuclear bursts // J. Geophys. Res. Space Phys. 1968. V. 73, N 15. P. 4943–4958.
5. **Тезисы докладов Международной конференции «Проблемы защиты Земли от столкновения с опасными космическими объектами (SPE-94)»**. Челябинск-70: РФЯЦ ВНИИТФ, 1994.

6. Захаров Ю. П., Никитин С. А., Пономаренко А. Г. Проблема астероидной опасности и возможности лабораторного моделирования катастрофических магнитосферных возмущений // Вычисл. технологии: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т вычисл. технологий. 1994. Т. 3, № 8. С. 91–100.
7. Белов Б. А., Левитин А. Е., Родина Т. В. Расширение плазменной сферы в однородном магнитном поле // Исследования по проблемам солнечно-земной физики. М.: Наука, 1975. С. 140–142.
8. Белов Б. А., Левитин А. Е., Родина Т. В. Геометрия плазменных образований в ионосфере Земли во время экспериментов «Аргус» и «Старфиш» // Там же. С. 149–157.
9. Горбачев Л. П. О магнитозвуковых и альфвеновских возмущениях, вызванных разлетом плазменного облака в однородном магнитном поле. М., 1990 (Препр. / МИФИ; № 019-90).
10. Метелкин Е. В., Сорокин В. М. Геомагнитные возмущения, генерируемые разлетом плазменных образований // Геомагнетизм и аэрономия. 1988. Т. 28. С. 756–759.
11. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1968.
12. Nikitin S. A., Ponomarenko A. G. On measurement of energy transfer from exploding plasma to magnetic field // Abstr. 1995 IEEE Intern. Conf. on Plasma Sci., 5–8 June 1995, Madison, Wisconsin, USA. P. 172.
13. Zakharov Yu. P., Melekhov A. V., Nikitin S. A., Ponomarenko A. G. Diamagnetism of exploding plasma and study of its energy changes on magnetic disturbances in vacuum // Proc. Intern. Conf. on Plasma Physics, 9–13 Sept. 1996, Nagoya, Japan / H. Sugai, T. Hayashi (Eds). 1997. V. 2. P. 1670–1673.
14. Вшивков В. А., Дудникова Г. И. Структура магнитозвуковых волн, генерируемых разлетающимся плазменным облаком // Вычисл. технологии: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т вычисл. технологий. 1993. Т. 2, № 4. С. 141–148.

Поступила в редакцию 19/VIII 1996 г.
