

УДК 532.68:536.24

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТИ НА ОСОБЕННОСТИ РАЗРЫВА ПЛЕНКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКИ. РОЛЬ ЧИСЛА ПРАНДТЛЯ

А. С. Овчарова

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: ovcharova@hydro.nsc.ru

Рассматриваются особенности разрыва жидких свободновисящих пленок в зависимости от числа Прандтля. Для исследования этого процесса использована основанная на двумерных уравнениях Навье — Стокса математическая модель, описывающая движение тонкого слоя вязкой неизотермической жидкости в условиях микрогравитации. Проведен численный анализ влияния тепловой нагрузки на разрыв пленки в зависимости от числа Прандтля. Показано, что если температура на всей свободной поверхности задана заранее, то время жизни пленки, характер разрыва и положение свободной поверхности при наборе сил, учитываемых в рассматриваемой модели, не зависят от числа Прандтля. В случае если температура задана только в некоторой области свободной поверхности, а на остальной части подлечит определению в процессе решения задачи, число Прандтля играет существенную роль. Представлены результаты решения модельных задач.

Ключевые слова: тонкие пленки, вязкая жидкость, свободная поверхность, эффект Марангони, эффект Прандтля.

Известно, что при наложении тепловой нагрузки на свободную поверхность пленки последняя деформируется и претерпевает разрыв. В зависимости от вида тепловой нагрузки разрыв пленки происходит с образованием капли или без ее образования. В [1] исследованы условия образования капли, сопровождающей разрыв пленки. Эксперименты, описанные в работе [2], подтвердили факт образования капель при разрыве жидкой пленки. При этом начальные деформации и последующий разрыв могут быть вызваны различными причинами: введением микродозы поверхностно-активного вещества на свободную поверхность пленки, локальным нагревом или воздействием направленной струи воздуха.

В настоящей работе исследуются особенности разрыва пленки под действием тепловой нагрузки в зависимости от числа Прандтля. Для исследования этого процесса используется математическая модель, основанная на двумерных уравнениях Навье — Стокса и уравнении теплопроводности. Процесс исследуется в условиях отсутствия гравитации, однако подход к решению подобных задач может быть распространен на условия земного притяжения.

1. Математическая модель. Плоская жидкая пленка с плотностью ρ , кинематической вязкостью ν и коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma(T)$ ограничена двумя твердыми плоскостями $x = 0$ и $x = L$ (рис. 1). Здесь $y = 0$ — плоскость симметрии; $y = f(t, x)$, $y = -f(t, x)$ — свободная поверхность пленки в выбранной системе координат; $2h_0$ — толщина пленки в начальный момент времени. На свободную поверхность

Работа выполнена в рамках Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 116.

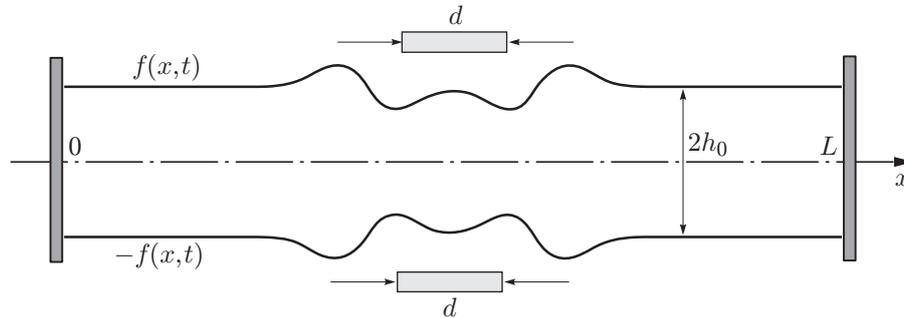


Рис. 1. Действие тепловой нагрузки на свободную поверхность пленки

пленки симметрично действует тепловая нагрузка в виде теплового луча шириной d . Под действием тепловой нагрузки пленка деформируется и претерпевает разрыв.

Движение жидкости в пленке и теплообмен будем описывать системой уравнений Навье — Стокса и уравнением теплопроводности, которые в переменных ψ (функция тока), ω (завихренность), θ (температура) имеют вид

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \Delta \omega; \quad (1)$$

$$\Delta \psi + \omega = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \theta; \quad (3)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

В качестве масштабов длины, скорости и давления выбраны величины h_0 (половина толщины пленки), ν/h_0 , $\rho_0 v_0^2$ соответственно, поэтому число Рейнольдса $\text{Re} = 1$. В (3) $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля; χ — коэффициент температуропроводности; $\theta = (T - T_0)/\delta T$; T_0 — характерное значение температуры; δT — характерный перепад температур.

При $x = 0$, $x = L$ граничные условия соответствуют условиям вязкого прилипания

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

Для связи функции тока и завихренности на твердой стенке используется условие Тома [3].

Вследствие симметричности задачи далее рассматривается только половина области, поэтому на плоскости симметрии $\psi = 0$, $\omega = 0$, $\partial \theta / \partial n = 0$. Условия для температуры на остальных границах области принимают вид в соответствии с решением конкретных задач (см. п. 2).

При исследовании тонких слоев жидкости со свободной поверхностью жидкость — газ особое внимание уделяется силам поверхностного натяжения, особенно при исследовании таких объектов, как жидкие пленки. Это обусловлено тем, что в данном случае силы поверхностного натяжения сравнимы с другими силами, участвующими в процессе, такими как вязкие силы, сила тяжести (если она учитывается) и т. д. Предположим, что коэффициент поверхностного натяжения $\sigma(T)$ есть линейная функция температуры:

$$\sigma(T) = \sigma_0(1 - \sigma_T(T - T_0)), \quad \sigma_0 = \sigma(T_0), \quad \sigma_T = -\frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma}{dT} \Big|_{T=T_0}, \quad \sigma_0 > 0, \quad \sigma_T > 0.$$

Для определения формы свободной поверхности используется кинематическое условие

$$f_t + \sqrt{1 + f_x^2} \frac{\partial \psi}{\partial s} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для ψ и ω имеют вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = v_s; \quad (5)$$

$$\omega = 2 \left(\frac{v_s}{R} + \frac{\partial v_n}{\partial s} \right) + \text{Mn} \frac{\partial \theta}{\partial s}, \quad (6)$$

где v_s — решение уравнения

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} = 2 \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + F; \quad (7)$$

$$F = -\frac{\partial \omega}{\partial n} + \text{Ca}^{-1} \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{1}{R} \left(1 - \frac{\sigma_T \delta T}{\sigma_0} \theta \right) \right] - 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v_n}{R} \right) + v_n \omega + f_x \frac{v_n^2}{R}; \quad (8)$$

$$v_n = f_t / \sqrt{1 + f_x^2}; \quad (9)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{f_{xx}}{\sqrt{(1 + f_x^2)^3}}, \quad \text{Ca} = \frac{\rho_0 v_0 \nu}{\sigma_0}, \quad \text{Mn} = \frac{\sigma_T \delta T}{\rho_0 v_0 \nu}, \quad \text{Cr} = \frac{\sigma_T \delta T}{\sigma_0}.$$

Здесь v_s, v_n — касательная и нормальная составляющие скорости точек, лежащих на свободной поверхности; R — радиус кривизны поверхности $f(x, t)$; Ca — капиллярное число; Mn — число Марангони; Cr — параметр, характеризующий степень деформируемости пленки термокапиллярными силами. Векторы нормали \mathbf{n} и касательной \mathbf{s} к свободной поверхности $f(x, t)$ в каждой ее точке определяются соотношениями

$$\mathbf{n} = \left\{ \frac{-f_x}{\sqrt{1 + f_x^2}}, \frac{1}{\sqrt{1 + f_x^2}} \right\}, \quad \mathbf{s} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + f_x^2}}, \frac{f_x}{\sqrt{1 + f_x^2}} \right\}.$$

Для подавляющего большинства реальных жидкостей $\sigma > 0$. Для того чтобы это условие выполнялось, необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$1 - \frac{\sigma_T \delta T}{\sigma_0} \theta > 0.$$

Это условие является естественным ограничением области применения модели.

Считается, что граничные условия на свободной поверхности заданы в виде кинематического и динамического условий [4]. Наиболее общий вид этих условий на границе раздела двух несмешивающихся неизотермических жидкостей для стационарного случая, полученных на основе законов сохранения и постулатов термодинамики, представлен в [5]. В работе [6] приведена модификация этих условий при нестационарном движении жидкостей. Если пренебречь процессами испарения (конденсации) и влиянием динамических характеристик газа на движение жидкости, то динамическое условие на границе раздела жидкость — газ можно представить в виде

$$P_0 + D\mathbf{n} = \frac{\sigma(T)}{R} \mathbf{n} + \nabla \sigma(T), \quad (10)$$

где P_0 — внешнее давление; D — тензор напряжений; ∇ — градиент поверхностного натяжения вдоль поверхности. В действительности это условие выражает тот факт, что если по каким-либо причинам (например, в результате теплового или механического воздействия на среду) свободная поверхность деформируется, то для сохранения сплошности среды

необходимо, чтобы напряжения на границе жидкость — газ удовлетворяли определенным соотношениям. В основу этих соотношений положено условие сохранения непрерывности нормальных и касательных напряжений на свободной поверхности, которое выполняется, если среда сохраняет сплошность (непрерывность). Такая трактовка предоставляет исследователям большой набор методов численного решения задачи в целом. В данной работе использован метод сведения решения на границу, где заданы балансовые соотношения. Реализация этого метода аналогична известной процедуре сведения решения на границу для идеальной жидкости [7, 8]. Однако имеет место и ряд существенных отличий, связанных с наличием вязкости жидкости. В идеальной жидкости вязкие напряжения отсутствуют.

Для реализации данного метода спроецируем векторное уравнение Навье — Стокса, записанное в естественных переменных скорость \mathbf{v} — давление P , на направление касательной к свободной поверхности $f(x, t)$, т. е. умножим скалярно это уравнение на вектор касательной $\mathbf{s}(t, x)$. В результате получаем скалярное уравнение относительно функции v_s , которая имеет смысл касательной скорости точек, лежащих на свободной поверхности. Правая часть полученного уравнения содержит производную $\partial P / \partial s$, которую можно исключить, если продифференцировать по s соотношение, выражающее непрерывность нормальных напряжений на свободной поверхности. Для получения формулы (6) использовано соотношение, выражающее непрерывность тангенциальных напряжений на свободной поверхности. Отметим, что исключенное давление P при необходимости можно восстановить, решив уравнение (7) относительно v_s .

Для получения количественных характеристик движения жидкости и распределения температуры в рассматриваемой области требуется решить уравнения (1)–(3). С помощью уравнения (7) граничные условия (4)–(6), необходимые для численного решения уравнений движения и определения свободной поверхности, могут быть представлены в явном виде. Численный метод решения задач со свободной границей жидкость — газ, подобных задаче (1)–(9), подробно описан, например, в [9].

Уравнение (7) имеет наглядное физическое представление. Подогрев свободной поверхности создает температурный градиент вдоль нее и изменение поверхностного натяжения. В этом случае, как известно [4], возникает тангенциальная сила, направленная вдоль градиента поверхностного натяжения в сторону убывания температуры. Термокапиллярные силы обуславливают возникновение начальных возмущений и развитие конвективных течений, в то время как диссипативные эффекты (такие, как вязкость и теплопроводность) препятствуют развитию движения жидкости [10]. Так как среда стремится сохранить свою сплошность (непрерывность) и не допустить разрыва, граница раздела жидкость — газ вынуждена деформироваться, но не произвольно, а в соответствии со своими организационными принципами, т. е. со свойствами среды. Таким образом, в каждый момент времени (в динамике) осуществляется баланс сил, участвующих в процессе. В частности, если убрать источник возмущений (в данном случае тепловую нагрузку) до разрыва пленки, капиллярные силы постараются вернуть пленку в первоначальное состояние.

В выражении (8) для F два первых слагаемых показывают, какие силы вызывают деформацию свободной поверхности пленки и ее разрыв. Первое из них представляет собой термокапиллярные силы, второе — капиллярные силы. Три последних слагаемых обусловлены нестационарностью задачи. Если решается стационарная задача, их можно опустить. С помощью приема, описанного выше, балансовые соотношения, направленные на сохранение сплошности среды, переходят в уравнение (7). Теперь именно оно отвечает за сохранение сплошности среды, а решение этого уравнения определяет те граничные условия для решения уравнений движения, при которых среда сохраняла бы свою сплошность.

Уравнение (7) играет очень важную роль. С его помощью можно получить в явном виде граничные условия для искомых функций ψ и ω . Кроме того, как показано ниже,

уравнение (7) служит основным инструментом для исследования рассматриваемого процесса, а также позволяет предсказать некоторые аспекты рассматриваемого процесса еще до получения численных результатов.

2. Численные расчеты и обсуждение результатов. Прежде всего определим выбор параметров задачи и тепловую нагрузку в рамках рассматриваемой модели. Выражение $1 - \sigma_T \delta T \theta / \sigma_0 = 1 - \text{Ct} \theta$, где число Ct связано с числом Марангони и капиллярным числом соотношением $\text{Ct} = \text{Ca Mn}$, должно быть больше нуля. Отсюда следует, что параметры, определяющие задачу, и тепловая нагрузка могут быть, вообще говоря, произвольными, но комплекс $\text{Ca Mn} \theta$ должен быть меньше единицы.

Число Прандтля характеризует скорость тепловой диффузии в жидкости. Чем больше это число при прочих равных условиях, тем меньше диффузионная скорость распространения тепла, и наоборот: меньшее число Прандтля вызывает большую скорость распространения тепла. Чтобы выяснить влияние числа Прандтля на характер и скорость разрыва пленки, проведены численные исследования при следующих значениях параметров: $\text{Re} = 1$, $\text{Ca} = 0,025$, $\text{Mn} = 30$. Значение числа Прандтля Pr варьировалось в диапазоне $0,1 \div 10,0$. Отношение длины пленки к половине ее толщины $L/h_0 = 90$. На твердых стенках ($x = 0$, $x = L$) температура $\theta = 0$. Для этих параметров рассмотрены два типа задания граничных условий для температуры на свободной поверхности пленки:

$$\theta = \theta^*(x), \quad |x - L/2| \leq mh_0, \quad \theta = 0, \quad |x - L/2| > mh_0; \quad (11)$$

$$\theta = \theta^*(x), \quad |x - L/2| \leq mh_0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \quad |x - L/2| > mh_0. \quad (12)$$

Здесь m — положительное число, определяющее ширину теплового луча, действующего на свободную поверхность пленки; $\theta = \theta^*(x)$ — температура на свободной поверхности пленки, редуцированная действием теплового луча. Для условий типа (11) температура определена заранее на всей свободной поверхности. Для условий типа (12) температура задана в некоторой области свободной поверхности, на остальной ее части температуру следует определить в процессе решения задачи с помощью уравнения теплопроводности (3).

На рис. 2 показаны результаты расчета, проведенного при указанных выше определяющих параметрах Re , Ca , Mn и числах Прандтля $\text{Pr} = 0,1$ (рис. 2,а) и $\text{Pr} = 10$ (рис. 2,б) для одного и того же момента времени. Ширина теплового луча, действующего на свободную поверхность пленки, $d = 6h_0$. В области действия теплового луча температура $\theta^*(x)$

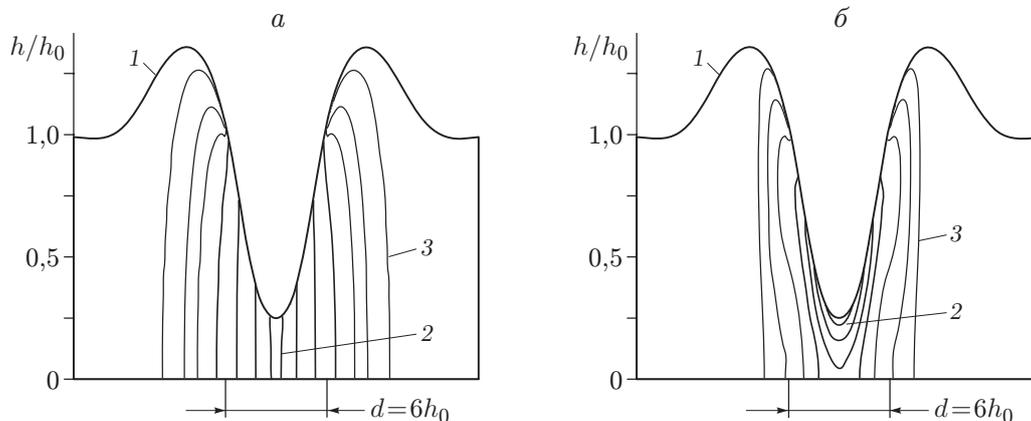


Рис. 2. Положение свободной поверхности пленки (1) и изотермы (2, 3) для различных значений числа Прандтля при действии тепловой нагрузки типа (11): а — $\text{Pr} = 0,1$ (2 — $\theta = 0,49$, 3 — $\theta = 0,03$); б — $\text{Pr} = 10$ (2 — $\theta = 0,45$, 3 — $\theta = 0,03$)

на свободной поверхности задана в виде положительного полупериода синуса; на остальной части свободной поверхности $\theta = 0$. Максимальное значение температуры $\theta^*(x) = 0,5$. Как показано в [1], при такой тепловой нагрузке, наложенной на свободную поверхность, разрыв пленки произойдет в одной точке. Несмотря на то что изотермы в случаях $\text{Pr} = 0,1; 10,0$ различны, положение свободной поверхности и конвективное течение жидкости внутри рассматриваемых областей одинаковы для одного и того же момента времени. Картина течения и время разрыва пленки не зависят от числа Прандтля. Действительно, как только накладывается тепловая нагрузка, правая часть уравнения (7) становится отличной от нуля за счет слагаемого $\partial\omega/\partial n$, где ω определяется формулой (6). Начальные возмущения, возникающие на свободной поверхности вследствие ее нагрева, распространяются внутрь пленки. Однако из уравнения (7) следует, что при таком наборе действующих сил граничные условия (5), (6) для решения уравнений движения (1), (2) зависят только от градиента температуры на свободной поверхности пленки. Так как температура на свободной поверхности определена заранее и не зависит от числа Прандтля, граничные условия для решения уравнений движения также от него не зависят. Изменение свободной поверхности во времени подобно движению поршня со скоростью, определяемой только градиентом температуры и поверхностным натяжением пленки. При этом “поршень” существует не сам по себе, а является частью жидкости.

Ситуация меняется, если задание температуры на свободной поверхности имеет вид (12). На рис. 3 представлены результаты расчетов, проведенных для чисел Прандтля $\text{Pr} = 0,1; 10,0$. Температура в промежутке $d = 6h_0$ последовательно принимает значения $\theta^*(x) = 0,75; 0,50; 0,25$, на остальной части свободной поверхности $\partial\theta/\partial n = 0$. На графиках показаны положение свободной поверхности и значения температуры на ней в моменты времени, близкие к моментам разрыва пленки. Как следует из рис. 3,а, “дырки”, образовавшиеся в результате действия тепловой нагрузки, практически одинаковы для случая $\theta^* = 0,75$ при обоих числах Прандтля. Однако при $\text{Pr} = 0,1$ время жизни пленки более чем в 1,5 раза превышает время жизни пленки при $\text{Pr} = 10$. Отсюда следует, что более быстрый прогрев толщины пленки не приводит к более быстрому ее разрыву. Напротив, он увеличивает время ее жизни. Действительно, как следует из уравнения (7), более высокий градиент температуры на свободной поверхности обеспечивает более интенсивное утончение пленки. Кроме того, в нагретой области свободной поверхности поверхностное натяжение значительно меньше, чем в холодных областях. Размеры холодных областей для $\text{Pr} = 10$ превышают размеры холодных областей для $\text{Pr} = 0,1$. Все это создает условия для более быстрого разрыва пленки. Рис. 3,в,г демонстрирует результаты расчетов для $\theta^* = 0,5$. В этом случае заметно различие в положении свободной поверхности пленки, но при этом сокращается различие времен жизни пленки при $\text{Pr} = 0,1; 10,0$. В случае $\theta^* = 0,25$ время жизни пленки для $\text{Pr} = 0,1$ и $\text{Pr} = 10$ практически одинаково. Однако при этом имеет место существенное различие в локализации свободной поверхности пленки. Размеры “дырки” в пленке, которая образуется после наступления разрыва при $\text{Pr} = 10$, в два раза больше, чем при $\text{Pr} = 0,1$.

Рассмотрим более подробно процесс разрыва, например, для $\theta^* = 0,5$. Полная картина течения жидкости в пленке и распределение температуры по всему ее объему в моменты времени, близкие к моментам разрыва, представлены на рис. 4, 5 соответственно. Это характерная картина, получаемая в результате действия тепловой нагрузки типа (12). Напомним, что рис. 4, 5 выполнены не в реальном масштабе, так как $L/h_0 = 90$. При $\text{Pr} = 0,1$ вся энергия от действия теплового луча направлена на прогрев пленки как по ее толщине, так и по длине, в то время как при $\text{Pr} = 10$ прогрев пленки по длине сосредоточен в небольшой области. Такое распределение температуры создает большой градиент на свободной поверхности. По причинам, описанным выше, разрыв пленки при $\text{Pr} = 10$

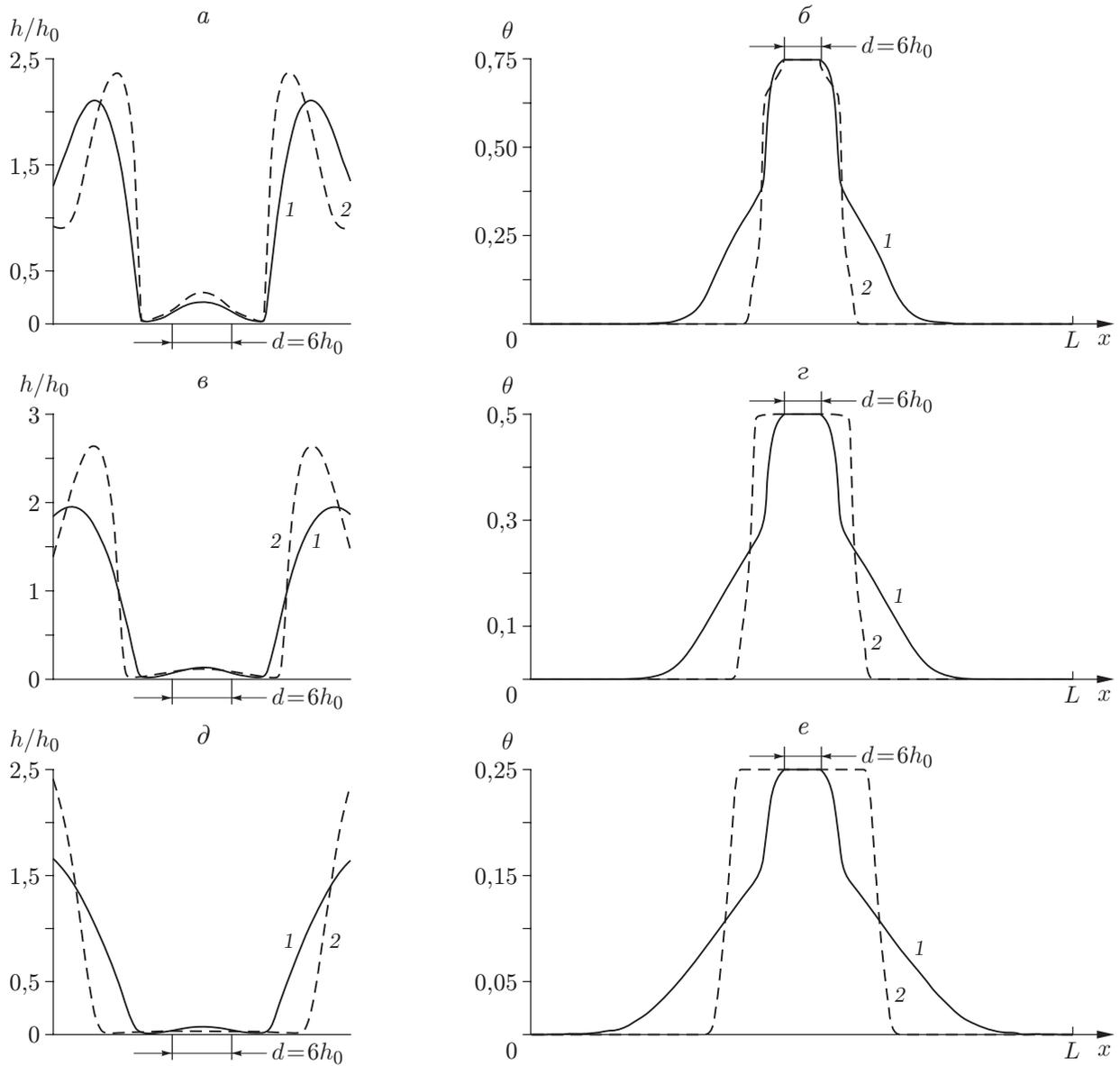


Рис. 3. Формирование капли (*a*, *в*, *д*) и распределение температуры на свободной поверхности пленки (*б*, *г*, *е*) при различных значениях числа Прандтля в случае действия тепловой нагрузки типа (12):
a, *б* — $\theta^*(x) = 0,75$, время жизни пленки $t^*|_{Pr=0,1} = 2,22$, $t^*|_{Pr=10} = 1,44$; *в*, *г* — $\theta^*(x) = 0,5$, $t^*|_{Pr=0,1} = 3,2$, $t^*|_{Pr=10} = 2,45$; *д*, *е* — $\theta^*(x) = 0,25$, $t^*|_{Pr=0,1} = 5,94$, $t^*|_{Pr=10} = 5,55$; 1 — $Pr = 0,1$, 2 — $Pr = 10$

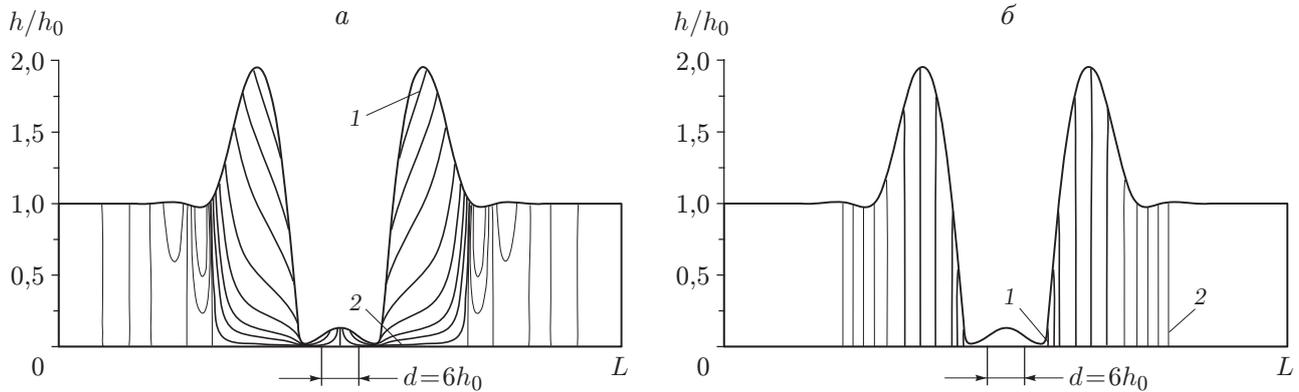


Рис. 4. Типичная картина течения в пленке и распределение температуры в случае тепловой нагрузки типа (12) при $d = 6h_0$, $\theta^*(x) = 0,5$, $Pr = 0,1$:

a — изолинии функции тока (1 — $|\psi| = 4$, 2 — $|\psi| = 0,03$); b — изотермы (1 — $\theta = 0,285$, 2 — $\theta = 0,003$)

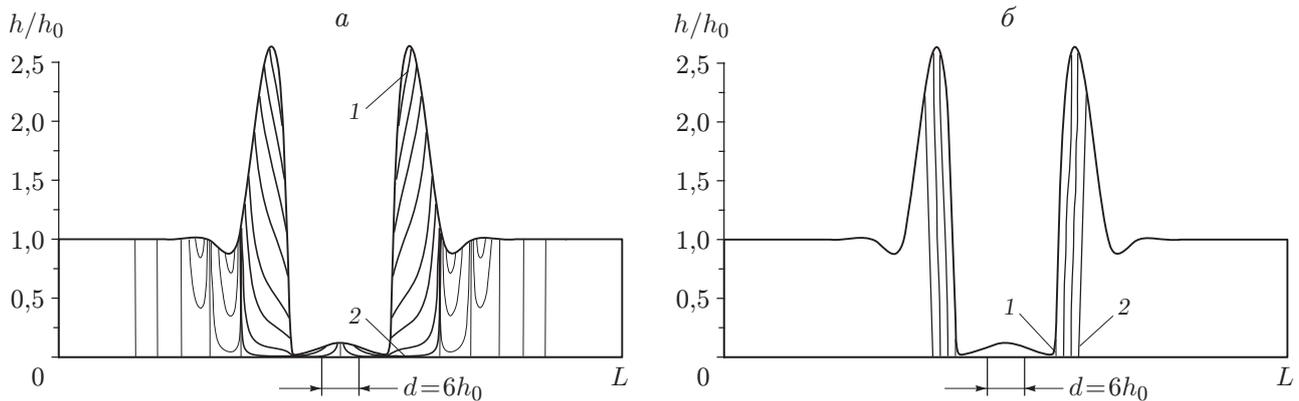


Рис. 5. Типичная картина течения в пленке и распределение температуры в случае тепловой нагрузки типа (12) при $d = 6h_0$, $\theta^*(x) = 0,5$, $Pr = 10$:

a — изолинии функции тока (1 — $|\psi| = 10$, 2 — $|\psi| = 0,03$); b — изотермы (1 — $\theta = 0,45$, 2 — $\theta = 0$)

должен происходить достаточно быстро, однако этого не наблюдается. Рассмотрим подробнее, почему сформировавшаяся капля растягивается в длину, отодвигая точки разрыва ближе к концам пленки и увеличивая тем самым время ее жизни. Более наглядно этот эффект показан на рис. 3, в, г. Действительно, чем меньше тепловая нагрузка, тем больше время жизни пленки независимо от числа Прандтля. Сформировавшиеся конвективные течения (см. рис. 4, а, 5, а) для обоих чисел Прандтля качественно не отличаются друг от друга, однако их количественные характеристики существенно различны. При $Pr = 10$ роль конвективного переноса тепла заметно возрастает. При обоих значениях числа Прандтля максимальные скорости жидкости имеют место в области гребней свободной поверхности, однако для $Pr = 10$ максимальное значение функции тока $\max |\psi|$ в 2,5 раза больше, чем для $Pr = 0,1$. Это говорит о более интенсивном конвективном переносе тепла именно в области гребня свободной поверхности для числа Прандтля $Pr = 10$. В случае интенсивной тепловой нагрузки (например, для $\theta^* = 0,75$) разрыв пленки происходит

достаточно быстро, конвективное течение не успевает развиваться так, чтобы внести существенный вклад в распространение тепла. Когда интенсивность тепловой нагрузки мала, вклад конвективного переноса тепла существенно возрастает, так как время самого процесса увеличивается. При $Pr = 10$ градиент температуры действительно большой. Однако точки наибольшего градиента температуры на свободной поверхности (точки возможного разрыва) сдвигаются все дальше от центра пленки к ее краям за счет интенсивного конвективного переноса тепла в окрестности этих точек на свободной поверхности. В силу непрерывности среды капля становится более плоской, но разрыв произойдет только тогда, когда термокапиллярные силы превзойдут капиллярные (см. уравнение (7)).

Заключение. В работе рассмотрены особенности разрыва жидких свободновисящих пленок в зависимости от числа Прандтля. Для исследования этого процесса используется математическая модель, описывающая движение тонкого слоя вязкой неизотермической жидкости в условиях микрогравитации. Модель основана на двумерных уравнениях Навье — Стокса. Проведенный численный анализ характера разрыва пленки в зависимости от типа тепловой нагрузки и числа Прандтля позволяет сделать следующие выводы. Если температура на свободной поверхности задана заранее, то время жизни пленки, характер разрыва и положение свободной поверхности при наборе сил, учитываемых в рассматриваемой модели, не зависят от числа Прандтля. Если температура задана только в некоторой области свободной поверхности, а на остальной части подлежит определению в процессе решения задачи, то число Прандтля играет существенную роль. Более быстрый прогрев толщины пленки, который имеет место при малых числах Прандтля, не приводит к более быстрому ее разрыву. Напротив, в этом случае при интенсивной тепловой нагрузке время жизни пленки для малых чисел Прандтля увеличивается по сравнению со временем жизни пленки для больших чисел Прандтля. При уменьшении тепловой нагрузки на свободную поверхность пленки различие между временами жизни пленки для больших и малых чисел Прандтля значительно уменьшается. Однако в этом случае имеет место существенное различие в форме капель, возникающих в момент разрыва.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овчарова А. С.** Образование капель при разрыве жидкой пленки под действием тепловой нагрузки // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 1. С. 135–142.
2. **Братухин Ю. К., Зуев А. Л., Костарев К. Г., Шмырев А. В.** Устойчивость стационарного разрыва жидкого слоя на поверхности несмешивающейся жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 3. С. 11–22.
3. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
4. **Ландау Л. Д.** Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Гостехтеоретиздат, 1954.
5. **Napolitano L. G.** Thermodynamics and dynamics of surface phases // Acta Astronaut. 1979. V. 6, N 9. P. 1093–1112.
6. **Пухначев В. В.** Движение вязкой жидкости со свободными границами: Учеб. пособие. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 1989.
7. **Овсянников Л. В.** Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн / Л. В. Овсянников, Н. И. Макаренко, В. И. Налимов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985. С. 10–77.

8. **Протопопов Б. Е.** Численное моделирование поверхностных волн в канале переменной глубины // Динамика сплошной среды. АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1988. Вып. 84. С. 91–105.
9. **Овчарова А. С.** Численное моделирование деформации свободновисящих пленок под действием тепловой нагрузки // Вычисл. технологии. 2007. Т. 12, № 4. С. 85–95.
10. **Гершуни Г. З.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 29/III 2011 г.,
в окончательном варианте — 22/VI 2011 г.*
