

УДК 536.46

## МЕТОД МОДЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО РАКЕТНОГО ТОПЛИВА

С. А. Рашковский<sup>1</sup>, Ю. М. Милёхин<sup>2</sup>, А. Н. Ключников<sup>2</sup>, А. В. Федорычев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 119526 Москва, rash@ipmnet.ru

<sup>2</sup>Федеральный центр двойных технологий «Союз», 140090 Дзержинский

Предложено и обосновано модельное уравнение для нестационарной скорости горения твердого ракетного топлива. В диапазоне частот, представляющем практический интерес, предложенная модель согласуется с феноменологической теорией нестационарного горения, однако она более удобна для практических расчетов, так как сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно скорости горения. Проведено параметрическое исследование переходного процесса в РДТТ при изменении площади минимального сечения сопла в широком диапазоне параметров твердого ракетного топлива. Модель предсказывает колебательные режимы горения и погасание топлива при сбросе давления. Определена граница устойчивости переходного процесса в координатах «чувствительность скорости горения к изменению давления — чувствительность скорости горения к изменению начальной температуры». Показано, что расчеты, выполненные по этой модели, качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными для натурального РДТТ.

Ключевые слова: твердое ракетное топливо, горение, низкочастотная неустойчивость, погасание, моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее сложных и труднопрогнозируемых явлений в ракетных двигателях на твердом топливе (РДТТ) является нестационарное горение. Феноменологическая теория нестационарного горения (ФТНГ) твердого ракетного топлива (ТРТ) [1, 2] формально позволяет предсказать многие наблюдаемые явления, однако ее практическое применение обычно ограничено линейным приближением. Чтобы рассчитать нелинейные явления, представляющие наибольший практический интерес, необходимо решить нелинейное уравнение в частных производных или нелинейное интегральное уравнение для скорости горения [1, 2]. Это затрудняет применение ФТНГ в инженерной практике. Другим ограничением этой теории является, на наш взгляд, условность таких понятий, как температура поверхности горения и градиент температуры у поверхности горения, которые для смесевых составов не могут быть введены без существенного упрощения схемы реального процесса, так как зона горения смесевых составов характеризуется существенной неоднородностью и локальной нестационарностью даже в условиях так называемого стационарного горения.

В связи с этим возникла необходимость по-

строения упрощенной модели нестационарного горения ТРТ, которая отражала бы основные черты реального процесса, основывалась на ФТНГ [1, 2], но при этом использовала только измеряемые параметры и была бы применима для инженерных расчетов.

Согласно ФТНГ нестационарное горение ТРТ характеризуется параметрами  $\nu$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $r$  [1, 2], представляющими собой чувствительность скорости горения и температуры поверхности горения к изменениям давления и начальной температуры. При  $k > 1$  горение ТРТ является колебательным процессом с собственной частотой  $\omega_0$  и декрементом затухания  $\lambda$  [1, 2]:

$$\omega_0 = \Omega_0 \left( \frac{u_0^2}{\alpha} \right), \quad \lambda = \Lambda \left( \frac{u_0^2}{\alpha} \right), \quad (1)$$

$$\Omega_0 = \frac{\sqrt{k}}{r}, \quad \Lambda = \frac{r(k+1) - (k-1)^2}{2r^2},$$

где  $\Omega_0$  и  $\Lambda$  — безразмерные частота и декремент затухания,  $u_0$  — стационарная скорость горения,  $\alpha$  — температуропроводность топлива.

При  $k < 1$  переходные процессы, связанные с горением, являются релаксационными

[1, 2]. Далее будем рассматривать ТРТ, удовлетворяющие условию  $k > 1$ , так как для них эффекты нестационарного горения в РДТТ обычно являются определяющими.

### МОДЕЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Учитывая соотношения (1), колебательный процесс горения ТРТ при постоянном давлении  $p$  и малых отклонениях скорости горения  $u$  от значения стационарной скорости  $u_0$  можно описать уравнением

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\lambda \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 u_0(p). \quad (2)$$

В случае переменного давления уравнение для малых вынужденных колебаний скорости горения имеет вид

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\lambda \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = Q\{p(t)\}, \quad (3)$$

где  $Q\{p(t)\}$  — некоторый действительный функционал от  $p(t)$ .

Для нестационарного процесса при  $p = \text{const}$  в соответствии с (2)

$$Q\{p(t)\} = \omega_0^2 u_0(p). \quad (4)$$

Рассмотрим малые гармонические колебания давления  $p = p_0(1 + \eta \exp(i\omega t))$  и скорости горения  $u = u_0(p_0)(1 + w \exp(i\omega t))$ , где  $\eta$ ,  $w$  — безразмерные комплексные амплитуды,  $\omega$  — частота колебаний давления. Правую часть модельного уравнения (3) для малых колебаний давления с учетом (4) можно записать в виде

$$Q\{p(t)\} = \omega_0^2 u_0(p_0) + q(\omega) p_0 \eta \exp(i\omega t), \quad (5)$$

где  $q(\omega)$  — комплексная функция, описывающая нестационарное воздействие на процесс горения, связанное с колебаниями давления.

При  $|\eta| \ll 1$  и  $|w| \ll 1$  в ФТНГ [1, 2] определена передаточная функция  $F(\omega) = w/\eta$ . Зависимость  $F(\omega)$  является иррациональной. Передаточная функция модельного уравнения (3), (5) имеет вид

$$F(\omega) = -\frac{(p_0/u_0)q(\omega)}{\omega^2 - \omega_0^2 - i2\lambda\omega}. \quad (6)$$

Для того чтобы модельное уравнение (3), (5) приводило к тем же результатам, что и ФТНГ, по крайней мере для малых колебаний давления, его передаточная функция должна совпадать с передаточной функцией ФТНГ

[1, 2]. Как следует из теории [1, 2], передаточная функция имеет вид  $F(\omega) = A(\omega) + i\omega D(\omega)$ , где  $A(\omega)$ ,  $D(\omega)$  — действительные функции, зависящие только от  $\omega^2$ . Сравнивая структуру передаточной функции ФТНГ [1, 2] с решением (6), приходим к выводу, что  $q(\omega) = (R(\omega) + i\omega P(\omega))(u_0/p_0)$ , где  $R(\omega)$ ,  $P(\omega)$  — действительные функции, зависящие только от  $\omega^2$ .

При анализе функций  $R(\omega)$  и  $P(\omega)$  были рассмотрены предельные случаи: 1) малые частоты,  $\omega \rightarrow 0$ ; 2) режимы, близкие к резонансным, когда  $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$  и  $\lambda \ll \omega_0$ . Для этих случаев решение (6) модельного уравнения сравнивалось с передаточной функцией ФТНГ [1, 2]. Установлено, что функции  $R(\omega)$  и  $P(\omega)$  в широком диапазоне частот могут быть аппроксимированы полиномами

$$P(\omega) = \frac{u_0^2}{\varepsilon} P + \omega^2 \frac{\varepsilon}{u_0^2} P_1, \quad R(\omega) = \nu \omega_0^2 + \omega^2 Q, \quad (7)$$

где  $P$ ,  $P_1$ ,  $Q$  — безразмерные параметры, зависящие от  $\nu$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $r$ . Связь  $P$ ,  $P_1$ ,  $Q$  с параметрами  $\nu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $\mu$  легко находится из анализа указанных выше предельных случаев. Как показывают расчеты, слагаемое  $\omega^2 P_1$  в (7) слабо влияет на результат и его можно отбросить. Окончательно модельную передаточную функцию (6) можно записать в виде

$$F(\omega) = -\frac{\nu \omega_0^2 + \omega^2 Q + i\omega(u_0^2/\varepsilon)P}{\omega^2 - \omega_0^2 - i2\lambda\omega}. \quad (8)$$

Расчеты показывают, что если параметры  $P$ ,  $Q$  вычислять через  $\nu$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $r$  по формулам, полученным из анализа предельных случаев, то модельная функция (8) хорошо согласуется с передаточной функцией [1, 2] только при  $\lambda \ll \omega_0$ . Лучшего совпадения функций (8) и [1, 2] можно добиться, если не вычислять параметры  $P$  и  $Q$  через постоянные  $\nu$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $r$ , а рассматривать их как независимые параметры топлива. Такой подход оправдан тем, что теория нестационарного горения [1, 2] имеет феноменологический характер, а ее параметры  $r$ ,  $\mu$  следует рассматривать как коэффициенты согласования, поскольку их физический смысл в достаточной степени условный из-за неопределенности понятия температуры поверхности горения для смесового топлива. Если считать, что параметры  $P$ ,  $Q$  — некоторые характеристики топлива, наряду с  $\nu$ ,  $k$ , подбором их

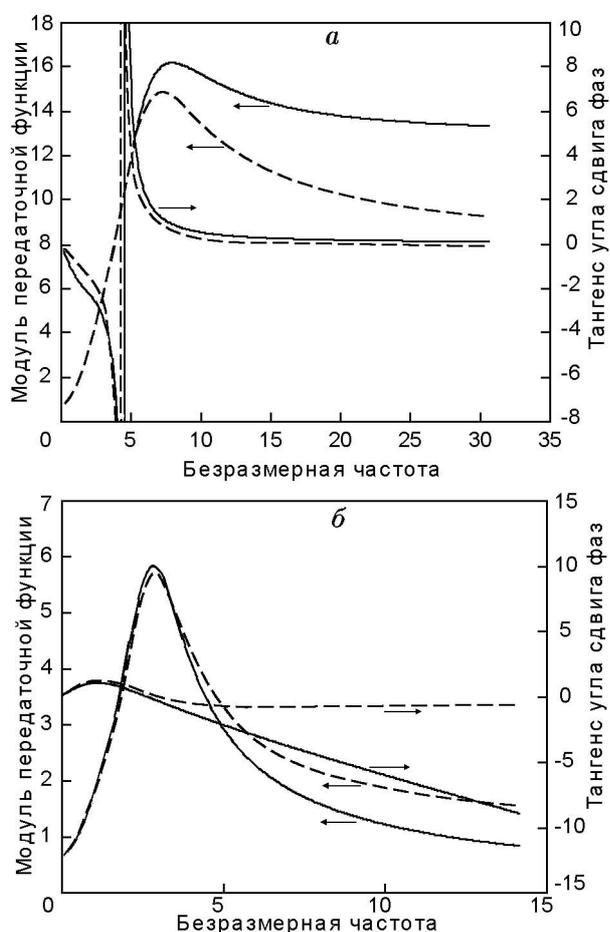


Рис. 1. Сравнение точной по ФТНГ (штриховые линии) и модельной ((8), сплошные линии) передаточных функций:

$a - \nu = 0.7, k = 1.5, r = 0.2, \mu = 1.0, P = -40, Q = 13$  ( $\omega_0 = 6.12, \lambda = 3.13$ );  $b - \nu = 0.7, k = 2.0, r = 0.5, \mu = 0, P = 11.5, Q = 0$  ( $\omega_0 = 2.83, \lambda = 1.0$ )

значений можно добиться удовлетворительно-го соответствия модельной функции (8) с передаточной функцией ФТНГ [1, 2].

Были проведены параметрические исследования в широком диапазоне частот и параметров  $\nu, k, r, \mu$  ФТНГ, передаточную функцию которой аппроксимировали функцией (8), при этом константы  $P, Q$  подбирали исходя из условия наилучшего совпадения точного по ФТНГ и модельного (8) решений, по крайней мере в диапазоне частот  $[0, \omega_0]$ , наиболее интересном с точки зрения низкочастотной неустойчивости горения — самого частого явления в РДТТ. Типичные результаты представлены на рис. 1, где приведены модуль и тангенс угла сдвига фаз  $\text{tg } \theta$  для точной по ФТНГ и мо-

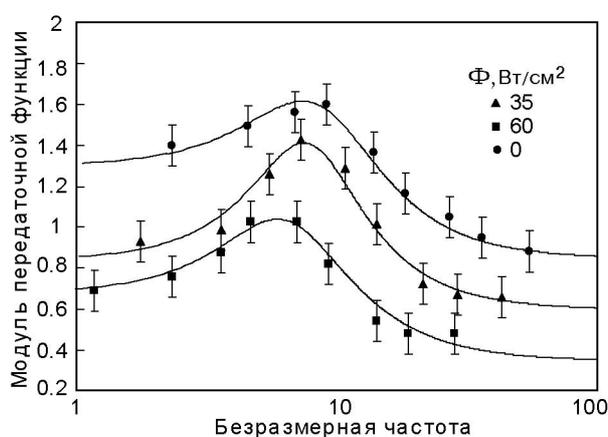


Рис. 2. Аппроксимация экспериментальных передаточных функций для топлива MURI4 [3] модельной функцией (8):

экспериментальные данные соответствуют горению топлива при гармонически изменяющемся давлении и одновременном облучении поверхности горения лазерным излучением постоянной мощности; значки — экспериментальные данные [3], соответствующие различной мощности лазерного излучения, линии — расчет по формуле (8)

дельной (8) передаточных функций. Расчеты показали, что модельная функция (8) позволяет воспроизводить даже сложные передаточные функции ФТНГ. Оказалось, что во многих интересных для практики случаях с достаточной точностью можно принять  $Q = 0$ . Проведенный параметрический анализ позволяет дать рекомендации по подбору параметра  $Q$ : для тех параметров топлива  $\nu, k, \mu, r$ , при которых точка скачка фазы приходится на частоты  $\omega > \omega_0$ , можно полагать  $Q = 0$ , в противном случае —  $Q \neq 0$ . Установлено, что обычно если  $Q = 0$ , то  $P > 0$ , если же  $Q \neq 0$ , то  $P < 0$ .

На практике параметры  $r, \mu$  для реальных топлив неизвестны, более того, как указано выше, они являются коэффициентами согласования. По этой причине параметры  $P, Q$  модельной функции (8) можно подбирать из сравнения с имеющимися экспериментальными данными по нестационарному горению топлива.

Анализ показывает, что модельная функция (8) позволяет аппроксимировать экспериментальные передаточные функции смесевых ТРТ даже в сложных условиях горения. На рис. 2 приведены экспериментальные данные по нестационарному горению топлива MURI4 [3] (на основе ПХА и связующего НТРВ) в условиях гармонически изменяющегося давления при одновременном облучении поверхности

горения лазерным излучением различной постоянной мощности. Подбором постоянных  $\nu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $Q$ ,  $P$  удастся описать имеющиеся экспериментальные данные зависимостью (8) в широком диапазоне частот и условий горения топлива (см. линии на рис. 2).

Таким образом, в рассматриваемом подходе топливо характеризуется набором эмпирических констант  $\nu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $Q$ ,  $P$ , которые определяют его нестационарное горение и могут быть установлены сравнением либо с теоретической передаточной функцией ФТНГ, либо с экспериментальными передаточными функциями реальных ТРТ.

Функционал (5) с учетом (8) можно переписать в виде

$$Q\{p(t)\} = \omega_0^2 u_0(p_0) + (\nu\omega_0^2 + \omega^2 Q) u_0 \eta \exp(i\omega t) + i\omega \frac{u_0^2}{\varkappa} P u_0 \eta \exp(i\omega t)$$

или

$$Q\{p(t)\} = \omega_0^2 u_0(p(t)) - \frac{u_0}{p_0} Q \frac{d^2 p}{dt^2} + \frac{u_0^2}{\varkappa} \frac{u_0}{p_0} P \frac{dp}{dt}.$$

Чтобы исключить из этого выражения  $p_0$ , учтем соотношения

$$\frac{u_0}{p_0} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\nu} \frac{du_0}{dt}, \quad \frac{u_0}{p_0} \frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{1}{\nu} \frac{d^2 u_0}{dt^2},$$

справедливые при малых колебаниях, в правой части которых берется  $u_0(t) = u_0(p(t))$ . В результате получаем

$$Q\{p(t)\} = \omega_0^2 u_0(p(t)) + \frac{u_0^2}{\varkappa} \frac{P}{\nu} \frac{du_0}{dt} - \frac{Q}{\nu} \frac{d^2 u_0}{dt^2}. \quad (9)$$

Тогда модельное уравнение (3) для нестационарной скорости горения принимает вид

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\lambda \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 u_0(p(t)) + \frac{u_0^2}{\varkappa} \frac{P}{\nu} \frac{du_0}{dt} - \frac{Q}{\nu} \frac{d^2 u_0}{dt^2}. \quad (10)$$

Отметим, что модельная передаточная функция предлагалась в работах [4, 5], однако она была иррациональной, что не позволяло перейти к дифференциальному уравнению при расчете процессов с конечным изменением давления и тем более процессов, сопровождающихся погасанием топлива. Область применения модельной передаточной функции [4, 5] ограничивалась малыми колебаниями давления.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Хотя уравнение (10) получено для малых колебаний скорости горения, расчеты показывают, что оно применимо и для более широкого класса процессов с достаточно произвольным изменением давления от времени.

Используя модельное уравнение (10), рассматриваем переходный процесс в камере сгорания РДТТ при изменении давления с уровня  $p_h$  до уровня  $p_0 < p_h$ . Изменение давления происходит за счет изменения площади минимального сечения сопла по линейному закону.

Рассмотрим топливо, для которого  $Q = 0$  и в исследуемом диапазоне давлений  $u_0(p) = u_1 p^\nu$ , где  $u_1$ ,  $\nu$  — постоянные коэффициенты.

Переходный процесс описывается уравнениями

$$\frac{W}{RT} \frac{dp}{dt} = u(t)\gamma S - Ap\sigma(t), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{dt^2} + 2\lambda \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u &= \\ &= \omega_0^2 u_0(p(t)) + \frac{u_0^2}{\varkappa} \frac{P}{\nu} \frac{du_0}{dt}, \end{aligned} \quad (12)$$

первое из которых выражает закон сохранения массы [6]. Здесь  $W$  — объем камеры сгорания,  $R$  — газовая постоянная продуктов горения,  $T$  — температура продуктов горения топлива,  $A$  — коэффициент расхода,  $\gamma$  — плотность топлива,  $S$  — площадь поверхности горения,  $\sigma$  — площадь минимального сечения сопла. Считается, что в течение всего рассматриваемого процесса  $W$ ,  $T$ ,  $R$ ,  $A$  и параметры  $\nu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $Q$ ,  $P$  остаются постоянными. Дополнительно к уравнениям (11), (12) задается закон изменения площади минимального сечения сопла  $\sigma(t)$ .

Перейдем к безразмерным переменным, оставляя для удобства прежние обозначения:

$$p := \frac{p}{p_0}, \quad u := \frac{u}{u_1 p_0^\nu}, \quad (13)$$

$$t := \frac{(u_1 p_0^\nu)^2}{\varkappa} t, \quad \sigma := \frac{\sigma}{\sigma_0},$$

где  $\sigma_0$  — площадь минимального сечения сопла, соответствующая давлению  $p_0$ ; она удовлетворяет соотношению  $u_1 \gamma S = A p_0^{1-\nu} \sigma_0$ , определяющему стационарное решение уравнений (11), (12).

В безразмерных переменных система уравнений (11), (12) принимает вид

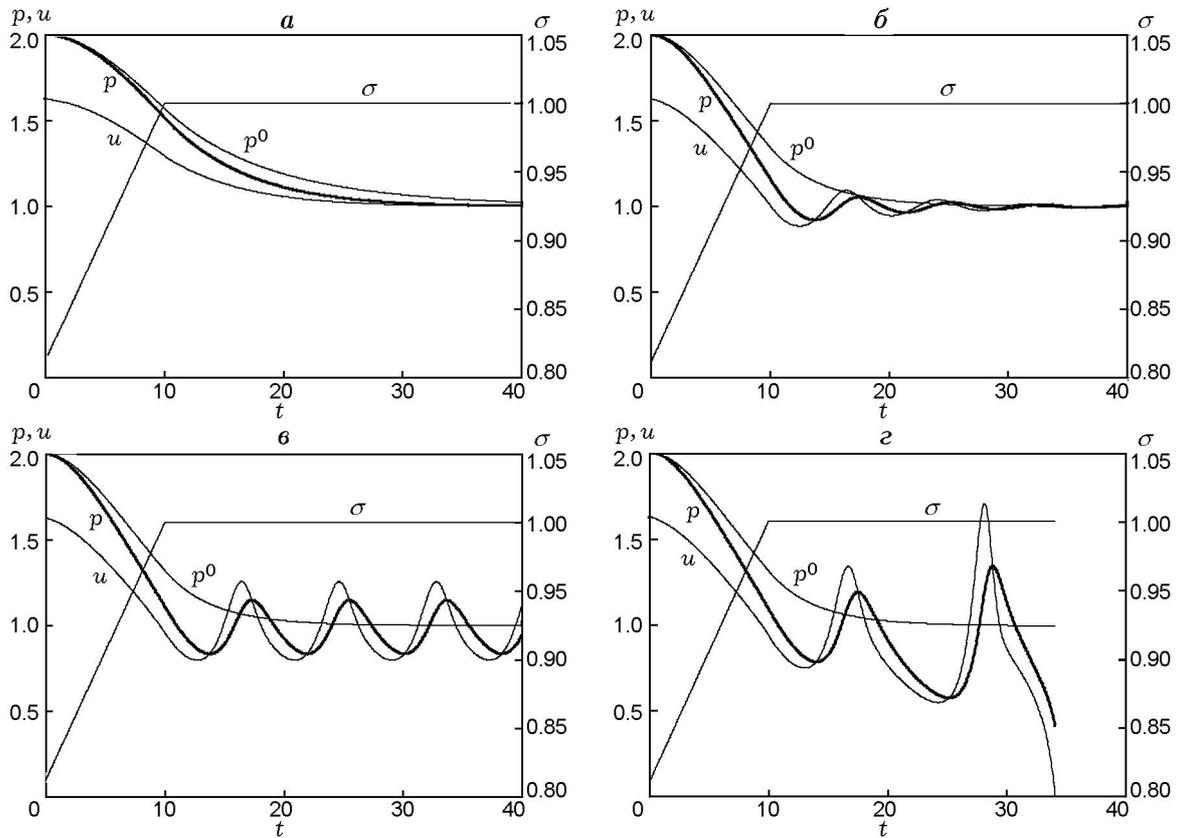


Рис. 3. Зависимость безразмерных давления и скорости горения от безразмерного времени ( $\nu = 0.7, k = 2.0, r = 0.5, P = 11.5, Q = 0, p_h = 2.0, \tau_h = 10.0; \chi = 3$  (а), 1.4 (б), 1.3 (в), 1.275 (г))

$$\chi \frac{dp}{dt} = u - p\sigma(t), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dt^2} + 2p^{2\nu} \lambda \frac{du}{dt} + p^{4\nu} \omega_0^2 u = \\ = p^{5\nu} \omega_0^2 + P p^{3\nu-1} \frac{dp}{dt}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\chi = W\alpha/[ART\sigma_0(u_1 p_0^\nu)^2]$  — аппаратная константа установки, равная отношению характерного времени истечения из камеры сгорания к характерному времени релаксации прогретого слоя топлива.

Закон изменения площади минимального сечения сопла в безразмерных переменных имеет вид

$$\sigma(t) = \begin{cases} \sigma_h, & t < 0, \\ \sigma_h - \frac{(\sigma_h - 1)t}{\tau_h}, & 0 \leq t \leq \tau_h, \\ 1, & t > \tau_h, \end{cases} \quad (16)$$

где  $\sigma_h = p_h^{\nu-1}$ ,  $\tau_h$  — безразмерная длительность переключения сопла.

Результаты расчетов переходного процесса для разных объемов камеры сгорания (разных значений  $\chi$ ) приведены на рис. 3. Во всех расчетах параметры топлива и переходного процесса принимались одинаковыми:  $\nu = 0.7, k = 2.0, r = 0.5, P = 11.5, Q = 0, p_h = 2.0, \tau_h = 10.0$ ; для этого топлива согласно (1)  $\omega_0 = 2.83, \lambda = 1.0$ . В расчетах считалось, что  $\nu, k, r, Q, P$  не зависят от давления.

Для сравнения на рис. 3 приведены зависимости давления от времени в отсутствие эффектов нестационарного горения  $p^0(t)$ , когда расчет проводился по нестационарному уравнению внутренней баллистики (14) при стационарной скорости горения  $u = u_0(p)$ .

Из рис. 3 видно, что при большом объеме камеры сгорания ( $\chi = 3$ ) переход на новый уровень давления происходит устойчиво и монотонно. С уменьшением  $\chi$  при прочих равных условиях переходный процесс приобретает характер затухающих колебаний. При некотором критическом значении  $\chi = \chi_{cr}$  (в данном случае  $\chi_{cr} = 1.3$ , рис. 3, в) процесс не выходит на

новый стационарный режим, а продолжается в виде незатухающих нелинейных колебаний с частотой, примерно в четыре раза меньшей частоты собственных колебаний скорости горения  $\omega_0$ , что и наблюдается в экспериментах при возникновении низкочастотной неустойчивости в РДТТ [7]. Незначительное уменьшение  $\chi$  по сравнению с  $\chi_{cr}$  приводит к раскачке колебаний и в конечном счете к погасанию топлива (рис. 3,з). Чем меньше  $\chi$  по сравнению с  $\chi_{cr}$ , тем меньше периодов колебаний совершает давление перед тем, как произойдет погасание топлива. Это полностью согласуется с экспериментальными данными. Эксперименты показывают, что иногда удается избежать гашения топлива даже при  $\chi$ , несколько меньших  $\chi_{cr}$ , если раскачка колебаний происходит медленно и двигатель успевает закончить работу или переключиться на новый режим до того, как амплитуда колебаний давления станет достаточно большой, чтобы реализовалось погасание.

Приведенные результаты расчетов соответствуют  $\nu = 0.7$ , т. е. топливу с относительно стабильным процессом горения. При увеличении показателя  $\nu$  до  $0.9 \div 0.95$  склонность топлива к погасанию при переходных процессах возрастает и при прочих равных условиях погасание может происходить при больших свободных объемах и более медленных спадах давления.

Проведенные параметрические исследования переходного процесса для разных значений параметров  $\nu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $P$  и  $r_h$ ,  $\tau_h$  показали, что предложенное модельное уравнение для нестационарной скорости горения позволяет предсказать гашение ТРТ; это является важным свойством модели, так как, например, в рамках ФТНГ удается предсказать только тенденцию к погасанию, но не само погасание [8, 9].

## УСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Реальное ТРТ характеризуется параметрами  $\nu$  и  $k$ , которые экспериментально определяются сжиганием образцов топлива в установках постоянного давления или в специальных малогабаритных РДТТ.

Особый интерес с практической точки зрения представляет анализ влияния параметров топлива, в первую очередь  $\nu$  и  $k$ , на устойчивость переходного процесса при фиксированном объеме камеры сгорания. Это связано с

тем, что параметры ТРТ  $\nu$  и  $k$  для одного и того же РДТТ могут существенно отличаться от опыта к опыту из-за допусков на сырье, технологических допусков и особенностей изготовления зарядов твердого топлива.

Отметим, что даже при  $Q = 0$  в предлагаемой модели имеется два неопределенных параметра, которые можно определить только сравнением результатов расчетов с экспериментальными данными для каких-либо нестационарных процессов в РДТТ, в которых проявились эффекты нестационарного горения. Однако даже если удастся таким образом определить  $r$  и  $P$  для какого-то одного заряда, эти значения не могут быть использованы для расчета процессов с другими зарядами из этого топлива из-за разбросов характеристик ТРТ. По этой причине возникает проблема определения параметров  $r$  и  $P$  для конкретного заряда до его сжигания с учетом возможных случайных отклонений характеристик топлива. Рассмотрим приближенный метод оценки параметров  $r$  и  $P$  по измеренным параметрам  $\nu$  и  $k$ .

Воспользуемся стандартной в теории нестационарного горения гипотезой об однозначной зависимости скорости стационарного горения от температуры поверхности горения [1, 2], которая является разумным допущением, так как отражает всегда имеющую место тенденцию увеличения некоторой средней температуры поверхности горения с ростом скорости горения.

В этом случае отношение  $r/k = \mu/\nu = \alpha$  можно считать постоянной характеристикой топлива. Анализ передаточной функции ФТНГ [1, 2] показывает, что при этом  $P = A(k, \alpha)\nu$ ,  $Q = B(k, \alpha)\nu$ , где  $A(k, \alpha)$  и  $B(k, \alpha)$  не зависят от  $\nu$ . Кроме того, будем считать, что зависимость функций  $A(k, \alpha)$  и  $B(k, \alpha)$  от  $k$  относительно слабая, так что в сравнительно узком диапазоне вариаций параметра  $k$  для реальных зарядов одного и того же РДТТ величины  $A$  и  $B$  можно считать постоянными характеристиками топлива. Тогда во всем диапазоне изменения параметров  $\nu$  и  $k$

$$P = A\nu, \quad Q = B\nu, \quad r = \alpha k. \quad (17)$$

Отметим, что соотношения (17) не являются точными зависимостями; они отражают лишь тенденцию изменения параметров  $P$ ,  $Q$ ,  $r$  при вариации параметров  $\nu$  и  $k$  для данного топлива. Вместе с тем, как будет показано далее, соотношения (17) приводят к результатам,

согласующимся с экспериментальными данными.

Рассмотрим влияние варьирования параметров  $\nu$  и  $k$  для условного топлива на устойчивость переходного процесса. Для этого топлива принято

$$\alpha = 0.25, \quad A = 16.4, \quad B = 0. \quad (18)$$

В качестве примера рассмотрим переходный процесс в РДТТ с  $p_h = 2.0$ ,  $\tau_h = 10.0$  при разных значениях  $\chi$ . Расчеты проведены в диапазоне параметров  $k = 1.5 \div 2.4$  и  $\nu = 0.6 \div 0.98$ . Изменением параметра  $k$  при фиксированных  $\nu$  и  $\chi$  определялась граница устойчивости в координатах  $(\nu, k)$  для данного  $\chi$ : ниже этой границы процесс в РДТТ выходит на некоторый новый режим (стационарный или колебательный), а выше этой границы происходит погасание топлива: скорость горения в расчете становится равной нулю. Результаты расчетов приведены на рис. 4.

Сравним результаты расчетов по предложенному модельному уравнению с экспериментальными данными для малогабаритного РДТТ, в котором использовалось медленно горящее смесевое топливо, а переход с режима на режим осуществлялся за счет изменения площади минимального сечения сопла. На рис. 5 показаны экспериментальные зависимости  $p(t)$  в безразмерном виде для устойчивого (а) и неустойчивого (б) переходных процессов, соответствующих разным значениям параметров  $\nu$  и  $k$ .

На рис. 6 приведены экспериментальные данные по устойчивости переходных процессов

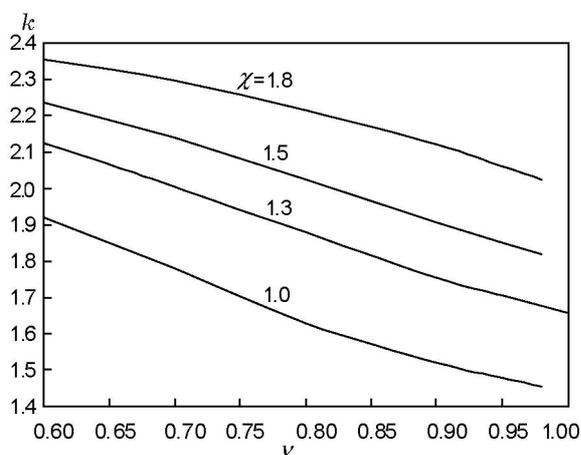


Рис. 4. Границы устойчивости переходного процесса при различных значениях  $\chi$

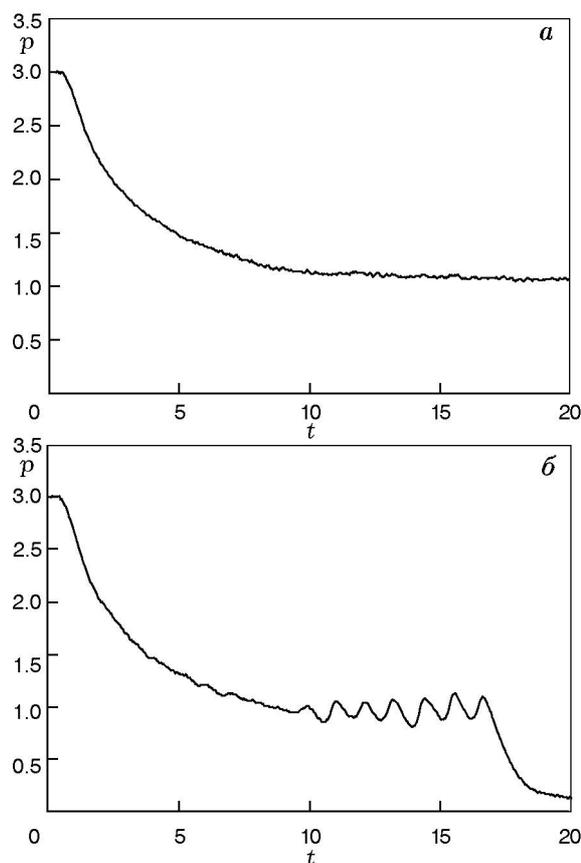


Рис. 5. Экспериментальные зависимости давления от времени для переходного процесса в РДТТ:

данные приведены в безразмерном виде;  $\chi = 1.3$ ; а — устойчивый процесс ( $\nu = 0.79$ ,  $k = 1.5$ ), б — неустойчивый процесс ( $\nu = 0.95$ ,  $k = 1.76$ )

в малогабаритном РДТТ в координатах  $(\nu, k)$  при разных значениях аппаратурной константы  $\chi$ . Перед каждым опытом определялись параметры топлива  $\nu$  и  $k$ , результаты опыта отмечены на рисунке светлым значком, если переходный процесс был устойчивым, и темным значком, если в результате переходного процесса топливо гасло и работа РДТТ прекратилась. На рисунках нанесены теоретические границы устойчивости, рассчитанные с помощью модельного уравнения (15) с параметрами (17), (18).

Полученные результаты показывают, что расчет по модельному уравнению (12) правильно воспроизводит основные закономерности, наблюдаемые в эксперименте для выбранного топлива в широком диапазоне основных баллистических параметров  $\nu$ ,  $k$  и в широком диапазоне аппаратурной константы  $\chi$ .

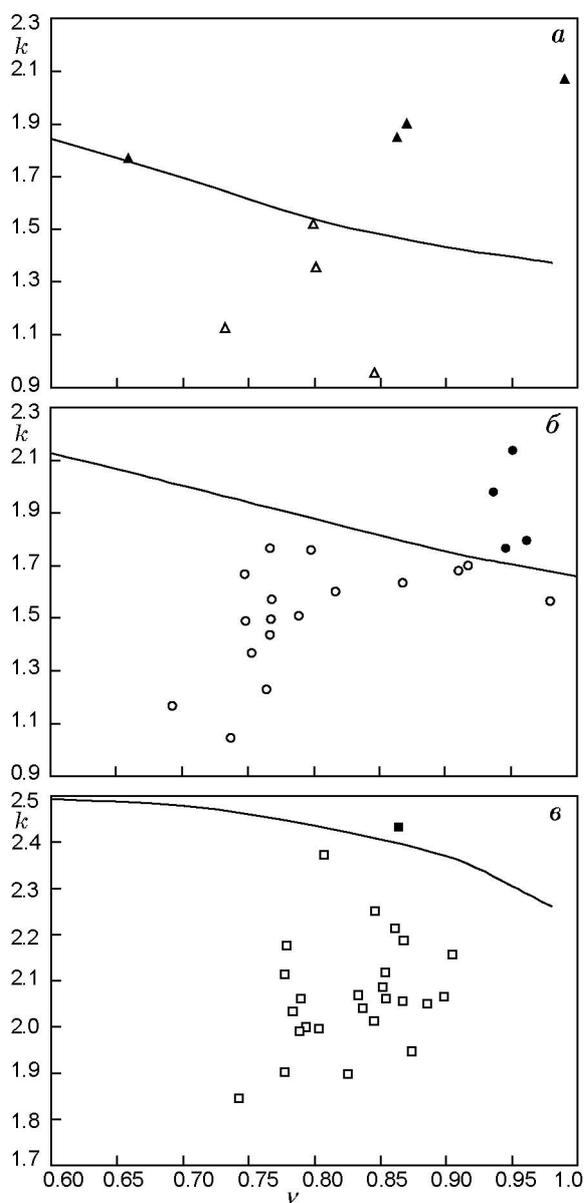


Рис. 6. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными по устойчивости процесса в малогабаритном РДТТ:

линии — расчетные границы устойчивости при заданном значении аппаратной константы  $\chi$ , ниже линий — область устойчивости, выше — неустойчивости; эксперимент: светлые значки — устойчивая работа, темные значки — неустойчивая,  $\chi = 0.89$  (а), 1.3 (б), 2.15 (в)

Отметим, что относительная погрешность измерения параметра  $k$  оценивается в  $\pm 5\%$ .

Оценим чувствительность переходного процесса к вариациям параметра  $k$  при прочих равных условиях. На рис. 7 представлены результаты расчетов, соответствующие разной

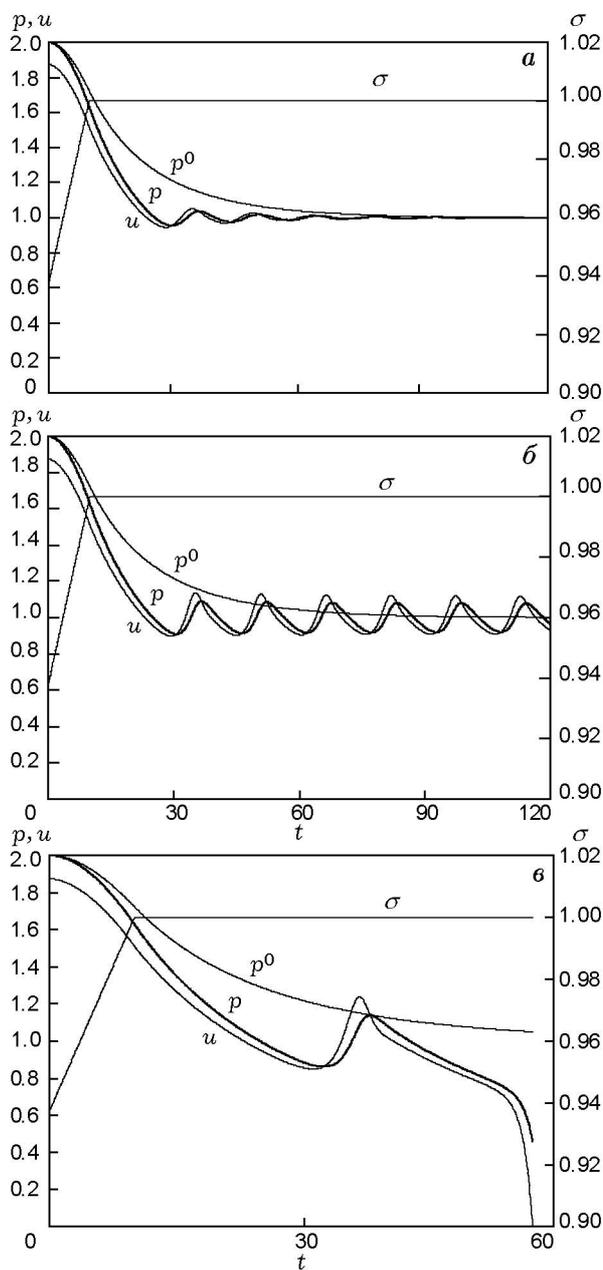


Рис. 7. Расчетные зависимости безразмерных давления и скорости горения от безразмерного времени ( $\nu = 0.907$ ;  $\chi = 1.8$ ;  $k = 2.07$  (а), 2.1 (б), 2.109 (в))

степени устойчивости процесса при  $\chi = 1.8$ . В расчетах использовались те же параметры топлива (17), (18) и параметры переходного процесса, что и в расчетах, результаты которых представлены на рис. 6. Для всех вариантов расчета принято  $\nu = 0.907$ . Для сравнения на рис. 7 приведена зависимость давления от времени в отсутствие эффектов

нестационарного горения  $p^0(t)$ , расчет выполнен по нестационарному уравнению (14) при стационарной скорости горения  $u = u_0(p)$ . Видно, что при прочих равных условиях переход от устойчивого процесса к неустойчивому происходит в относительно узком интервале значений параметра  $k$ , ширина которого меньше точности измерения  $k$ . Это необходимо учитывать при оценке устойчивости работы РДТТ с конкретным зарядом.

### ВЫВОДЫ

Предложено новое модельное уравнение для нестационарной скорости горения твердого ракетного топлива. В диапазоне частот, представляющем практический интерес, модель полностью согласуется с ФТНГ [1, 2], однако она более удобна для практических расчетов, так как сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка относительно скорости горения. Модель предсказывает колебательные режимы горения и погасание топлива при сбросе давления. Расчеты, выполненные по этой модели, качественно согласуются с экспериментальными данными для модельного РДТТ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.

2. Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б. Теория нестационарного горения пороха. — М.: Наука, 1975.
3. Kudva G. N. A study of laser and pressure-driven response measurements for solid propellants at low pressure // A Thesis in Mechanical Engineering for the Degree of Doctor of Philosophy. — The Pennsylvania State Univ., The Graduate School College of Engineering, 2001.
4. Романов О. Я., Тархов В. С. Динамические параметры массовой скорости горения конденсированного вещества // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 22, № 4. — С. 3–11.
5. Романов О. Я., Тархов В. С. Использование опытных динамических параметров в задачах нестационарного горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 22, № 5. — С. 27–33.
6. Орлов Б. В., Мазинг Г. Ю. Термодинамические и баллистические основы проектирования ракетных двигателей на твердом топливе. — М.: Машиностроение, 1979.
7. Иванов С. М., Цуканов Н. А. Регулирование давления в полужамкнутом объеме при горении твердых топлив с показателем степени в законе горения больше единицы // Физика горения и взрыва. — 2000. — Т. 36, № 5. — С. 45–56.
8. Фрост В. А., Юмашев В. Л. Погасание пороха при спаде давления как потеря устойчивости горения // Физика горения и взрыва. — 1976. — Т. 12, № 4. — С. 548–555.
9. Лидский Б. В., Новожилов Б. В., Попов А. Г. Теоретическое исследование нестационарного горения газифицирующегося твердого топлива при спаде давления // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 4. — С. 20–24.

*Поступила в редакцию 16/II 2011 г.*