

4. Макаров Ю. В., Максимов А. М. Исследование структуры ударных волн в электромагнитной ударной трубе. Ж. техн. физ., 1965, № 4.
5. Воронникова М. И., Солоухин Р. И. О структуре потока в электро-разрядных ударных трубах. ПМТФ, 1964, № 5.
6. Ahlstrom H. C. Observations of shock Waves in an Electrically Driven Shock Tube. Phys. Fluids., 1964, vol. 7, No. 6.
7. Fucks W., Czech T. Plasma Motion and Shock Waves in O-pinch Operated Shock Tubes. Phys. Fluids., 1965, vol. 8, No. 1.
8. Лин, Реслер, Кантровиц. Электропроводность высокоионизованного аргона в ударной волне. Вопросы ракетной техники, 1956, т. 1 (31).
9. Нагомацу Х., Шир Р. МГД — исследование диссоциированной и ионизованной воздушной плазмы. Сб. «МГД-метод преобразования энергии», Физматгиз, 1963.
10. Солоухин Р. И. Ударные волны и детонация в газах. Физматгиз, 1963.
11. Термодинамические функции воздуха для температур от 1000 до 12 000° К и давлений от 0.0001 до 1000 атм. Изд-во АН СССР, 1960.
12. Mc Sean E., Faneuft G., Kolb A., Griem H. Spektroskopie Study of Helium Plasmas Produced by Magnetically Driven Shock Wave. Phys. Fluids., 1960, vol. 3, No. 6.

СЖАТИЕ ПЛАЗМЕННОГО ВИТКА МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Ю. П. Ладиков

(Орск)

В статьях [1,2] исследовались условия возникновения и равновесия плазменного витка с током в аксиально-симметрическом переменном магнитном поле. Плазменное кольцо с током возникало в результате безэлектродного разряда в газовой камере при давлениях от 0.01 до 0.5 мм рт. ст. При этом в теоретическом расчете, произведенном в статье [1], учитывались только электромагнитные явления, а газодинамические эффекты во внимание не принимались. Между тем, если предположить, что плазменное кольцо с током является к тому же вихревым кольцом, эти эффекты могут быть в какой-то мере учтены. Такое предположение является вполне естественным, так как в зоне протекания тока не может не возникнуть вихревое движение.

Исследуем вопрос сначала с качественной стороны. Допустим, что в газе образовалось вихревое кольцо с током (фигура), магнитные силовые линии и линии тока вихревого течения направлены так, как показано на фигуре. Текущий по кольцу ток вызывает в нем магнитное поле, которое определяется по закону Био и Савара

$$\mathbf{H} = Ic^{-1} \text{grad } \omega$$

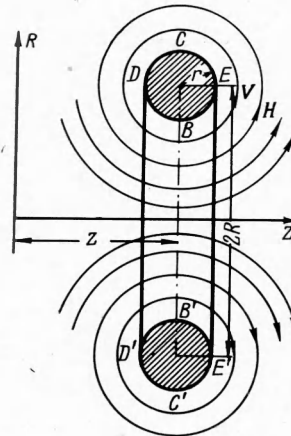
Здесь \mathbf{H} — напряженность магнитного поля, c — скорость света, ω — телесный угол, под которым видно кольцо из той точки, где определяется напряженность, I — сила тока. Поскольку скорость газа вне кольца определяется так же, как и магнитное поле, — по закону Био и Савара, то скорость и магнитная напряженность будут коллинеарными векторами

$$\mathbf{H} \approx \sqrt{4\pi r} \mathbf{v}$$

Легко видеть, что напряженность и скорость в точках, близких к точкам B и B' , будет больше, чем в точках, близких к точкам C и C' , так как $\omega(B) > \omega(C)$. Гидродинамическое давление окружающей жидкости вычисляется по закону Бернулли

$$p = p_{\infty} - \frac{1}{2}\rho v^2$$

Поэтому в точках C и C' гидродинамическое давление будет больше, чем в точках B и B' . Соответственно магнитное давление $\frac{1}{8}H^2/\pi$ будет больше в точках B и B' . Отсюда следует, что если магнитная энергия M превышает кинетическую K , то кольцо будет растягиваться, в противном случае — сжиматься. Будем полагать, что $M > K$. Кольцо начнет растягиваться. При этом скорость в точках D и D' будет меньше, чем в точках E и E' , и следовательно, давление будет больше. В результате этого кольцо начнет движение вправо с возрастающей скоростью, пока набегающий поток не компен-



сирует разность давлений в точках B и B' и C , C' , после чего кольцо будет двигаться с постоянной скоростью. Если кольцо находится во внешнем магнитном поле, направленном противоположно оси z , это поле будет создавать давление, сжимающее кольцо. В данном случае, если избыток гидродинамического давления и магнитного давления от внешнего поля компенсирует избыток давления, вызванного собственным полем, кольцо будет находиться в равновесии. В противном случае оно обязательно придет в движение в направлении своей оси. Этот качественный анализ показывает, что сжать кольцо внешним полем, направленным по оси z , сохранив неизменным его положение в пространстве, невозможно.

В статье [3] были получены уравнения движения тонких магнитно-вихревых конфигураций, которые могут быть применены в рассматриваемом случае. Плазменный виток будем характеризовать двумя обобщенными координатами R и z (фигура).

Уравнения движения витка могут быть записаны в виде

$$-2\pi R\rho\Gamma \frac{dz}{dt} = -\frac{\partial K}{\partial R} + Q_1, \quad 2\pi R\rho\Gamma \frac{dR}{dt} = Q_2 \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность, K — кинетическая энергия циклического движения, Γ — значение циркуляции, Q_1 и Q_2 — обобщенные силы, соответствующие координатам R и z .

Замечание. Уравнения (1) получены при условии, что кольца очень тонкие, и потому собственной кинетической энергией колец, ввиду их малой массы, по сравнению с кинетической энергией циклического движения окружающей жидкости, можно пренебречь [3]. В рассматриваемом случае кинетическая энергия циклического движения и магнитная энергия кругового тока соответственно равны

$$K = \frac{1}{2} \rho\Gamma^2 R \left(\ln \frac{8R}{r} - 2 \right), \quad M = \frac{2\pi R}{c^2} I^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 2 \right)$$

Здесь r — радиус поперечного сечения витка. Обобщенная сила Q_1 имеет две составляющих

$$Q_1' = \frac{\partial M}{\partial R}, \quad Q_1'' = \frac{2\pi R}{c} I H_z$$

Первая из них вызвана собственным током, а вторая — внешним полем. H_z — осевая компонента напряженности внешнего магнитного поля на орбите витка. Магнитная энергия собственного тока M не зависит от z , поэтому

$$Q_2 = -\frac{2\pi R}{c} I H_R$$

Здесь H_R — радиальная компонента внешнего магнитного поля на орбите витка. Сила тока в витке связана с током внешней обмотки зависимостью

$$LI = -L_{12}I_1 = -\pi R^2 c \langle H \rangle, \quad \langle H \rangle = \frac{2}{R^2} \int_0^R H_z x dx$$

Здесь L — коэффициент самоиндукции витка, L_{12} — коэффициент взаимной индукции обмотки и витка, I_1 — сила тока внешней обмотки, $\langle H \rangle$ — среднее значение напряженности H_z внутри витка.

Суммируя полученные результаты, запишем систему (1) в виде

$$2\pi R\rho\Gamma \frac{dz}{dt} = \frac{1}{2} \rho\Gamma^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 1 \right) - \frac{2\pi^3 R^4}{L^2} \langle H \rangle^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 1 \right) + \frac{2\pi^2 R^3}{L} \langle H \rangle H_z$$

$$2\pi R\rho\Gamma \frac{dR}{dt} = -\frac{2\pi^2 R^3}{L} \langle H \rangle H_R \quad (2)$$

Виток будет находиться в состоянии равновесия, если

$$H_R = 0, \quad H_z = \frac{\pi R^2}{L} \langle H \rangle^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 1 \right) - \frac{\rho\Gamma^2 L}{4\pi^2 R^3 \langle H \rangle} \ln \left(\frac{8R}{r} - 1 \right) \quad (3)$$

Для того чтобы сжать виток в ком, сохранив его положение в пространстве, необходимо создать осевое магнитное поле, удовлетворяющее второму условию (3), и радиальное поле, удовлетворяющее первому условию (3). Условие (3) в случае малой плотности окружающего газа $\rho \ll 1$ аналогично условию, полученному в работе [1].

Поступила 4 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. О с о в е ц С. М. Плазменный вихор в электромагнитном поле. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций». Изд. АН СССР, 1958, стр. 238.
2. О с о в е ц С. М., П е т р о в Ю. Ф., Щ е д р и н Н. И. Исследование газового разряда в односвязной области. Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций». Изд. АН СССР, 1958, стр. 242.
3. Л а д и к о в Ю. П. Некоторые задачи динамики магнитно-вихревых конфигураций. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.

ЗАМЕЧАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХОВ

С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев

(Москва)

Устойчивость горения порохов исследовалась в работах [1-5]. При этом в [3-5] использовался стандартный для теории гидродинамической устойчивости метод элементарных волновых решений.

Известно, что этот метод не всегда дает исчерпывающее исследование устойчивости [6]. В [3-5] также оставался не вполне ясным вопрос о полноте полученных результатов и физическом смысле найденных решений.

В данной заметке результаты [3-5] обосновываются путем рассмотрения задачи об изменении стационарного режима горения пороха под влиянием заданного возмущения. Задача решается методом преобразования Лапласа.

Предполагается, что нарушение стационарности режима горения вызвано слабым изменением давления $\delta p(t)$

$$\delta p = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ -p_0 e^{-\sigma_0 t} & (t > 0) \quad \text{Re } \sigma_0 > 0 \end{cases} \quad (0.1)$$

Можно показать, что полученные ниже результаты не связаны с видом возмущения давления (0.1). Эти результаты не изменятся также, если принять, что возмущение стационарного режима вызвано не изменением давления, а слабым начальным отклонением температуры от стационарного профиля.

1. Рассмотрим случай, когда горение пороха описывается теорией Я. Б. Зельдовича.

Согласно работе [2], возмущение скорости горения δU при малых отклонениях от стационарного режима зависит только от возмущений давления δp и градиента температуры на поверхности K -фазы (конденсированной фазы) $\delta \varphi$

$$\frac{\delta U}{U} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{\delta \varphi}{\varphi} + \frac{\nu}{1 - \varepsilon} \frac{\delta p}{p}$$

$$\varphi = \frac{U}{\kappa} (T_s - T_0), \quad \varepsilon = \left(\frac{\partial \ln U}{\partial T_0} \right)_p (T_s - T_0), \quad \nu = \left(\frac{\partial \ln U}{\partial \ln p} \right)_{T_0} \quad (1.1)$$

Здесь U — скорость горения, κ — коэффициент температуропроводности, T_s — температура поверхности пороха, p — давление, φ — градиент температуры на поверхности пороха, T_0 — начальная температура.

Малые отклонения температуры пороха $\tau(x, t)$ от стационарного михельсоновского профиля удовлетворяют линеаризованному уравнению теплопроводности, которое в системе координат, связанной с поверхностью пороха ($x = 0$), имеет вид

$$\kappa \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} - U \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial t} = \delta U \frac{U}{\kappa} (T_s - T_0) \exp \frac{Ux}{\kappa} \quad (1.2)$$

Из условий постоянства температуры на горячей поверхности и на большом расстоянии от нее следуют граничные условия

$$\tau(0, t) = \tau_s = 0, \quad \tau(-\infty, t) = 0 \quad (1.3)$$

Из стационарности невозмущенного режима горения следует начальное условие

$$\tau(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < 0 \quad (1.4)$$