УДК 532. 529

# Численное исследование течения ультрадисперсных частиц оксида алюминия в сопле ракетного двигателя твердого топлива

#### А.А Глазунов, Н.Н. Дьяченко, Л.И. Дьяченко

Томский государственный университет

E-mail: Dr.Dyachenko@gmail.com

Работа посвящена исследованию двухфазного потока. Проведены расчеты для непрерывной модели коагуляции в рамках феноменологической многожидкостной модели среды. Сделан вывод, что уменьшение размера частиц приводит к уменьшению двухфазных потерь в сопловом блоке твердотопливного двигателя.

Ключевые слова: функция распределения частиц по размерам, коагуляция, дробление, двухфазные потери.

## Введение

В качестве металлической добавки в ракетных топливах используется мелкодисперсный порошок алюминия, при сгорании которого образуется конденсат алюминия в виде полидисперсного ансамбля жидких частиц. Частицы конденсата подчиняются логарифмически нормальному закону распределения по размерам. Продукты сгорания топлива представляют собой смесь газа и жидких частиц. Скоростная неравновесность потока приводит к потере удельного импульса двигателя, а так же к коагуляции и дроблению частиц. Наиболее полную библиографию по исследованию двухфазных течений можно найти в обзорах [1–3] и монографиях [4, 5]. В этих работах вращение частиц не учитывалось, однако имели место нецентральные столкновения частиц между собой, вызывающие их вращение. Вопросы устойчивости вращающихся жидких частиц и возможность их дробления рассматривались в работах [6–13]. В работе [14] обобщены как теоретические, так и экспериментальные исследования, представлена модель двухфазного течения в соплах с учетом вращения частиц жидкого конденсата. Влияние вращения частиц на энерготяговые характеристики твердотопливных двигателей исследовались авторами работ [15, 16].

В настоящее время прослеживается тенденция к использованию ультра- и нанодисперсных порошков алюминия, это приводит к увеличению полноты сгорания и, как следствие, к увеличению энергетических характеристик двигателя [17, 18]. Информации о процессе образования частиц конденсата при горении топлив с ультра- и нанодисперсными частицами металла не достаточно, поэтому предполагается, что при горении этих топлив, как и в ранее используемых, образуются частицы оксидов, подчиняющиеся логарифмически нормальному закону, но более мелкого спектра.

Настоящая работа посвящена численному исследованию течения двухфазного потока продуктов сгорания топлива, металлизированные добавки которого представляют порошки алюминия, включая ультрадисперный диапазон.

© Глазунов А.А., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И., 2013

#### Математическая модель

При построении модели двухфазного течения с учетом взаимодействия частиц между собой и газом делаются предположения: 1) течение стационарное; 2) газ идеальный с постоянной теплоемкостью, химически не реагирующий; 3) эффекты вязкости учитываются только в процессах взаимодействия частиц с газом; 4) объем частиц не учитывается; 5) система теплоизолирована, обмен теплом имеет место лишь между частицами и газом и осуществляется путем конвекции и кондукции; 6) отсутствуют внешние силы, источники тепла; 7) распределение частиц по размерам апроксимируется распределением частиц по конечному числу фракций, в каждой из которых содержатся одинаковые частицы; 8) нестационарные возмущения, вызванные процессом взаимодействия частиц, должны затухать задолго до их следующего столкновения; 9) температура не должна существенно изменяться по пространству внутри объема частицы; 10) характерное время затухания вращения частицы меньше времени свободного пробега частицы между столкновениями. Полная физическая постановка задачи с учетом вращения частиц представлена в работе [14].

Для описания двухфазного течения используются непрерывная модель коагуляции частиц и феноменологическая многожидкостная модель среды. При численном расчете непрерывная функция распределения f(r) заменяется ступенчатой (счетной) n(r), весь спектр частиц делится на N фракций, внутри фракции частицы имеют одинаковый размер, номер фракции определяется индексами i, j. Произведение  $m_i n_i = \rho_i$  — массовая концентрация частиц *i*-ой фракции (здесь  $m_i$  — масса одной частицы,  $n_i$  — число частиц). При нецентральных столкновениях частицы приобретают момент вращения.

Система квазиодномерных уравнений, описывающих стационарное двухфазное полидисперсное течение с учетом коагуляции и дробления в рамках монодисперсной модели осколков, записывается в виде [14, 19]:

$$E\rho U = \text{const},$$
 (1)

$$\frac{d}{dx}F\rho U^2 + F\frac{d}{dx}P = F\sum_{i=1}^N \rho_i \varphi_{R_i} (U_i - U), \qquad (2)$$

$$\frac{d}{dx}F\rho UH_O = F\sum_{i=1}^N \rho_i \Big[\varphi_{\alpha_i}c_p(T_i - T) + \varphi_{R_i}U_i(U_i - U)\Big],\tag{3}$$

$$P = \rho RT, \tag{4}$$

$$\frac{d}{dx}F\rho_i U_i = F(n_i \sum_{j=1}^i K_{ij} \mathcal{P}_{ij} \Phi_{ij} \rho_j - \rho_i \sum_{j=i}^N K_{ij} \mathcal{P}_{ij} \Phi_{ij} n_j),$$
(5)

$$\frac{d}{dx}Fn_iU_i = -Fn_i\sum_{j=1}^N K_{ij}\mathcal{P}_{ij}\Phi_{ij}n_j, \qquad (6)$$

$$\frac{d}{dx}F\rho_{i}U_{i}^{2} = F\{\rho_{i}\varphi_{R_{i}}(U-U_{i})+K_{ij}\Im_{ij}\rho_{j}\left[U_{j}-(1-\Phi_{ij})U_{i}\right]- -n_{i}\sum_{i=1}^{i}\rho_{i}\sum_{i=1}^{N}K_{ij}\Im_{ij}n_{j}\left[U_{i}-(1-\Phi_{ij})U_{i}\right]\},$$
(7)

$$\frac{d}{dx}F\rho_{i}U_{i}T_{i} = F[\rho_{i}\varphi_{\alpha_{i}}\frac{c_{p}}{c_{e}}(T-T_{i}) + \frac{n_{i}}{c_{e}}\sum_{j=1}^{i}K_{ij}\partial_{ij}\rho_{j}E_{ji} + \frac{\rho_{i}}{c_{e}}\sum_{j=1}^{N}K_{ij}\partial_{jj}n_{j}(1-\Phi_{ij})E_{ji} + T_{i}(n_{i}\sum_{j=1}^{i}K_{ij}\partial_{ij}\Phi_{ij}\rho_{j} - \rho_{i}\sum_{j=1}^{N}K_{ij}\partial_{ij}\Phi_{ij}n_{j})],$$
(8)

$$\frac{d}{dx}Fn_{i}U_{i}M_{i}^{2} = F\{n_{i}\varphi_{M_{i}}M_{i}^{2} + n_{i}[0.0578\sum_{j=1}^{i}K_{ij}\Im_{ij}n_{j}M_{0m_{ij}}^{2} + -M_{i}^{2}\sum_{j=i}^{N}K_{ij}\Im_{ij}\Phi_{ij}n_{j}]\}.$$
(9)

Уравнение (9) записано с учетом экспериментального факта, что при столкновении вращающихся частиц момент меньшей частицы полностью передается большей частице [12].

В системе уравнений F = F(x) — сечение сопла;  $\rho, U, P, T$  — плотность, скорость, давление, температура газа;  $H_0$  — энтальпия торможения;  $c_p$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $c_e$  — удельная теплоемкость вещества; R — газовая постоянная;  $\varphi_{R_i}, \varphi_{\alpha_i}, \varphi_{M_i}$  — функции динамического, теплового и вращательного взаимодействия газа с частицами;  $\rho_i, U_i, T_i$  — плотность, скорость, температура частиц;  $\rho_e$  — плотность вещества частицы;  $K_{ij}$  — константа коагуляции;  $\Phi_{ij}$  — коэффициент эффективности столкновений;  $\Im_{ij}$  — коэффициент захвата;  $E_{ij}$  — энергия взаимодействующих час-

тиц;  $M_{0m_{ij}} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} |U_i - U_j| (r_i + r_j)$  — максимальное значение момента относительного

движения. Функции динамического и теплового взаимодействия газа и частицы определяются по формулам  $\varphi_{R_i} = f_{\partial} \frac{\mu}{\rho_i r_i^2}$ ,  $\varphi_{\alpha_i} = \frac{3}{2} \frac{Nu}{\Pr} \frac{c_p \mu}{\rho_i c_e r_i^2}$ , где  $f_{\partial}$  — функция сопротивления;  $\mu$  — динамическая вязкость газа; Nu, Pr — числа Нусельта и Прандтля. Функция

вращательного взаимодействия газа и частицы рассчитывалась в Стоксовском приближении:  $\varphi_{M_i} = 2B_i/I_i = 30\mu/\rho_e r_i^2$ , где  $B_i$  — момент силы, действующей на вращающуюся частицу со стороны газа,  $I_i$  — момент инерции сферической частицы.

С учетом обдува частиц газом константа коагуляции и коэффициент эффективности столкновений записываются в виде [20]:

$$\begin{split} K_{ij} &= \pi (\beta_i r_i + \beta_j r_j)^2 \left| U_i - U_j \right|, \text{ где } \beta_k = (1 + 0, 03 \text{We}_k), \quad k = i, j; \\ \Phi_{ij} &= 1 - 0, 247 \text{ Re}_{B_{ij}}^{0,434} L p_j^{-0,133} (r_i / r_j)^{0,273} - \varphi_{ij}, \\ \text{где } \varphi_{ij} &= 0,00446 B_{ij} \quad \text{если } B_{ij} \leq 40, 6, \\ \varphi_{ij} &= 11, 9 (B_{ij} / 100)^{4,64} \quad \text{если } 40, 6 \leq B_{ij} \leq 120; \\ B_{ij} &= \text{Re}_{B_{ij}}^{0,285} L p_j^{0,2} (r_i / r_j)^{0,4} \text{We}_j^{0,442}, \\ \text{где} \end{split}$$

$$\operatorname{Re}_{B_{ij}} = \frac{2\rho_{B_i}}{\mu_{B_i}} |U_i - U_j| r_i, \quad \operatorname{We}_j = \frac{2\rho}{\sigma_{B_j}} |U - U_j|^2 r_j,$$
$$Lp_j = 2r_j \sigma_{B_j} \rho_{B_j} / \mu_{B_i}.$$

Формула для коэффициента эффективности столкновений справедлива в диапазоне:

$$45 \le \operatorname{Re}_{ii} \le 480, \ 8 \le Lp_i \le 930, \ 2 \le (r_i / r_i) \le 12.$$

83

Зависимость плотности, вязкости и коэффициента натяжения от температуры задавались следующими соотношениями:

$$\rho_{B_i} = (6,044 - 0,001294T_i) \cdot 10,$$
кг/м<sup>3</sup>;  
 $\mu_{B_i} = 0,0234(2670/T_i)^n,$ (H·c)/м;  
 $\sigma_i = (700 - 0,195(T_i - 2309)) \cdot 10^{-3},$ н/м.  
Здесь  $n = \begin{cases} 6,5 \text{ при } T_i \le 2670, \\ 2,387 \text{ при } T_i \ge 2670. \end{cases}$ 

Коэффициенты захвата Э<sub>і</sub> определялись по формулам Ленгмюра и Блоджетт [21]:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{ij}^{*} &= \begin{cases} 0, \text{ если } \text{St}k \leq 0, 607, \\ \left(1+0, 75\ln(4\text{St}k_{ij})/2\text{St}k_{ij}\right)^{2}, \text{ если } \text{St}k_{ij} > 0, 607 \\ \end{array} \\ \mathcal{B}_{ij}^{*} &* = \begin{cases} 0, \text{ если } \text{St}k_{ij} < 0, 1, \\ \left(\text{St}k_{ij} / \left(\text{St}k_{ij} + 0, 125\right)\right)^{2}, \text{ если } \text{St}k_{ij} \geq 0, 1, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\operatorname{Stk}_{ij} = r_i^2 \rho_i |U_i - U_j| / 9r_i \mu, \quad \operatorname{Re}_{ij} = \frac{2\rho}{\mu} |U_i - U_j| r_j.$$

Энергия взаимодействующих частиц:  $E_{ij} = c_0(T_i - T_j) + (U_i - U_j)^2/2.$ 

Система уравнений (1–9) решалась на основе обратной задачи [22]. Для численного интегрирования системы уравнений газа использовался стационарный аналог нецентральной конечно-разностной схемы Мак–Кормака [22] второго порядка точности. Интегрирование системы уравнений фракции частиц осуществлялось с помощью неявной разностной схемы [23], имеющей также второй порядок точности. На входном сечении использовалось условие скоростного и температурного равновесия между газовой фазой и частицами. Квадраты моментов вращения частиц на входе для всех фракций полагались нулевыми.

Течение рассчитывалось в квазиодномерной постановке для модельного радиусно профилированного сопла [24]. Радиус скругления в горловине сопла  $r = r^*$  ( $r^*$  радиус минимального сечения сопла), угол поджатия в дозвуковой области  $\alpha_1 = 45^{0}$ , углы у полинома третьей степени, описывающего сверхзвуковую область,  $\alpha_2 = 24$  и  $\alpha_2 = 7^{\circ}$  соответственно.

Расчеты проводились при следующих значениях исходных параметров:

$$T_{\kappa} = 3200 \text{ K}, \quad \mu = 0.89 \cdot 10^{-4} \text{ kgmm}^{-1} \cdot \text{c}^{-1}, \quad R = 300 \text{ gmmm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, \quad N = 15$$

Непрерывная функция распределения частиц по размерам на входе в сопло задавалась в виде:

$$f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot r \cdot \ln(\sigma)} \exp\left\{-\left[\frac{\ln(r) - \ln(r_0)}{\sqrt{2\pi}\ln(\sigma)}\right]^2,\right\}$$

здесь  $r_0$  — средний размер частиц,  $\sigma = 1,5$  — дисперсия.

Дробление частиц определяется двумя механизмами — их взаимодействием с газом и между собой. При достижении числом Вебера (We) критического значения, равного 17, и критического момента вращения (*M*), равного 4, частица дробится [4, 14].

## Результаты расчетов

На рис. 1 представлены результаты расчетов среднемассового размера частиц D43 вдоль сопла, средний радиус частиц на входе в сопло  $r_0$  принимался равным 1,4 и 0,3 мкм соответственно. При  $r_0 = 1,4$  мкм в области минимального сечения сопла наблюдается интенсивный рост частиц конденсата за счет коагуляции. Дробление в дозвуковой части сопла определяется взаимодействием частиц с газом (числом Вебера), в трансзвуковой и сверхзвуковой областях сопла основным механизмом дробления является вращение частиц и он определяется моментом вращения. Штриховая кривая соответствует расчету без учета дробления за счет вращения частиц, сплошная — с учетом дробления за счет их вращения. Такой же идентификации подчиняются результаты, показанные на остальных рисунках.

Для ультрадисперсного ансамбля частиц ( $r_0 = 0,3$  мкм) в районе критического сечения сопла также наблюдается рост частиц D43. Значение числа Вебера не достигает критической величины вдоль всего сопла. В сверхзвуковой области процесс коагуляции и дробления практически не наблюдается, т. к. разница скоростей между частицами мала. Кривые изменения размера частиц D43 вдоль сопла с учетом вращения и без учета вращения совпадают.

На рис. 2 представлена зависимость среднемассового размера частиц D43 на срезе сопла от среднего радиуса частиц  $r_0$  на входе в сопло. Расчеты проведены для сопел с различными критическими сечениями  $r^* = 0,25$  и 0,1 м. При  $r_0 > 0,3$  мкм влияние вращения частиц на их дробление сказывается как при  $r^* = 0,25$  м, так и при  $r^* = 0,1$  м.

На рис. 3 представлена зависимость двухфазных потерь (Д $\Phi\Pi$ ) от среднего размера частиц  $r_0$  на входе в сопло. Расчеты проведены для варианта, представленного на рис. 2.

На рис. 4 представлена зависимость ДФП от давления газа в камере сгорания ( $P_{\kappa}$ ). При  $r_0 = 1,4$  мкм влияние вращения частиц на зависимость ДФП от  $P_{\kappa}$  слабое, а при  $r_0 = 0,3$  мкм влияния вращения нет.



*Рис. 1.* Изменение среднемассового размера частиц вдоль сопла.

 $\dot{r} = 0,25$  M,  $P_{\kappa} = 5,89$  MIIa, z = 0,4,  $r_0 = 1,4$  (1), 0,3 (2) MKM.



*Рис.* 2. Зависимость среднемассового размера частиц на срезе сопла от среднего размера частиц на входе.

 $P_{\kappa} = 5,89$  МПа, z = 0,4,  $r^* = 0,25$  (1), 0,1 (2) м.



На рис. 5 представлена зависимость ДФП от критического радиуса сопла. С увеличением габаритов сопла двухфазные потери падают. При  $r_0 = 1,4$  мкм влияние вращения частиц увеличивается с уменьшением критики сопла. При  $r_0 = 0,3$  мкм влияние вращения на зависимость ДФП от  $r^*$  практически нет.

На рис. 6 представлена зависимость ДФП от массовой концентрации частиц z. При  $r_0 = 0,3$  мкм вращение частиц начинает сказываться при z > 0,5. Это объясняется тем, что с увеличением z увеличивается число частиц в единице объема, следовательно увеличивается число столкновений. Т. к. момент вращения увеличивается с числом столкновений, то он достигает критического значения и частица дробится. Результаты расчетов, проведенные без учета вращения частиц, совпадают с результатами, представленными в работах [4, 5], а расчеты, проведенные для крупнодисперсных частиц, но с учетом вращения, хорошо коррелируют с выводами работ [14, 15, 16].

#### Заключение

Течение двухфазного потока, дискретной фазой которого являются ультраразмерные частицы оксида алюминия, сопровождается коагуляцией и дроблением частиц. Основной механизм дробления — взаимодействие частиц между собой. Рост среднемассового размера частиц конденсата вдоль сопла, в отличие от традиционно используемого металлизированного топлива, значительно ниже, следовательно, ниже двухфазные потери из-за скоростной неравновесности. Использование ультрадисперсного порошка алюминия



*Рис.* 5. Зависимость ДФП от критического радиуса сопла.  $P_{\kappa} = 5,89 \text{ МПа}, z = 0,4, r_0 = 1,4 (I), 0,3 (2) \text{ мкм.}$ 



в ракетных двигателях твердого топлива позволит проводить расчеты энерготяговых характеристик по упрощенным моделям течения двухфазных сред в соплах, в том числе, без учета вращения частиц конденсированной фазы. Представленная работа может быть полезна как при разработке топлива, так и при проектировании энергосистемы в целом.

## Список литературы

- **1. Крайко А.Н., Нигматуллин Р.И., Старков В.К., Стернин Л.Е.** Механика многофазных сред // Итоги науки и техн. Гидромеханика. Т. 6. М.: Изд. ВИНИТИ, 1972. С. 93–174.
- **2. Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И.** Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесях // Итоги науки и техн. Механика жидк. и газа. Т. 16. М.: Изд. ВИНИТИ, 1981. С. 209–274.
- **3. Шрайбер А.А.** Многофазные полидисперсные течения с переменным фракционным составом дискретных включений // Итоги науки и техн. Комплексные и специальные разделы механики. Т. 3. М.: Изд. ВИНИТИ, 1988. С. 3–80.
- 4. Стернин Л.Е., Маслов Б.Н., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 172 с.
- 5. Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Многофазные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1994. 320 с.
- 6. Аппель П. Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. М.: ОНТИ. 1936. 375 с.
- 7. Чандрасекхар С. Устойчивость вращающейся жидкой капли // Сб. переводов "Механика", 1966. № 5. С. 92–117.
- 8. Чандрасекхар С. Элипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1973. 288 с.
- Бушланов В.П., Васенин И.М. Устойчивость вращающейся вязкой капли // Теплофизика и физическая гидродинамика: сб. науч. тр. Новосибирск, 1978. С. 9–14.
- Архипов В.А., Васенин И.М., Трофимов В.Ф. Экспериментальное исследование устойчивости вязких капель при столкновениях // Физическая гидродинамика и теплообмен: сб. науч. тр. Новосибирск, 1978. С. 91–94.
- 11. Архипов В.А., Бушланов В.П., Васенин И.М., Русаков В.В., Трофимов В.Ф. Равновесные формы и устойчивость вращающихся капель // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 4. С. 13–20.
- 12 Архипов В.А., Васенин И.М., Трофимов В.Ф. К устойчивости капель идеальной жидкости при столкновениях // ЖПМТФ, 1983. № 3. С. 95–98.
- 13. Архипов В.А., Бутов В.Г., Васенин И.М., Шрайбер А.А. О влиянии взаимодействия капель близких размеров на скорость роста и запаздывание частиц конденсата в полидисперсных двухфазных потоках // ЖПМТФ. 1985. № 5. С. 90–94.
- **14. Васенин И.М., Архипов В.А., Бутов В.Г., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф.** Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд. ТГУ, 1986. 262 с.
- 15.Васенин И.М., Глазунов А.А., Дьяченко Л.И. Влияние разных моделей учета вращения частиц конденсата на локальные и интегральные характеристики сопел // Тематический сборник статей "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики". Томск: Изд. Томского госуниверситета, 2002. С. 225–227.
- **16.** Васенин И.М., Архипов В.А., Глазунов А.А., Трофимов В.Ф. Исследование полидисперсных течений в соплах с учетом вращения частиц // Инженерно-физический сборник статей. Томск: Изд. ТГУ, 1985. С. 31–35.
- 17. Де Лука Л.Т., Галфетти Л., Северный Ф., Меда Л., Марра Ж., Ворожцов А.Б., Седой В.С., Бабук В.А. Горение смесевых твердых топлив с наноразмерным алюминием // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 41. № 6. С. 80–94.
- 18. Громов А.А., Хабас Т.А., Ильин А.П., Попенко Е.М., Коротких А.Г., Архипов В.А., Дитц А.А., Строкова Ю.И., Толбанова Л.О. Горение нанопорошков металлов / Под ред. А.А. Громова. Томск: Дельтаплан, 2008. 382 с.

- **19.** Рычков А.Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука, 1988. 222 с.
- **20. Подвысоцкий А.М., Соломенко А.Д.** Экспериментальное исследование столкновений капель в условиях аэродинамического воздействия газового потока // Вопросы технической теплофизики. Киев: Наукова думка, 1976. Вып. 6. С. 77–79.
- 21. Фукс Н.А. Механика аэрозолей. Москва: Изд. АН СССР, 1955. 351 с.
- 22. Пирумов У.Г. Расчет течения газа в соплах Лаваля // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5. С. 10–22.
- **23.** Рычков А.Д. Об одной разностной схеме, используемой в расчетах неравновесных и двухфазных течений // Сб. науч. статей "Газовая динамика". Томск: Изд. ТГУ, 1977. С. 26–29.
- 24. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Течение газа в соплах. М: Изд. МГУ, 1978. 352 с.

Статья поступила в редакцию 3 мая 2011 г., после переработки — 24 января 2012 г.