УДК 539.3

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В СТЕКЛЯННЫХ ТЕЛАХ ПРИ ИХ ДЕГАЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НАГРЕВА ИНФРАКРАСНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

А. Р. Гачкевич, Т. Л. Курницкий, Р. Ф. Терлецкий

Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача НАН Украины, 79053 Львов

Предложена модель расчета напряжений в слое стекла с газовыми примесями при его нагреве тепловым инфракрасным излучением. Проведены расчеты для слоя с двухатомной примесью окиси азота и трехатомной примесью воды. Показано, что при рассматриваемых параметрах излучения и концентрациях примесей наличие окиси азота в слое не влияет на его напряженное состояние, тогда как присутствие воды приводит к некоторому возрастанию напряжений. Напряженное состояние слоя определяется уровнем тепловых напряжений, а концентрационные напряжения и напряжения, обусловленные действием массовых сил излучения, пренебрежимо малы. Увеличение скорости диффузии двухатомной примеси при изменении спектра излучения сопровождается увеличение нием тепловых напряжений.

Введение. Получение "чистых", лишенных газовых примесей стеклянных материалов является важной технологической проблемой электронной промышленности, возникающей, в частности, при производстве электронно-лучевых трубок, электронных ламп, световодов и других приборов, элементы которых изготавливаются из стекла [1, 2]. В стекле могут быть растворены различные виды газовых примесей в молекулярном состоянии, в частности H<sub>2</sub>O, CO, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub> и др. [2–4]. Эти примеси появляются как при изготовлении стекла, так и вследствие адсорбции из внешней газовой среды и диффузии в глубь материала. Дегазация стеклянных элементов указанных приборов осуществляется путем их конвективного нагрева [4, 5]. Такой способ дегазации обусловлен существенным возрастанием диффузионных потоков газовой примеси в стекле за счет увеличения с ростом температуры T ее коэффициента диффузии  $D(T) = D_0 \exp\left(-U_{act}/(RT)\right) (D_0 - \text{пред$ экспоненциальный множитель;  $U_{act}$  — энергия активации диффузии; R — универсальная газовая постоянная). Поэтому для качественной дегазации стекла, т. е. удаления газовой примеси из глубинных слоев, необходимы нагрев до максимально возможной температуры (определяемой температурой трансформации стекла [2], которая обычно не превышает 700 К) и определенная выдержка при этой температуре. Поскольку скорость нагрева стеклянных элементов ограничена из-за возникающих при конвективном нагреве высоких температурных напряжений [5], процесс дегазации длителен и требует значительных затрат энергии.

С целью повышения производительности оборудования и уменьшения энергозатрат на дегазацию электронно-лучевых трубок проведены теоретические и экспериментальные исследования возможности применения теплового инфракрасного излучения, создаваемого стандартными источниками с различными энергетическими и спектральными характеристиками, для нагрева их стеклооболочек. В частности, изучены распределения температуры и компонент тензора напряжений в стеклооболочке при нагреве излучением ламп КГ 220-1000-6. Предложены оптимальные по термонапряжениям комбинированные режимы лучисто-конвективного нагрева стеклооболочки, позволяющие достичь максимально возможной температуры нагрева при меньших энергозатратах [5, 6]. Экспериментально установлено, что при лучистом нагреве стеклооболочек резко возрастают газовыделения из стекла [6]. Отмеченное возрастание не может быть объяснено лишь указанной выше зависимостью коэффициента диффузии газовой примеси от температуры, но является также результатом специфического воздействия излучения на примесь (называемого в литературе фотостимулированной диффузией [7]). Увеличение газовыделения вызвано объемным характером поглощения частично прозрачными материалами энергии инфракрасного излучения, а также увеличением энергии диффундирующих частиц примеси в результате интенсивного поглощения ими энергии излучения в определенных диапазонах спектра, в частности в инфракрасном диапазоне, в котором находятся характерные частоты поглощения газовых молекул. Таким образом, для создания рациональных режимов дегазации тел из стеклянных материалов с применением теплового инфракрасного излучения необходимо проведение исследований влияния процессов переноса тепла на концентрацию газовой примеси, а также их деформирования с учетом зависимости параметров этих процессов от спектра внешнего излучения, количества и типа газовых примесей, условий тепло- и массообмена с внешней средой.

1. Математическая модель механотермодиффузионных процессов в полупрозрачном теле с газовыми примесями при воздействии теплового излучения. Будем исходить из предложенной в работах [8–10] модели количественного описания механотермодиффузионных процессов в частично прозрачных многокомпонентных твердых телах (твердых смесях) при воздействии внешнего электромагнитного излучения инфракрасного диапазона, которая основана на феноменологической теории излучения и континуальной термодинамической теории твердой смеси. В модели принимается, что происходящие в теле процессы вызваны тепловыделениями (вследствие поглощения и излучения электромагнитной энергии компонентами) и пондеромоторными (механическими) силами воздействия излучения на отдельные компоненты. Для описания энергетического состояния компонентов вводятся дополнительные параметры — удельные энергии компонентов, для определения которых сформулированы балансовые уравнения и разработана методика их приближенного решения.

Рассмотрим стеклянное тело, содержащее N газовых примесей. Тело (твердая смесь) состоит из основного материала (каркаса) и диффундирующих в нем атомов и молекул примесей. Термин "газовая примесь" означает, что в естественном состоянии частицы конкретной примеси образуют соответствующий газ. Перемещения и деформации материальных точек стеклянного тела связаны с перемещениями и деформациями материальных точек каркаса, скорость движения которых выбрана в качестве характеристической. В произвольный момент времени t примеси распределены в объеме тела с плотностя-

ми 
$$ho_k({m r},t)$$
 и концентрациями  $c_k({m r},t)=
ho_k({m r},t)/
ho({m r},t)$   $(
ho=\sum_{k=1}^{m}
ho_k+
ho^m$  — плотность те-

ла;  $\rho^m(\boldsymbol{r},t)$  — плотность каркаса;  $\sum_{k=1}^N c_k + \frac{\rho^m}{\rho} = 1$ ). Пусть рассматриваемое стеклянное

тело находится под действием внешнего инфракрасного излучения, которое задается во внешней среде спектральной интенсивностью  $I_{\lambda}^{ext}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)$ . Для теплового излучения эта интенсивность пропорциональна спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела  $I_{\lambda b}(\lambda, T_s)$  при температуре  $T_s$  источника излучения [11, 12]:

$$I_{\lambda}^{ext}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s}_0) = f_{\lambda}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{s}_0)I_{\lambda b}(\lambda,T_s).$$

Здесь r — радиус-вектор;  $s_0$  — орт в направлении распространения луча;  $\lambda$  — длина

волны;  $f_{\lambda}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от положения реального источника излучения относительно тела, его энергетических и спектральных характеристик. Примем, что материал исследуемого стеклянного тела не рассеивает излучение и можно пренебречь пьезо- и электрооптическими эффектами. Тогда распространение излучения в теле (в интересующем нас интервале изменения температуры 300 K < T < 700 K) можно описать квазистационарным уравнением переноса в приближении неизлучающего материала [11]

$$\frac{\partial I_{\lambda}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)}{\partial s} + a_{\lambda}(c_1, \dots, c_N) I_{\lambda}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0) = 0, \qquad (1.1)$$

где  $I_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{s}_0)$  — спектральная интенсивность излучения в теле; s — расстояние вдоль луча;  $a_{\lambda}(c_1, \ldots, c_N)$  — спектральный коэффициент поглощения, зависящий в данной точке тела от концентраций примесей. Следует отметить, что в справочной литературе обычно приводятся значения этого коэффициента для беспримесных стекол. Исходя из физического смысла коэффициента поглощения (характеризующего ослабление излучения в теле, которое зависит от числа поглощающих центров [13]) с учетом известных экспериментальных результатов по спектроскопии стекол с газовыми примесями, указывающих на то, что характерные для газа свойства поглощения сохраняются и в стекле, для коэффициента поглощения рассматриваемой смеси получим выражение

$$a_{\lambda} = a_{\lambda}^m + \sum_{k=1}^N a_{\lambda}^k,$$

где  $a_{\lambda}^{m}$ ,  $a_{\lambda}^{k}$  — спектральные коэффициенты поглощения каркаса и примеси k-го газа в стеклянном теле. Здесь и далее индекс m соответствует характеристикам каркаса.

Для определения величин  $a_{\lambda}^{m}$ ,  $a_{\lambda}^{k}$  рассмотрим особенности поглощения излучения компонентами стеклянного тела. Твердые тела поглощают излучение практически во всем спектре. Поэтому коэффициент поглощения каркаса принято представлять в виде кусочнопостоянной функции:  $a_{\lambda}^{m} = a_{1}$  при  $0 \leq \lambda \leq \lambda_{c}$ ,  $a_{\lambda}^{m} = a_{2}$  при  $\lambda_{c} < \lambda \leq \infty$  ( $\lambda_{c}$  — пороговая длина волны) [14]. Коэффициент поглощения излучения структурными частицами (атомами, молекулами, ионами) определяется, главным образом, внутренними процессами, происходящими в них при взаимодействии с излучением, и количеством частиц. Влияние окружения (находятся ли частицы в составе газа, смеси газов или в твердом теле) на значения коэффициента поглощения учитывается поправкой, которая рассчитывается в рамках соответствующих моделей, рассматриваемых в спектроскопии [11, 13, 15].

Молекулярные (атомарные) газы поглощают излучение в узких участках спектра — полосах (линиях). Количество полос поглощения  $n_k$  для k-го газа определяется числом атомов, образующих его молекулу. Коэффициент поглощения k-го газа в полосе l можно выразить через известные характеристики полос по формуле [13]  $a_{\lambda_l}^k = J_l^k / \Delta \lambda_l^{k(eff)}$ , где  $J_l^k$  — интенсивность полосы;  $\Delta \lambda_l^{k(eff)}$  — ее эффективная ширина. В рамках экспоненциальной модели широкой полосы [13, 15] указанные характеристики можно рассчитывать для газа, являющегося составляющей смеси газов при различных температурах и давлениях. Для газовых примесей в твердых телах таких моделей не существует. Однако с учетом столкновений, описываемых гидростатическим или фононным давлением, соотношения экспоненциальной модели широкой полосы в твердом теле. Вследствие линейной зависимости коэффициента поглощения газовых частиц в твердом теле. Вследствие линейной зависимости коэффициента поглощения газа от его плотности коэффициент поглощения газавить в виде  $a_{\lambda}^k = a_{\lambda_*}^k c_k$ , где  $a_{\lambda_*}^k = a_{\lambda_a t}^k \rho / \rho_{at}^k$ ;  $a_{\lambda_a t}^k$ ,  $\rho_{at}^k$  — коэффициент поглощения и плотность частиц газа при

атмосферном давлении. Таким образом, коэффициент поглощения стекла при воздействии излучения представляется в виде

$$a_{\lambda} = a_{\lambda}^m + \sum_{k=1}^N a_{\lambda*}^k c_k.$$
(1.2)

Исходя из уравнений баланса энергии и момента количества излучения [11, 16] определяем объемные плотности тепловыделений

$$Q(\mathbf{r}) = \int_{0}^{\infty} a_{\lambda}(c_{1}, \dots, c_{N}) \left( \int_{\Omega = 4\pi} I_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{s}_{0}) \, d\Omega \right) d\lambda$$
(1.3)

и пондеромоторных сил

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{c_0} \int_0^\infty a_\lambda(c_1, \dots, c_N) \left( \int_{\Omega = 4\pi} I_\lambda(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0) \boldsymbol{n}_\Omega \, d\Omega \right) d\lambda \tag{1.4}$$

в стеклянном теле. Здесь  $\Omega$  — телесный угол;  $c_0$  — электродинамическая постоянная. В используемой континуальной модели твердой смеси величины объемных тепловыделений и сил в теле связаны с аналогичными величинами  $Q_k$ ,  $f_k$ , рассчитанными на единицу массы компонентов по соотношениям

$$Q = \rho \Big( (1-c)Q^m + \sum_{k=1}^N c_k Q_k \Big), \qquad \mathbf{F} = \rho \Big( (1-c)\mathbf{f}^m + \sum_{k=1}^N c_k \mathbf{f}_k \Big), \tag{1.5}$$

где  $c = \sum_{k=1}^{N} c_k$ . Из соотношений (1.3)–(1.5) с учетом представления (1.2) для коэффициента

поглощения находим выражения для удельных (на единицу массы) плотностей  $Q_k$ ,  $Q^m$  поглощенной примесями и каркасом энергии и пондеромоторных сил  $f_k$ ,  $f^m$  воздействия излучения на них.

При описании процесса диффузии газовой примеси в стеклянном теле используем уравнения баланса массы для компонентов твердой смеси. Тогда в отсутствие химических реакций в стекле для газовых компонентов получим уравнения

$$\rho \, \frac{\partial c_k}{\partial t} = -\operatorname{div} \, \boldsymbol{J}^k,\tag{1.6}$$

связывающие поток массы k-го газа относительно каркаса тела  $J^k$  с изменением ее концентрации. Согласно предложенной в работах [9, 10, 17] модели диффузии при воздействии излучения будем считать, что перенос газовой примеси обусловлен:

а) неравномерным распределением ее концентрации

$$\boldsymbol{J}_{c}^{k} = -\rho D_{k}^{r}(E^{k}) \operatorname{grad} c_{k}, \qquad (1.7)$$

где  $D_k^r(E^k) = D_k(T) \exp [U_{act}^k/(RT(1 - RT/E^k))]$  — коэффициент диффузии при воздействии излучения;  $E^k(\mathbf{r}, t)$  — средняя энергия 1 моль поглощающего излучение k-го газа, значение которой больше значения средней энергии RT тепловых колебаний в теле;

б) неравномерным распределением температуры в теле (термодиффузией) и соответствующим термодиффузионным потоком

$$\boldsymbol{J}_T^k = -\rho D_k^r(\boldsymbol{x}_k^T/T) \operatorname{grad} T,$$

где  $x_k^T$  — термодиффузионное отношение для k-й примеси;

в) действием на примеси пондеромоторных сил ("вынужденная диффузия") и соответствующим потоком

$$\boldsymbol{J}_{\boldsymbol{f}}^{k} = -(\rho D_{k}^{r}(E^{k})/E^{k})M_{k}M^{m}c_{k}c^{m}(c_{k}/M_{k}+c^{m}/M^{m})(\boldsymbol{f}_{k}-\boldsymbol{f}^{m}),$$

где  $M^m$ ,  $M_k$  — молекулярные массы каркаса и примеси.

Подставив соотношение (1.7) в уравнение (1.6), получим уравнения диффузии газовых примесей в стеклянном теле при воздействии инфракрасного излучения.

В работах [17–19] на основе уравнения баланса энергии  $E^k$  k-й примеси, моделирования взаимодействия газовой примеси с внешним излучением посредством столкновений с фотонами, а каркаса — посредством столкновений с фононами и теории случайных блужданий (прыжков) диффундирующих частиц примеси между узлами каркаса [20] получены приближенные выражения для  $E^k$ 

$$E^{k}(\boldsymbol{r},t) = \begin{cases} (Q_{k}(\boldsymbol{r},t)/\gamma_{0})t + RT_{0}(\boldsymbol{r}) & \text{при} \quad L_{k}(\boldsymbol{r},t) \gg 1, \\ RT(\boldsymbol{r},t) & \text{при} \quad L_{k}(\boldsymbol{r},t) \leqslant 1, \end{cases}$$
(1.8)

где

$$L_k(\boldsymbol{r},t) = \sum_{l=1}^{N_k} \frac{I_{\lambda_l^k}(\boldsymbol{r},t)\Delta\lambda_l^{k(eff)}d_k^2}{\hbar\omega_l^k p_k} = \frac{N_k^{pt}(\boldsymbol{r},t)d_k^2}{p_k};$$
(1.9)

 $I_{\lambda_l^k}(\mathbf{r},t)$  — интенсивность излучения в данной точке тела на частоте  $\omega_l^k$  *l*-й полосы поглощения *k*-й газовой примеси;  $\omega = 2\pi v/\lambda$ ; v — скорость распространения излучения в исследуемом материале;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $d_k$  — диаметр молекулы *k*-го газа;  $p_k$  частота взаимодействий с фононами молекул *k*-й примеси, принятая равной частоте их диффузионных прыжков;  $N_k^{pt}$  — количество полос поглощения *k*-го газа;  $\gamma_0$  — некоторый коэффициент. Накопление энергии примесью, т. е. возрастание величины  $E^k$ , продолжается до момента выравнивания энергии, поглощенной примесью, и энергии, рассеянной на тепловых колебаниях каркаса (или частот фотонных и фононных взаимодействий) [17, 18]. Поэтому максимальное значение  $E^k$ , которое можно определить из соотношений (1.8), (1.9), должно удовлетворять условию

$$N_k^{pt} d_k^2 = (D_{0k}/(z_k l_k^2)) \exp\left(-U_{act}^k/E^k\right),$$

где  $l_k$  — длина диффузионного прыжка частиц k-й примеси, определяемая осредненным расстоянием между узлами в каркасе;  $z_k$  — геометрический коэффициент, зависящий от строения каркаса и определяемый количеством возможных равноценных позиций для прыжка [20, 21]. Поскольку значения  $l_k$ ,  $z_k$  мало отличаются для различных видов стекла, значения  $E^k$  фактически определяются известными экспериментальными характеристи-ками  $D_{0k}$ ,  $U^k_{act}$ .

Уравнения переноса излучения (1.1) и диффузии газовой примеси (1.6), соотношения для определения энергии примеси  $E^k$  (1.8), (1.9) вместе с уравнениями квазистатической термоупругости [22] (в которых величины Q и F являются соответственно объемными источниками тепла и объемными силами) и определяющими соотношениями для линейного термоупругого тела с примесями [23, 24]

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \left[ \left( K - \frac{2}{3}G \right)e - K \left( \alpha(T - T_0) + \sum_{k=1}^N \beta_k (c_k - c_{0k}) \right) \right] \delta_{ij}$$

 $(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$  — компоненты тензоров напряжений и деформаций;  $e = \varepsilon_{\alpha\alpha}$ ; K, G — упругие постоянные;  $\alpha, \beta_k$  — коэффициенты теплового и концентрационного расширения;  $\delta_{ij}$  —

символ Кронекера) составляют полную систему соотношений, описывающих процессы нагрева и деформирования стеклянного тела, а также диффузии газовой примеси в нем при воздействии теплового инфракрасного излучения. Система приведенных выше соотношений дополняется граничными и начальными условиями. Начальные условия задают распределение температуры  $T_0(\mathbf{r})$  и концентраций примесей  $c_{0k}(\mathbf{r})$  в начальный момент времени.

Радиационные граничные условия сформулируем исходя из баланса всех потоков излучения, которые подводятся к поверхности тела (в том числе переотраженные внутри него) [12]. Эти условия связывают интенсивность излучения на поверхности с заданной интенсивностью источника теплового излучения во внешней среде  $I_{\lambda}^{ext}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s}_0)$  при известных спектральных коэффициентах отражения  $R_{\lambda}$  и преломления  $n_{\lambda}$ . Тепловые граничные условия сформулируем с учетом условий теплообмена стеклянного тела с внешней средой. Эти условия имеют вид известных тепловых условий первого, второго и третьего рода. Точные граничные условия массообмена получены на основе баланса потоков газовой примеси на поверхности тела [3] и учитывают процессы адсорбции и десорбции газов. Однако такие условия могут быть заменены условиями массообмена Ньютона

$$\boldsymbol{J}^k \cdot \boldsymbol{n} = \bar{\beta}_k (c_k - c_k^*),$$

где n — внешняя нормаль к поверхности стеклянного тела;  $\bar{\beta}_k$  — известная постоянная, выраженная через характеристики внешней среды и поверхности тела;  $c_k^*$  — величина, зависящая от концентрации k-й примеси во внешней среде. В условиях откачки газов реализуется низкое давление во внешней газовой среде, которую можно рассматривать как вакуум. Тогда на части поверхности тела, контактирующей с вакуумом, можно принять  $c_k^* = 0$ . Можно считать, что на такой поверхности из-за малых конвекционных потоков выполняются условия теплоизоляции [6].

Формулировка механических граничных условий на поверхности стеклянного тела зависит от способа закрепления тела и приложенных внешних нагрузок.

**2. Численные расчеты.** Рассмотрим бесконечный стеклянный слой толщиной  $h_0$ , содержащий примеси окиси азота NO и воды H<sub>2</sub>O (равномерно распределенные по толщине слоя с концентрациями  $c_{01}$ ,  $c_{02}$  в начальный момент времени t = 0) и находящийся под действием теплового инфракрасного излучения, которое создается нагретой до температуры  $T_s$  плоской поверхностью (плоскостью), параллельной слою. Поверхность находится на расстоянии  $h_*$  от основания слоя в области  $z^* < 0$  ( $z^*$  — координата по толщине слоя) внешней среды, которую считаем прозрачной для излучения [11, 12]. Через поверхность слоя  $z^* = 0$  осуществляется свободный конвективный тепло- и массообмен с внешней газовой средой, которая содержит примеси рассматриваемых газов, а поверхность  $z^* = h_0$  контактирует с вакуумом. Поверхности слоя  $z^* = 0$ ,  $z^* = h_0$  свободны от силового нагружения, а его края ( $x \to \pm \infty$ ,  $y \to \pm \infty$ ) жестко защемлены. Тепловое излучение нагретой поверхности считаем диффузным, а его интенсивность равна

$$I_{\lambda}^{ext} = f_{\lambda}I_{\lambda b}(\lambda, T_s), \qquad I_{\lambda b}(\lambda, T_s) = 2\pi C_1 / \{\lambda^5 [\exp(C_2/(\lambda T_s)) - 1]\}, \tag{2.1}$$

где  $C_1 = \hbar c_0; C_2 = \hbar c_0 / k^*; k^*$  — постоянная Больцмана.

Полученная из приведенных выше уравнений модели полная система соотношений, описывающая перенос излучения и механотермодиффузионные процессы в слое при пренебрежении в уравнении переноса тепла термоупругим рассеянием энергии и теплом, переносимым частицами примеси при диффузии, а также влиянием на напряженное состояние пондеромоторных сил [16], примет вид

$$I_{\lambda}^{+}(z,v) = I_{\lambda}^{+}(0,v) \exp\left(-z\theta_{\lambda}/v\right), \qquad I_{\lambda}^{-}(z,v) = I_{\lambda}^{-}(1,v) \exp\left(-(1-z)\theta_{\lambda}/v\right);$$
(2.2)

$$\begin{split} I_{\lambda}^{+}(0,v) &= 2R_{\lambda} \int_{0}^{1} v_{0} I_{\lambda}^{-}(1,v_{0}) \exp\left(-\frac{\theta_{\lambda}(1-z)}{v_{0}}\right) dv_{0} = n_{\lambda}^{2}(1-R_{\lambda}) I_{\lambda}^{ext}(\xi), \end{split} \tag{2.3} \\ I_{\lambda}^{-}(1,v) &= 2R_{\lambda} \int_{0}^{1} v_{0} I_{\lambda}^{+}(0,v_{0}) \exp\left(-\frac{\theta_{\lambda}z}{v_{0}}\right) dv_{0} = 0; \\ &= \frac{\partial^{2}T}{\partial z^{2}} - \frac{\partial T}{\partial \tau_{0}} = \frac{h_{0}^{2}}{\eta} Q(c_{k},z), \\ Q(c_{k},z) &= \rho(1-c) Q^{m}(z) + \rho \sum_{k=1}^{N} c_{k} Q_{k}(c_{k},z), \\ Q^{m}(z) &= \frac{2\pi}{\rho(1-c)} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{m}(I_{\lambda}^{+}(z,v) + I_{\lambda}^{-}(z,v)) dv d\lambda, \\ Q_{k}(c_{k},z) &= \frac{2\pi}{\rho c_{k}} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{k}(I_{\lambda}^{+}(z,v) - I_{\lambda}^{-}(z,v)) v dv d\lambda, \\ f^{m}(z) &= \frac{1}{c_{0}\rho(z_{k})} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{k}(I_{\lambda}^{+}(z,v) - I_{\lambda}^{-}(z,v)) v dv d\lambda, \\ f_{k}(c_{k},z) &= \frac{1}{c_{0}\rho c_{k}} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{k}(I_{\lambda}^{+}(z,v) - I_{\lambda}^{-}(z,v)) v dv d\lambda, \\ f_{k}(c_{k},z) &= \frac{1}{c_{0}\rho c_{k}} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{k}(I_{\lambda}^{+}(z,v) - I_{\lambda}^{-}(z,v)) v dv d\lambda, \\ f_{k}(c_{k},z) &= \frac{1}{c_{0}\rho c_{k}} \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{1} a_{\lambda}^{k}(I_{\lambda}^{+}(z,v) - I_{\lambda}^{-}(z,v)) v dv d\lambda, \\ \frac{\partial c_{k}}{\partial \tau_{k}} &= -\frac{\partial}{\partial z} \Big\{ D_{k}^{r} \Big[ \frac{M_{k}M^{m}}{E^{k}} c_{k}c^{m} \Big( \frac{c_{k}}{M_{k}} + \frac{c^{m}}{M^{m}} \Big) (f_{k}^{z} - f_{z}^{m}) - \frac{\partial c_{k}}{\partial z} - \frac{x_{k}^{T}}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \Big] \Big\}, \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu} \Big( \alpha(T^{*}-T) + \frac{1+\nu}{3(1-2\nu)} \sum_{k=1}^{2} (c_{k}^{*}-c_{k}) \Big), \\ T^{*} &= \frac{1}{2} \int_{0}^{1} T(z,\tau_{0}) dz, \qquad c_{k}^{*} = \frac{1}{2} \int_{0}^{1} c_{k}(z,\tau_{0}) \gg 1, \\ RT(z,\tau_{0}) \qquad \text{npn} \quad L_{k}(z,\tau_{0}) \leqslant 1, \\ N_{k}^{pt} d_{k}^{2} &= (D_{0k}/(z_{k}l_{k}^{2})) \exp(-U_{act}^{k}/E^{k}), \qquad k = \overline{1,N}. \end{aligned}$$

Здесь  $I_{\lambda}^{+}(z,v), I_{\lambda}^{-}(z,v)$  — спектральные интенсивности излучения в слое в направлениях, которые образуют острый угол  $\beta$  и угол  $\pi - \beta$  с осью  $z^*; z = z^*/h_0$  — безразмерная координата по толщине слоя;  $v = \cos \beta; \xi = \arcsin(n_{\lambda}\sqrt{1-v^2}); \theta_{\lambda} = a_{\lambda}h_0$  — оптическая толщина слоя;  $R_{\lambda}, n_{\lambda}$  — спектральные коэффициенты диффузного отражения и преломления на поверхности слоя соответственно;  $\tau_0 = \chi t/h_0^2, \tau_k = D_{0k}t/h_0^2$  — критерии Фурье;  $\eta, \chi$  —

коэффициенты тепло- и температуропроводности; *E*, *ν*, *α* — модуль Юнга, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного температурного расширения соответственно.

Граничные условия тепло- и массообмена на поверхностях слоя z = 0, z = 1 при принятых допущениях об особенностях тепло- и массообмена имеют вид

$$\frac{\partial T(0,\tau_0)}{\partial z} - \operatorname{Bi}(T(0,\tau_0) - T_{ext}) = 0, \qquad \frac{\partial T(1,\tau_0)}{\partial z} = 0,$$

$$\left[h_0 \frac{M_k}{E^k} (f_k(0) - f^m(0)) - \operatorname{Bi}_k^*(0)\right] c_k(0) - \frac{\partial c_k(0)}{\partial z} = -\operatorname{Bi}_k^*(0) c_k^*(0) - \mathscr{X}_k^T \frac{\partial T(0)}{\partial z}, \qquad (2.5)$$

$$\left[h_0 \frac{M_k}{E^k} (f_k(1) - f^m(1)) + \operatorname{Bi}_k^*(0)\right] c_k(1) - \frac{\partial c_k(1)}{\partial z} = 0.$$

Здесь Ві, Ві<sup>\*</sup><sub>k</sub> =  $\bar{\beta}_k h_0 / (\rho D_k^r)$  — критерии Био для тепло- и массообмена; величины  $\bar{\beta}_k$ ,  $c_k^*$  выражаются через известные характеристики абсорбционных и десорбционных процессов на поверхности рассматриваемого материала и концентрации примеси во внешней среде [3].

Полученная связанная система уравнений (2.1), (2.2), (2.4) при граничных условиях (2.3), (2.5) решалась методом итераций с использованием в каждом приближении метода конечных разностей. В качестве нулевого приближения принималось решение системы уравнений, полученное при значениях коэффициентов поглощения и диффузии и значениях  $Q_k, Q^m, f_k, f^m$ , рассчитанных по известным начальным распределениям температуры и концентраций примесей. Численные расчеты проведены для слоя из стекла марки С93 толщиной 1 см. Теплофизические и радиационные характеристики стекла взяты из [2, 3, 14]. Характеристики полос поглощения газов рассчитаны в соответствии с данными работы [15]. Диффузионные характеристики окиси азота с удовлетворительной точностью рассчитаны на основе результатов, полученных в [25], а диффузионные характеристики воды взяты из [26]. Начальные концентрации примесей приняты постоянными по толщине и равными  $c_{01} = c_{02} = 0,001$ , величины  $c_k^*$  — равными нулю, Bi = Bi<sup>\*</sup> = 1 на обеих поверхностях слоя. Начальная температура тела и температура внешней среды считались равными:  $T_{ext} = T_0 = 300$  К. Для изучения влияния спектра излучения на исследуемые процессы в теле рассматривалось действие источников с температурами  $T_s = 1000, 2000,$ 3000 К, причем во всех случаях интегральный поток излучения в тело принимался одинаковым за счет соответствующего выбора коэффициента  $f_{\lambda}$ . Длительность воздействия излучения во всех случаях составляла 2 ч.

На рис. 1,*а* показаны распределения концентрации двухатомной примеси окиси азота по толщине слоя при воздействии излучения спектра, соответствующего температурам источника  $T_s = 1000$  K (кривая 1) и  $T_s = 3000$  K (кривая 2). Из рис. 1,*a* следует, что



Рис. 1



скорость диффузии зависит от спектра излучения и максимальна при  $T_s = 1000$  К. Это объясняется тем, что для двухатомных молекул окиси азота имеется одна основная полоса поглощения на длине волны 5,3 мкм. При  $T_s = 1000$  К на эту полосу поглощения приходится большее количество энергии излучения, чем при  $T_s = 3000$  К, вследствие чего значения энергии окиси азота  $E^k$  и его коэффициента диффузии  $D(E^{NO})$  максимальны. Следует отметить, что при конвективном нагреве слоя до максимально возможной температуры [2] с максимально возможной для такого нагрева скоростью (которая определяется прочностными свойствами стекла) и последующей выдержке до достижения общей длительности нагрева, равной 2 ч, скорость диффузии значительно меньше.

На рис. 1,6 показаны распределения концентрации воды (кривая 1) и окиси азота (кривая 2) при  $T_s = 1000$  К. Для трехатомных молекул воды имеется несколько полос поглощения в инфракрасной области, вследствие чего они поглощают больше энергии излучения, чем двухатомные молекулы окиси азота. Однако вследствие того, что значения коэффициента диффузии воды значительно меньше значений коэффициента диффузии окиси азота, скорость диффузии окиси азота больше. В отличие от двухатомных молекул NO, диффузия которых зависит от спектра излучения, наличие для молекул H<sub>2</sub>O нескольких полос поглощения в инфракрасной области приводит к тому, что изменение спектра излучения (при изменении  $T_s$  с 1000 до 3000 K) практически не влияет на интенсивность диффузии этих молекул и распределение их концентрации в слое одно и то же (кривая 1).

Распределения температуры по толщине слоя показаны на рис. 2. Кривая 1 соответствует беспримесному слою при действии источника теплового излучения, температура которого  $T_s = 1000$  К. Следует отметить, что температура в слое, так же как концентрация двухатомной примеси NO, зависит от спектра излучения: ее абсолютное значение возрастает при понижении температуры источника, а распределение по толщине становится более неравномерным. Наличие двухатомной примеси окиси азота при рассматриваемой начальной концентрации  $c_0 = 0,001$  практически не влияет на температуру в слое, и ее распределение также представляется кривой 1. Однако, если в слое имеется трехатомная примесь воды при той же концентрации, то температура в слое возрастает (кривая 2) по сравнению с температурой беспримесного слоя. Это объясняется значительно большим суммарным количеством энергии излучения, поглощенной трехатомной примесью, по сравнению с двухатомной.

На рис. 3 показаны распределения напряжений  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  в слое с примесью NO при  $T_s = 1000$  K (кривая 1),  $T_s = 2000$  K (кривая 2) и  $T_s = 3000$  K (кривая 3). Из рис. 3 следует, что напряжения в слое зависят от спектра излучения. Однако их значения не зависят от присутствия окиси азота с концентрацией  $c_0 = 0,001$ , поэтому кривые 1–3 соответствуют также распределению напряжений в беспримесном слое. Следует отметить, что напряжение состояние слоя определяется уровнем тепловых напряжений, а концентрационные



напряжения и напряжения, обусловленные действием массовых сил излучения, пренебрежимо малы. Поэтому, поскольку температура в слое практически не зависит от наличия двухатомной примеси NO, тепловые напряжения также от него не зависят.

На рис. 4 показаны распределения напряжений  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  в беспримесном слое (кривая 1) и слое с примесью воды (кривая 2) при  $T_s = 1000$  К. Из рис. 4 следует, что в отличие от случая, когда в слое имеется двухатомная примесь окиси азота, наличие трехатомной примеси воды приводит к увеличению напряжений в слое.

При реальных параметрах теплового излучения, определяющихся температурой его источника ( $T_s < 5000$  K,  $f_{\lambda} \leq 1$ ), и характеристиках поглощения рассмотренных примесей термодиффузионные явления и пондеромоторные силы практически не влияют на распределение концентрации примесей в стекле. Это обусловлено незначительным градиентом температуры стекла (см. рис. 2) и силами  $f_k \sim \alpha_{\lambda}^k (I_{\lambda}^+ - I_{\lambda}^-) \Delta \lambda^{k(eff)} / (c_0 \rho)$ . Так, для рассмотренных примесей значение силы  $f_k$  составляет 0,1–10,0 H/кг, т. е. не возбуждает диффузионные процессы [27].

Анализ численных результатов позволяет сделать следующие выводы. Как и в беспримесном слое, тепловые напряжения в слое с примесями возрастают при понижении температуры источника теплового излучения с 3000 до 1000 К при одном и том же интегральном потоке излучения, вводимом в слой. При этом скорость диффузии двухатомной примеси возрастает, тогда как для трехатомной она остается практически постоянной. Увеличение скорости диффузии двухатомной примеси при изменении спектра излучения сопровождается увеличением тепловых напряжений.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Производство цветных кинескопов. М.: Энергия, 1978.
- 2. Роус Б. Стекло в электронике. М.: Сов. радио, 1969.
- 3. Пипко А. И., Плисковский В. Я., Пенчко Е. А. Конструирование и расчет вакуумных систем. М.: Энергия, 1979.
- 4. Эспе В. Технология электровакуумных приборов. М.: Энергия, 1968.
- 5. Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Шелепец В. И. и др. Оптимизация и управление в электровакуумном производстве. Киев: Наук. думка, 1980.
- 6. Гачкевич А. Р., Гачкевич Н. Г., Сосновый Ю. Р., Терлецкий Р. Ф. Оптимизация режимов термообработки элементов электровакуумных приборов с использованием электромагнитного излучения // Автоматизация производственных процессов в машино- и приборостроении: Укр. межвед. науч.-техн. сб. 1999. Вып. 33. С. 51–61.
- Lubchenko A. F., Pavlovich V. N. Laser stimulation of light interstitial diffusion in semiconductors and insulators // Phys. Status Solidi. 1976. V. 78, N 2. P. k97–k101.

- Гачкевич А. Р., Сосновый Ю. Р., Терлецкий Р. Ф. Некоторые проблемы вакуумных технологий производства черно-белых и цветных кинескопов // Вопр. атом. науки и техники. Сер. ядер.-физ. исслед. 1994. Вып. 1. С. 47–50.
- 9. Гачкевич А., Касперска А., Курницкий Т., Терлецкий Р. Математическое моделирование и исследование механотермодиффузионных явлений в твердых телах при воздействии теплового инфракрасного излучения // Машинознавство. 1999. № 9. С. 3–9.
- 10. Гачкевич А. Р., Курницкий Т. Л., Терлецкий Р. Ф. Диффузия газовой примеси в полупрозрачном твердом теле при воздействии электромагнитного излучения инфракрасного диапазона // Мат. методы и физ.-мех. поля. 1997. Т. 40, № 2. С. 123–130.
- 11. Зигель Р., Хауэлл Д. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975.
- 12. Рубцов Н. А. Теплообмен излучением в сплошных средах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
- Тьен К. Л. Радиационные свойства газов // Успехи теплопередачи. М.: Мир, 1971. С. 280–360.
- 14. Излучательные свойства твердых материалов: Справ. М.: Энергия, 1974.
- 15. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н. Теплообмен излучением: Справ. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- 16. Бурак Я. И., Гачкевич А. Р., Терлецкий Р. Ф. Термомеханика тел низкой электропроводности при воздействии электромагнитного излучения инфракрасного диапазона частот // Докл. АН УССР. Физ.-мат. и техн. науки. 1990. № 6. С. 40–43.
- Gachkevich A., Terletskij R., Kournytskyi T., Kasperski Z. Heat and mass transfer and thermal stresses in semitransparent multicomponent solid subjected to thermal infrared radiation // Proc. of the 3rd Intern. congress on thermal stresses, Cracow (Poland), June 13– 17, 1999. Cracow: Univ. of Technol., 1999. P. 421–424.
- 18. Гачкевич А. Р., Курницкий Т. Л., Терлецкий Р. Ф. Механотермодиффузионные процессы в полупрозрачном твердом слое при воздействии теплового инфракрасного излучения // Мат. методы и физ.-мех. поля. 1998. Т. 41, № 3. С. 121–131.
- 19. Гачкевич А. Р., Курницкий Т. Л., Терлецкий Р. Ф. Термомеханическое поведение слоя с газовыми примесями при воздействии теплового инфракрасного излучения // Мат. методы и физ.-мех. поля. 1999. Т. 42, № 2. С. 141–146.
- 20. Бокштейн Б. С., Бокштейн С. З., Жуховицкий А. А. Термодинамика и кинетика диффузии в твердых телах. М.: Металлургия, 1974.
- Lancon F., Billard L., Chambron W., Chamberod A. Simulation of interstitial diffusion in an amorphous structure // J. Phys. F. 1985. V. 15, N 7. P. 1485–1496.
- 22. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. Киев: Наук. думка, 1970.
- 23. Еремеев В. С. Диффузия и напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1984.
- 24. Петров Н., Бранков Й. Современные проблемы термодинамики. М.: Мир, 1991.
- 25. Белоусов В. Н., Балан А. К., Микитаев А. К. Температурная зависимость параметров газопроницаемости полисульфона // Высокомолекуляр. соед. 1989. Т. 31, № 8. С. 604–607.
- 26. Todd J. Outgassing of glass // J. Appl. Phys. 1955. V. 26. P. 1238–1242.
- Кузьменко П. П. Электроперенос, теплоперенос и диффузия в металлах. Киев: Вища шк., 1983.

Поступила в редакцию 30/III 2001 г., в окончательном варианте — 30/XI 2001 г.