

УДК 533.6.011

БИФУРКАЦИИ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПРОСТЫХ ПРОФИЛЕЙ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ И КЛИНОВИДНОЙ НОСОВЫМИ ЧАСТЯМИ

А. Г. Кузьмин

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург
E-mail: alexander.kuzmin@pobox.spbu.ru

Численно исследовано турбулентное трансзвуковое обтекание двух симметричных аэродинамических профилей, у которых средняя часть является прямолинейной. На основе уравнений Навье — Стокса, осредненных по числу Рейнольдса, изучено обтекание профиля 9 %-й толщины с носовой частью в виде дуги эллипса. Определен диапазон значений числа Маха свободного потока M_∞ , в котором возникают бифуркации течения. Найдены значения M_∞ , при которых вариации угла атаки приводят к существенным изменениям коэффициента подъемной силы. Установлены режимы бифуркационного обтекания профиля в виде двустороннего клина, имеющего форму шестиугольника.

Ключевые слова: аэродинамический профиль, местные сверхзвуковые зоны, автоколебания, бифуркации.

Введение. Исследования трансзвукового обтекания симметричных и несимметричных профилей, у которых имеются протяженные участки малой или нулевой кривизны, на основе уравнений Навье — Стокса [1–3] выявили существование бифуркационных режимов. В [4, 5] найдены и изучены режимы бифуркаций и автоколебаний трансзвукового потока вблизи простых профилей, носовой и хвостовой участки которых представляют собой дуги окружностей. В данной работе исследованы указанные явления для простых профилей иной формы.

1. Постановка задачи и численный метод. Рассматривается двумерное течение воздуха вблизи гладкого симметричного профиля толщиной h , средняя часть которого представляет собой прямолинейные отрезки, параллельные оси x :

$$y(x) = \pm h/2, \quad a \leq x \leq 1 - a, \quad (1)$$

носсовая часть имеет форму дуги эллипса:

$$y(x) = \pm (h/2) \sqrt{(2 - x/a)x/a}, \quad 0 \leq x \leq a \quad (2)$$

(a — длина носовой части профиля), а хвостовая часть такой же длины образована двумя дугами окружностей радиусом $R = b + h/2$ (b — расстояние от центра окружности до оси x):

$$y(x) = \mp b \pm \sqrt{b^2 + a^2 - (x - 1 + a)^2}, \quad 1 - a \leq x \leq 1 \quad (3)$$

(рис. 1). Из условия прохождения этих дуг через концевую точку $x = 1, y = 0$ следует соотношение $R = (a^2 + b^2)^{1/2}$. Из этого соотношения и выражения $R = b + h/2$ находим связь параметров, определяющих форму хвостовой части профиля: $b = (a^2 - h^2/4)/h$.

Внешняя граница линзообразной расчетной области состоит из двух кривых Γ_1 и Γ_2 с минимальным расстоянием от них до начала координат, равным 40, и максимальным

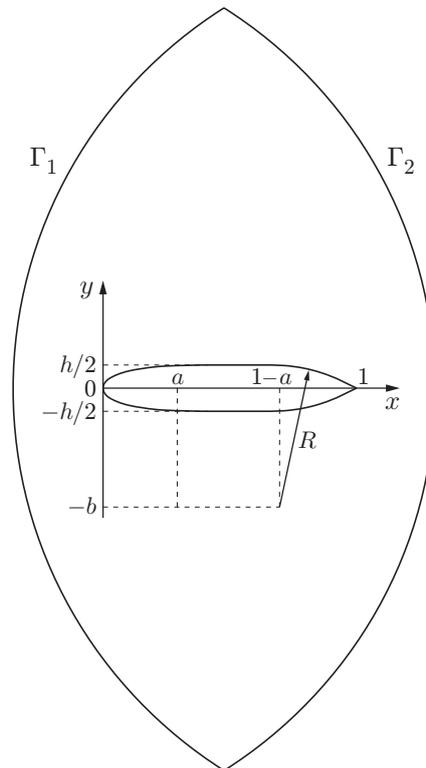


Рис. 1. Аэродинамический профиль и границы расчетной области

расстоянием, равным 100. На входной части Γ_1 внешней границы заданы стационарные значения угла атаки α , числа Маха $M_\infty < 1$ и статической температуры T_∞ . На выходной части Γ_2 задано статическое давление p_∞ , связанное с температурой T и плотностью ρ уравнением состояния $p = \rho T c_v (\gamma - 1)$, $\gamma = 1,4$. На профиле (1)–(3) ставились условия прилипания и отсутствия теплового потока. Начальными условиями являются параметры свободного однородного течения или неоднородное поле, полученное в результате расчета обтекания профиля при других значениях M_∞ и α .

При решении начально-краевой задачи для системы уравнений Навье — Стокса и модели турбулентности SST- k - ω использована вычислительная программа, основанная на методе конечных объемов [4]. Гибридная вычислительная сетка состояла из четырехугольных элементов в области вблизи профиля и из треугольных элементов вне этой области. Для обеспечения необходимой точности расчета параметров в пограничном слое положение ближайших к профилю узловых точек выбиралось таким образом, чтобы безразмерное расстояние y^+ от них до профиля составляло менее единицы [6]. Общее количество узлов расчетной сетки приближенно равно $1,8 \cdot 10^5$. Тестирование вычислительной программы проводилось на известных задачах об автоколебаниях трансзвукового потока [4].

2. Обтекание профиля 9 %-й толщины с эллиптической носовой частью.

Рассмотрим обтекание профиля (1)–(3) с параметрами $h = 0,09$, $a = 0,3$ при тех же граничных условиях, что и в случае обтекания профиля 9 %-й толщины с заостренной носовой частью (см. [5]): $T_\infty = 250$ К, $p_\infty = 108\,000$ Па.

В результате численных решений, выполненных с помощью указанной выше вычислительной программы, выявлено наличие бифуркаций при $\alpha = 0^\circ$ в диапазоне значений числа Маха

$$0,8554 \leq M_\infty \leq 0,8640. \quad (4)$$

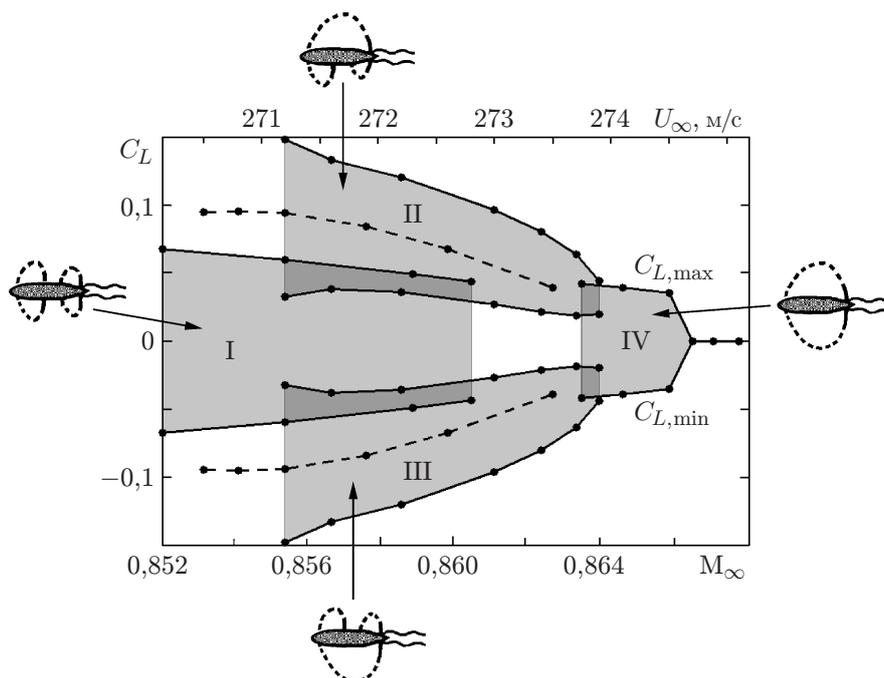


Рис. 2. Зависимость максимальных и минимальных значений коэффициента подъемной силы C_L от числа Маха M_∞ в случае установившихся автоколебаний потока вблизи профиля (1)–(3) толщиной $h = 0,09$ при $a = 0,3$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 1,1 \cdot 10^7$:

I–IV — области, соответствующие режимам обтекания с местными сверхзвуковыми зонами (I — четыре зоны; II, III — три зоны; IV — две зоны); штриховые линии — результаты расчета без учета вязкости

Помимо бифуркаций наблюдались автоколебания течения вследствие отрыва пограничных слоев от верхней и нижней сторон профиля в его хвостовой части. На рис. 2 показаны максимальные $C_{L,max}$ и минимальные $C_{L,min}$ значения коэффициента подъемной силы для периодических автоколебательных режимов при различных значениях M_∞ .

Реализация симметричного или асимметричного режима зависит от начальных данных и предыстории изменения параметров M_∞ и α [4, 5]. Области I, IV соответствуют картинам обтекания, которые получены при начальных условиях, соответствующих однородному потоку и нулевому углу атаки, и после осреднения по времени являются симметричными относительно оси x .

Для нахождения асимметричных режимов, соответствующих области II, проведен расчет обтекания при начальных условиях $M_\infty = 0,86$, $\alpha = 1^\circ$ с последующим уменьшением угла атаки до значения $\alpha = 0^\circ$. Полученные таким образом параметры асимметричного течения при $\alpha = 0^\circ$ использовались в качестве начальных условий для расчетов обтекания при меньших и больших значениях M_∞ . Это позволило определить бифуркационный интервал (4), в котором реализуются асимметричные картины обтекания при $\alpha = 0^\circ$. На рис. 3 представлено асимметричное поле течения с тремя сверхзвуковыми зонами, полученное в некоторый момент времени t при $M_\infty = 0,857$, $\alpha = 0^\circ$. Характер течения вблизи задней кромки профиля с отрывом пограничных слоев несущественно отличается от характера течения, изученного в работе [4]. Число Рейнольдса, вычисленное по длине хорды профиля, равной 0,5 м, и значению $M_\infty \approx 0,86$, составляет $1,1 \cdot 10^7$. Для режимов I–III (см. рис. 2) частота автоколебаний равна $143 \div 147$ Гц, для режима IV — 137 Гц.

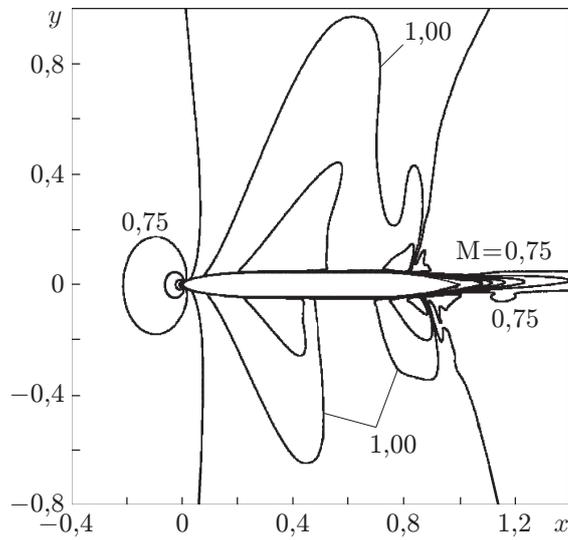


Рис. 3. Изолинии числа Маха на режиме асимметричного обтекания профиля (1)–(3) при $h = 0,09$, $a = 0,3$, $\alpha = 0^\circ$, $M_\infty = 0,857$, $Re = 1,1 \cdot 10^7$

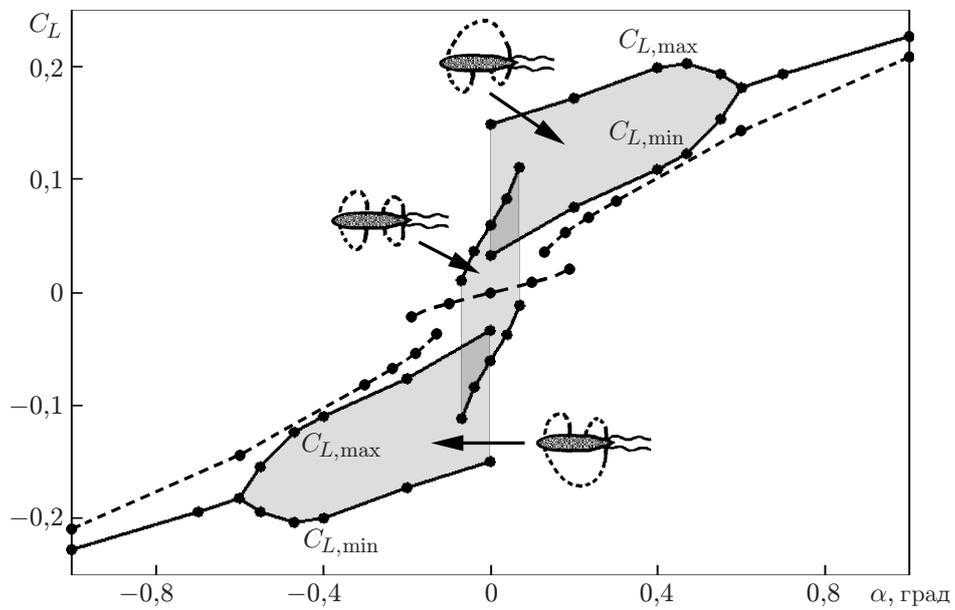


Рис. 4. Зависимость максимальных и минимальных значений коэффициента подъемной силы C_L от угла атаки для профиля (1)–(3) при $h = 0,09$, $a = 0,3$, $Re = 1,1 \cdot 10^7$:

заштрихованные области — $M_\infty = 0,8555$; штриховая кривая — $M_\infty = 0,867$

В диапазоне $0,8604 < M_\infty < 0,8636$, соответствующем области, находящейся между областями I и IV на рис. 2, симметричное обтекание профиля (1)–(3) является неустойчивым. В этом диапазоне возмущения, исходящие от колеблющихся пограничных слоев, приводят к перестройке течения и переходу к асимметричному режиму обтекания с тремя местными сверхзвуковыми зонами (и положительным или отрицательным коэффициентом подъемной силы). Причины возникновения структурной неустойчивости симметричного течения с близкорасположенными местными сверхзвуковыми зонами обсуждались в работах [3–5].

Наиболее неблагоприятным значением числа Маха, при котором происходит скачкообразное изменение коэффициента подъемной силы под действием малых возмущений угла α , является значение $M_\infty = 0,8555$. Этот вывод следует из анализа рис. 2 и подтверждается результатами расчетов зависимости C_L от α , представленными на рис. 4. Видно, что при $M_\infty = 0,8555$ малые знакопеременные колебания угла атаки вблизи значения $\alpha = 0^\circ$ могут приводить к изменению значения коэффициента подъемной силы с $C_L = -0,15$ до $C_L = 0,15$, чего не наблюдается для зависимости $C_L(\alpha)$ при $M_\infty = 0,867$.

Расчеты обтекания профиля (1)–(3) при $a = 0,3$ показали, что в этом случае бифуркационный интервал практически совпадает с бифуркационным интервалом, полученным для профиля с носовой и хвостовой частями в виде дуг окружности меньшей длины ($a = 0,25$) [5]. Это объясняется тем, что средние части (с нулевой или очень малой кривизной) указанных двух профилей имеют почти одинаковую протяженность. Вместе с тем замена дуги окружности на дугу эллипса при том же значении параметра $a = 0,3$ приведет к существенному увеличению длины участка профиля с малой кривизной и смещению границ бифуркационного интервала в сторону больших значений M_∞ .

Расчеты обтекания профиля (1)–(3) без учета вязкости потока с использованием системы уравнений Эйлера показали, что при этом границы бифуркационного интервала незначительно смещаются в сторону меньших значений числа Маха (штриховые кривые на рис. 2).

3. Обтекание тонкого двустороннего клина 7 %-й толщины. Форма симметричного двустороннего клина с прямоугольной вставкой определяется выражениями

$$y(x) = \begin{cases} \pm h/2, & a \leq x \leq 1 - a, \\ \pm hx/(2a), & 0 < x < a, \\ \pm h(1 - x)/(2 - 2a), & 1 - a < x < 1. \end{cases} \quad (5)$$

Выберем такую же толщину профиля ($h = 0,07$) и длину носового и хвостового участков ($a = 0,3$), как и у гладкого профиля, рассмотренного в п. 3 работы [4]. Кроме того, зададим те же параметры натекающего потока: $T_\infty = 250$ К, $p_\infty = 5 \cdot 10^4$ Па.

Зависимость коэффициента подъемной силы от числа Маха при $\alpha = 0^\circ$, полученная в результате расчетов обтекания профиля (5) при указанных выше параметрах, представлена на рис. 5. Бифуркации течения наблюдаются в узком диапазоне значений числа Маха

$$0,8511 < M_\infty < 0,8536. \quad (6)$$

Для нахождения асимметричных режимов обтекания с положительным значением коэффициента подъемной силы сначала был проведен расчет обтекания при $M_\infty = 0,853$, $\alpha = 0,5^\circ$, после чего величина угла атаки α была постепенно уменьшена до нуля. Полученное таким образом поле течения при $\alpha = 0^\circ$ использовалось в качестве начального условия для расчетов асимметричных режимов с меньшими и большими значениями M_∞ , в результате чего был найден интервал (6). На рис. 6 представлено асимметричное поле течения, полученное при $M_\infty = 0,852$. Значение числа Рейнольдса, вычисленное по длине хорды, равной 0,5 м, и значению $M_\infty \approx 0,852$, составляет $5,1 \cdot 10^6$.

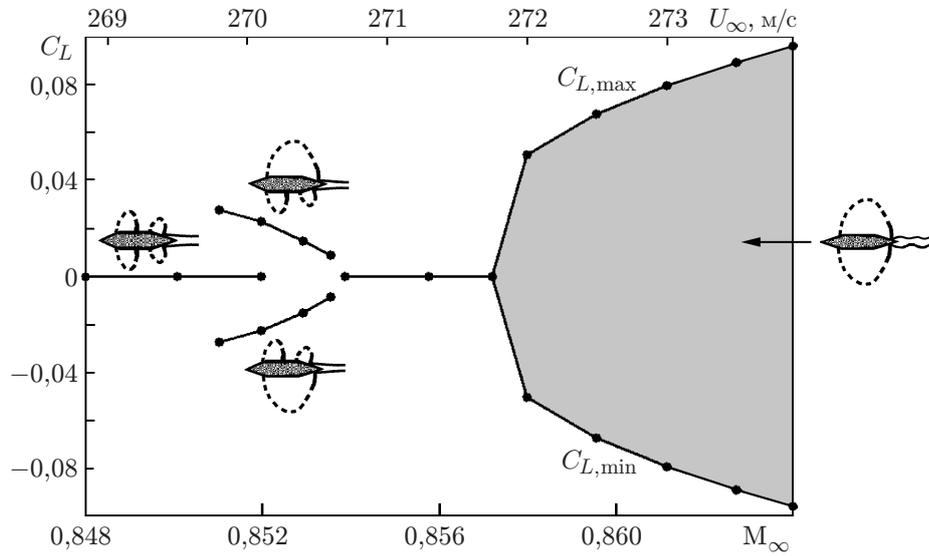


Рис. 5. Зависимость максимальных и минимальных значений коэффициента подъемной силы C_L от числа Маха M_∞ для профиля (5) при $h = 0,07$, $a = 0,3$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 5,1 \cdot 10^6$:
заштрихованная область — область, соответствующая колебательному режиму обтекания с двумя местными сверхзвуковыми зонами

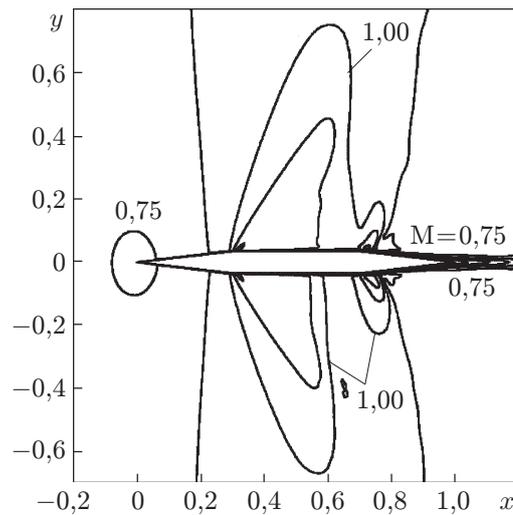


Рис. 6. Изолинии числа Маха на режиме асимметричного обтекания профиля (5) при $h = 0,07$, $a = 0,3$, $\alpha = 0^\circ$, $M_\infty = 0,852$, $Re = 5,1 \cdot 10^6$

Сравнение результатов проведенных расчетов с результатами, полученными в работе [4] для гладкого профиля, показывает, что наличие изломов контура в точках $x = 0,7$, $y = \pm 0,035$ приводит к уменьшению протяженности местных сверхзвуковых зон с обеих сторон профиля, вследствие того что замыкающие ударные волны смещаются к точкам излома. В результате ослабляется корреляция этих сверхзвуковых зон через область ближнего следа и сужается диапазон значений M_∞ , в котором реализуются асимметричные режимы.

При $M_\infty < 0,857$ автоколебания потока отсутствуют, так как в этих условиях отрыв пограничного слоя от профиля является незначительным. Вместе с тем уменьшение длины носового и хвостового участков от значения $a = 0,3$ до значения $a = 0,25$ или уменьшение в 2,5 раза значения p_∞ (и соответственно числа Рейнольдса) приводит к развитию автоколебаний на режимах как симметричного, так и асимметричного обтекания.

Заключение. Проведенное исследование подтвердило сделанный в работах [3–5] вывод о том, что основное влияние на возникновение бифуркаций оказывает длина среднего участка профиля с малой или нулевой кривизной. Значения M_∞ в начале бифуркационного интервала являются наиболее неблагоприятными, так как при этих значениях происходит скачкообразное изменение коэффициента подъемной силы при малых изменениях угла атаки. Наличие излома на стыке среднего и хвостового участков профиля приводит к уменьшению длины бифуркационного интервала для M_∞ при $\alpha = 0^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hafez M. M., Guo W. H.** Nonuniqueness of transonic flows // Acta Mech. 1999. V. 138, N 3/4. P. 177–184.
2. **Hafez M. M., Guo W. H.** Some anomalies of numerical simulation of shock waves. 1. Inviscid flows // Comput. Fluids. 1999. V. 28, N 4/5. P. 701–719.
3. **Kuz'min A. G.** Bifurcations and buffet of transonic flow past flattened surfaces // Comput. Fluids. 2009. V. 38, N 7. P. 1369–1374.
4. **Кузьмин А. Г.** Автоколебания и бифуркации течения при трансзвуковом обтекании простых аэродинамических профилей // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 6. С. 37–44.
5. **Kuz'min A. G.** Bifurcations of transonic flow past flattened airfoils [Electron. resource] / Centre pour la comm. sci. directe: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00433168/en>.
6. **Menter F.** Zonal two equation $k-\omega$ turbulence model predictions. Reston, 1993. (Paper / AIAA; N 93-2906).

Поступила в редакцию 11/III 2009 г.
