

ИСТЕЧЕНИЕ ИЗ ПОЛУЗАМКНУТОГО ОБЪЕМА СТРУИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ, ОБРАЗОВАВШЕЙСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

А. Д. Рычков, Х. Милошевич, Н. Ю. Шокина*

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск, rych@ict.nsc.ru

*High Performance Computing Center, University of Stuttgart, Stuttgart 70550, Germany, shokina@hlrs.de

Численно исследован процесс движения газовой среды, образовавшейся при испарении воды под воздействием импульсного электрического разряда большой мощности в цилиндрическом полузамкнутом объеме и истекающей в затопленное пространство. Показано существенное влияние химических реакций на структуру течения.

Ключевые слова: низкотемпературная плазма, нестационарное течение, численное моделирование, истечение струй.

ВВЕДЕНИЕ

Струя низкотемпературной плазмы как высококонцентрированный источник энергии постоянно привлекает к себе внимание исследователей. Так, ее применение оказывается весьма эффективным для розжига и «подсветки» твердого топлива в пылеугольных горелках тепловых электростанций [1], для организации надежного воспламенения пороховых зарядов в артиллерийских системах больших калибров [2] и в ряде других технических устройств. В данной работе численно изучается процесс формирования и движения струи низкотемпературной плазмы, сформировавшейся под воздействием импульсного электрического разряда большой мощности в устройстве, схема которого показана на рис. 1. Внутри цилиндрического полузамкнутого объема находится плазмообразующее вещество (вода) и электроды, между которыми происходит электрический разряд. Испаряющаяся под его воздействием вода образует многокомпонентную высокотемпературную реагирующую газовую среду высокого давления, истекающую через отверстие в цилиндре в виде недорасширенной сверхзвуковой струи, взаимодействующей с атмосферным воздухом. Основная цель настоящего исследования — изучение динамики образования струи и ее газодинамической структуры в условиях протекания в поле течения неравновесных химических реакций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 03-01-00103а) и программы фундаментальных исследований ОЭМПУ РАН (проект 3.1).

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как уже отмечалось, истечение высокотемпературной газовой среды в окружающее затопленное пространство происходит в сверхзвуковом режиме и при описании ее движения необходимо учитывать турбулентный характер течения. Поэтому в данной работе использовалась осредненная по Фавру система уравнений Навье — Стокса совместно с уравнениями химической кинетики, замыкаемая $q-\omega$ -моделью турбулентности [3]. При этом приняты следующие допущения:

- течение является турбулентным, осесимметричным и нестационарным;
- выделение джоулева тепла при электрическом разряде моделируется источниковым членом в уравнении сохранения энергии;
- плазмообразующее вещество (жидкость) занимает часть разрядной камеры, располагается возле ее левой непроницаемой стенки и испаряется за счет теплопередачи от нагретого газа; в начальный момент



Рис. 1. Схема разрядной камеры

времени свободное пространство камеры заполнено воздухом;

- теплопередача в стенку камеры ввиду кратковременности процесса и тепловое излучение струи плазмы не учитываются.

Система уравнений, описывающая такое течение, записывалась в следующем виде:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \vec{G})}{\partial r} = \vec{R} + \vec{S}, \quad (1)$$

$$p = \rho T R_0 \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{M_i}, \quad (2)$$

где $\vec{Q} = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho E, \rho Y_1, \dots, \rho Y_N, \rho q, \rho \omega\}^T$ — вектор консервативных переменных с конвективными и диффузионными потоками $\vec{F} = \vec{F}_c - \vec{F}_v$, $\vec{G} = \vec{G}_c - \vec{G}_v$ по направлениям осей координат; ρ, u, v, p, Y_i, M_i — соответственно плотность, проекции вектора скорости на оси координат, давление, массовые концентрации компонентов смеси и их молекулярные массы. Так, вдоль оси OX конвективные и диффузионные потоки записывались в виде

$$\vec{F}_c = \{\rho u, \rho u^2 + p, \rho u v, \rho H, \rho u Y_1, \dots, \rho Y_N, \rho u q, \rho u \omega\}^T,$$

$$\vec{F}_v = \left\{ 0, \tau_{xx}, \tau_{xr}, u \tau_{xx} + v \tau_{xr} - \varphi_x, q_{x1}, \dots, q_{xN}, \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_q} \right) \frac{\partial q}{\partial x}, \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\}^T.$$

В направлении оси OY потоки выражались аналогичным образом. Источниковые члены имели следующий вид:

$$\vec{R} = \{J_g, u J_g, v J_g + p, Q_g + J_g E, 0, \dots, 0\}^T, \quad (3)$$

$$\vec{S} = \{0, 0, 0, 0, S_1, \dots, S_N, S_q, S_\omega\}^T,$$

где $q = \sqrt{k}$, $\omega = \varepsilon/\omega$ — «турбулентные» переменные, связанные с кинетической энергией турбулентности k и со скоростью ее диссипации ε ; τ, φ_x — тензор деформации и вектор теплового потока; $E = c_v T + (u^2 + v^2)/2$ — удельная полная энергия; $H = E + p/\rho$ — удельная энтальпия; μ, μ_t — молекулярная и турбулентная вязкости соответственно; p, T — статическое

давление и температура; R — газовая постоянная; J_g, Q_g — источники массы и энергии, моделирующие испарение плазмообразующего вещества и энергоподвод к смеси из зоны электрического разряда;

$$S_q = C_{q1}(C_\mu S/\omega^2 - 2D/3\omega - 1)\rho\omega q,$$

$$S_\omega = [C_{\omega 1}(C_\mu S/\omega^2 - C_{\omega 3}D/\omega) - C_{\omega 2}]\rho\omega^2.$$

Источниковые члены для уравнений сохранения компонентов смеси записывались в виде

$$S_i = M_i \sum_{j=1}^{N_r} (\nu_{ji}^+ - \nu_{ji}^-) K_j \left[\prod_{k=1}^N \left(\frac{\rho Y_k}{M_k} \right)^{\nu_{jk}^-} - K_{cj} \prod_{k=1}^N \left(\frac{\rho Y_k}{M_k} \right)^{\nu_{jk}^+} \right],$$

где ν_{jk}^-, ν_{jk}^+ — стехиометрические коэффициенты в N_r обратимых химических реакциях,

$$\sum_{k=1}^N \nu_{jk}^- \frac{\rho Y_k}{M_k} = \sum_{k=1}^N \nu_{jk}^+ \frac{\rho Y_k}{M_k}, \quad j = 1, \dots, N_r,$$

$$K_j = A_j T^{m_j} \exp\left(-\frac{E_j}{R_0 T}\right);$$

K_{cj} — константы равновесия; A_j, m_j, E_j — постоянные в законе Аррениуса и энергия активации; D_i — коэффициенты диффузии. Константы, входящие в описание модели турбулентности, имели следующие значения:

$$C_{\omega 1} = 0,55, \quad C_{\omega 2} = 0,833, \quad C_{\omega 3} = 0,666,$$

$$C_\mu = 0,09, \quad C_{q1} = 0,5, \quad \mu_t = C_\mu \rho q^2 / \omega,$$

$$\tau_{xx} = 2\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right),$$

$$\tau_{rr} = 2\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right),$$

$$\tau_{rx} = \tau_{xr} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

$$\varphi_x = -\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad \lambda_{eff} = \lambda + \lambda_t,$$

$$\lambda_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t}, \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial rv}{\partial r},$$

$$S = (u_{ij} + u_{ji})u_{ij} - \frac{2}{3} u_{kk}^2, \quad q_{xi} = \rho D_i \frac{\partial Y_i}{\partial x}.$$

Для решения системы уравнений (1) применялась разностная схема с расщеплением по физическим процессам [4], в которой оператор перехода с n -го на $(n+1)$ -й временной слой записывался в виде произведения операторов $\vec{Q}^{n+1} = L_1(\Delta t/2) \cdot L_2(\Delta t) \cdot L_1(\Delta t/2) \vec{Q}^n$, где $L_1(\Delta t/2)$ — оператор решения системы уравнений

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\vec{G})}{\partial r} = \vec{R}, \quad (4)$$

$L_2(\Delta t)$ — оператор решения системы $\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} = \vec{S}$. Если каждый из указанных операторов имеет второй порядок точности, то такая их последовательность также обеспечивает второй порядок точности численного решения [5]. В качестве оператора L_1 использовалась неявная противопотоковая LU -разностная схема второго порядка точности, обладающая TVD-свойствами, близкая к схеме из работы [6], использующая предобуславливающую матрицу Γ , что позволяет избежать проблем, связанных с расчетом областей течения с малыми числами Маха. Матрица Γ взята из работы [7], однако модифицирована так, чтобы оказывать влияние только на уравнения Навье — Стокса, поскольку остальные транспортные уравнения не нуждаются в предобуславливании. В этом случае при обращении матрицы Γ необходимо обращать только матрицу размером 4×4 , находящуюся в левом верхнем углу, что позволяет существенно сократить объем вычислений без заметной потери в скорости сходимости итераций по псевдовремени. В общем виде такая линеаризованная трехслойная схема для реализации оператора L_1 выглядит следующим образом:

$$\left[\Gamma + \tau^* \left(A \frac{\partial}{\partial x} + B \frac{1}{r} \frac{\partial r(\dots)}{\partial r} - \frac{\partial \vec{R}}{\partial \vec{Q}_v} \right) \right]^{\nu, n+1} \times$$

$$\times \Delta \vec{Q}_v^{\nu+1, n+1} =$$

$$= -\tau^* \left(\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\vec{G})}{\partial r} - \vec{R} \right)^{\nu, n+1}, \quad (5)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1/\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ u/\beta & \rho & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ v/\beta & 0 & \rho & 0 & 0 & \dots & 0 \\ H/\beta & 0 & 0 & \rho & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \rho \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Q}_v} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \rho u & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \rho v & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \rho v \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{Q}_v} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \rho v & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \rho v & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \rho v \end{pmatrix},$$

$\beta = u^2 + v^2$; $\vec{Q}_v = (p, u, v, h, Y_1, \dots, Y_N, q, \omega)^T$ — новые «примитивные» переменные; $h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i$; $\Delta \vec{Q}_v^{\nu+1, n+1} = \vec{Q}_v^{\nu+1, n+1} - \vec{Q}_v^{\nu, n+1}$; τ^*, ν — шаг и номер итерации по псевдовремени; $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Q}_v}, \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{Q}_v}$ — матрицы размеров 4×4 . Наличие матрицы Γ не влияет на решение системы (4), поскольку после сходимости итераций по псевдовремени $\Delta \vec{Q}_v^{\nu+1, n+1} = 0$, но позволяет добиться хорошей обусловленности матриц $\Gamma^{-1}A$ и $\Gamma^{-1}B$. Так, например, собственные числа λ_i матрицы $\Gamma^{-1}A$ равны $\{[u(1 + \beta/c^2) \pm \sqrt{(u^2 + v^2)(1 - \beta/c^2)^2 + 4\beta}]/2, u, \dots, u\}$, где c — замороженная скорость звука, и при $|\vec{U}| \rightarrow 0$ $\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \rightarrow 1$. Производные по времени в правой части (5) аппроксимировались односторонней разностью:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} \approx \frac{3\vec{Q}^{n+1} - 4\vec{Q}^n + \vec{Q}^{n-1}}{2\Delta t}.$$

Система уравнений $\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} = \vec{S}$ является жесткой, и для ее решения использовался A-устойчивый метод, реализованный в виде численной процедуры VODE [8]. В качестве граничных условий для решения системы (1) задавались условия прилипания и отсутствия потока тепла на

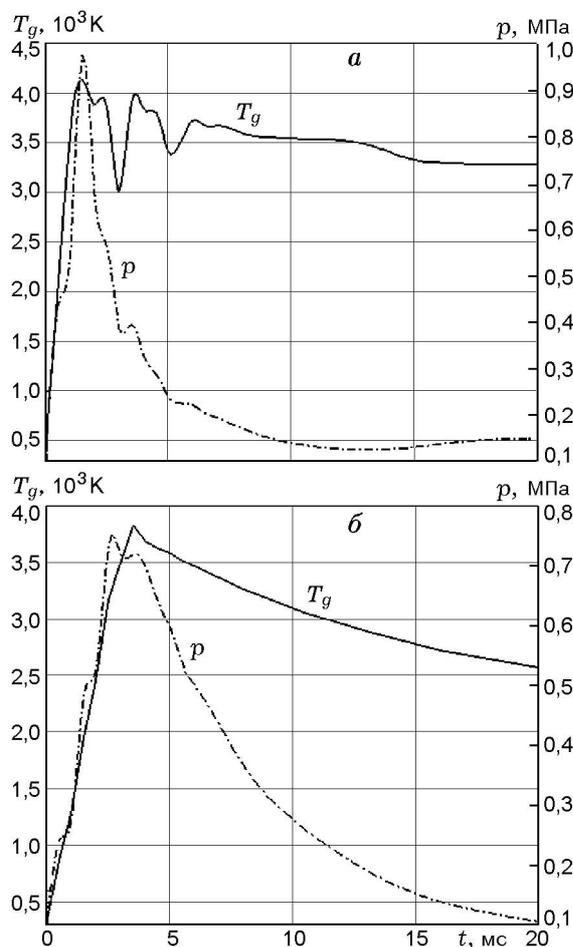


Рис. 2. Изменение температуры и давления на оси камеры:

а — пары воды, б — азот

стенках камеры, условия симметрии на продольной оси координат и неотражающие граничные условия на остальных границах области. Начальные условия соответствовали условиям в затопленном пространстве при атмосферном давлении.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты проводились при следующих исходных условиях: масса плазмообразующего вещества (вода) 30 мг, диаметр разрядной камеры 25 мм, ее высота 10 мм, диаметр выходного отверстия 6 мм. Мощность электрического разряда 40 кВт при длительности 3,5 мс. Количество химических компонентов смеси паров воды и воздуха составляло 11 (O, H, N, O_2 , H_2 , N_2 , OH, HO_2 , H_2O_2 , NO, H_2O), общее число протекающих в ней химических реакций —

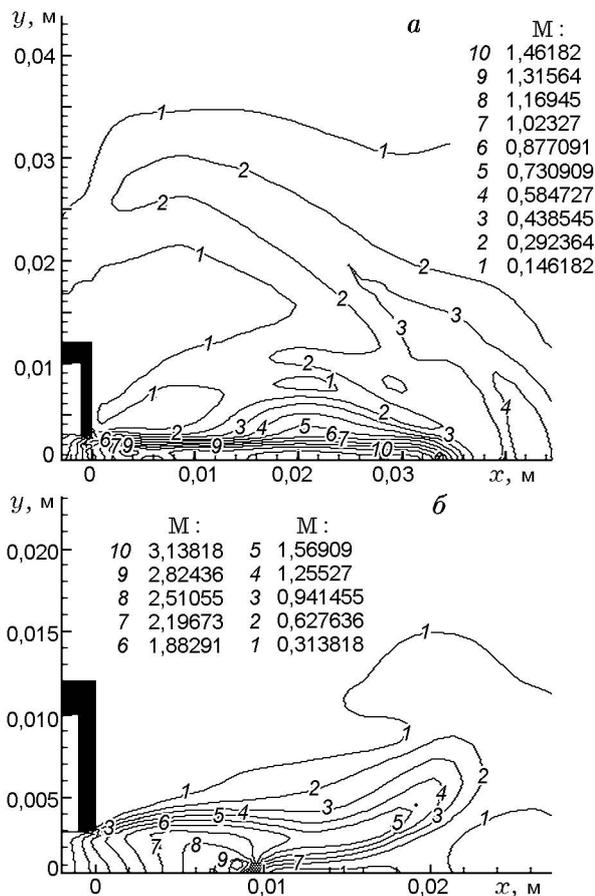


Рис. 3. Изолинии чисел Маха в парах воды (а) и азоте (б) при $t = 5$ мс

23, вся необходимая информация для которых взята из пакета программ CHEMKIN [9]. База данных этого пакета использовалась также для вычисления всех необходимых термодинамических данных смеси. С целью оценки влияния химических реакций на газодинамическую структуру поля течения были выполнены расчеты, в которых в качестве плазмообразующего вещества вместо воды взят азот аналогичной массы и при той же мощности и длительности разряда.

На рис. 2 показано изменение во времени давления и температуры на оси камеры, у ее левой (глухой) стенки, для воды и азота. Видно, что достигаемый уровень давления в камере с водой выше, а падение давление после прекращения действия электрического разряда происходит быстрее. Это связано с тем, что молекулярная масса паров воды меньше, чем у азота: истечение смеси из камеры еще не на-

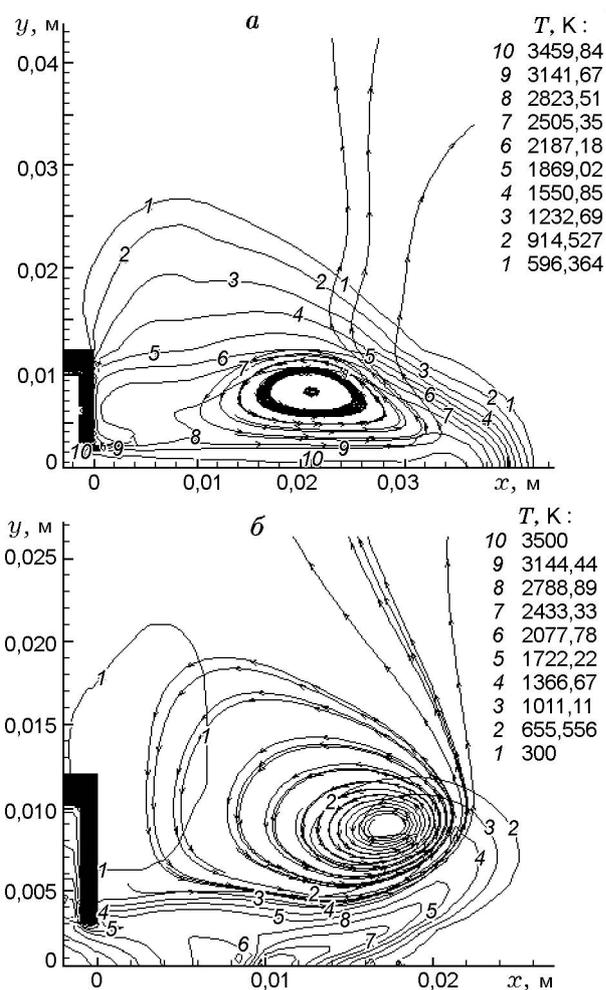


Рис. 4. Изотермы в парах воды (а) и азоте (б) при $t = 5$ мс

чалось, а масса газа в обоих случаях одинакова. В то же время скорость звука в парах воды выше, чем в азоте, и, следовательно, скорость истечения их из камеры также выше, что и объясняет более быстрый спад давления в первом случае. Температура же в парах воды падает гораздо медленнее, поскольку при расширении смеси начинаются реакции рекомбинации, сопровождающиеся выделением тепла. Такой характер процессов сказывается и на формировании и истечении струи из камеры. На рис. 3 приведены положения изолиний чисел Маха при $t = 5$ мс для паров воды и азота. Здесь и далее изображена только часть поля течения, темной заливкой обозначены стенки камеры. Видно, что к данному моменту времени стадия формирования перерасширенной струи в случае паров воды уже пройдена, а для азо-

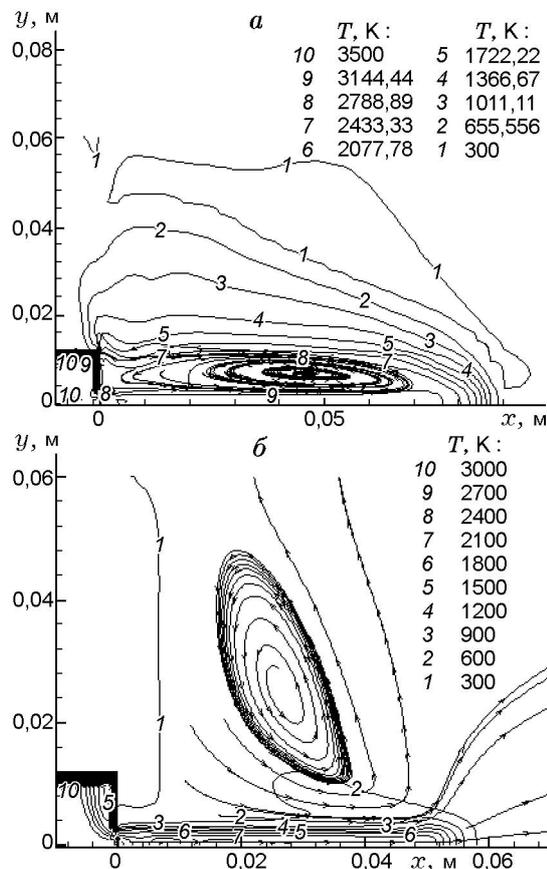


Рис. 5. Изотермы в парах воды (а) и азоте (б) при $t = 15$ мс

та она только начинается. Хорошо виден диск Маха.

Анализ положения изотерм на рис. 4 показывает, что струя водяного пара расширяется значительно интенсивнее, что также связано с протеканием реакций рекомбинации. В обоих случаях истечение сопровождается образованием кольцевых вихрей над головной частью струи.

По мере истечения струй дальнейшего их расширения практически не происходит, при этом струя водяного пара распространяется на несколько большее расстояние, чем струя азота. Головные части струй представляют собой ограниченную область повышенного давления, над которой располагается кольцевой вихрь, движущийся вместе с головной частью (рис. 5), и в целом структура струи оказывается очень близкой к «кометной» структуре, полученной при моделировании кольцевых вихре-

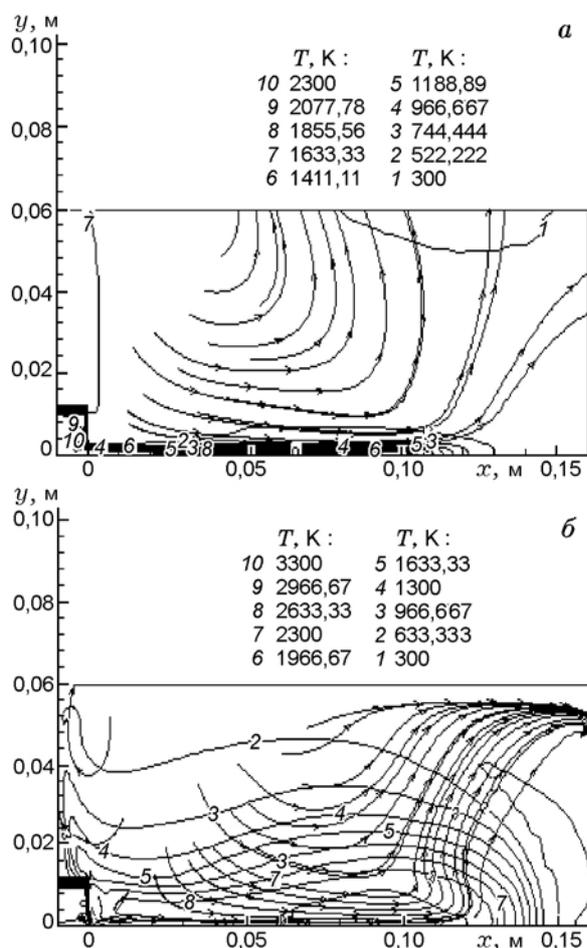


Рис. 6. Изотермы в парах воды (а) и азоте (б) при $t = 20$ мс

вых структур, генерируемых с помощью ударных волн в специальных устройствах [10]. Эти кольцевые вихри разрушаются при торможении струи, когда ее «кометная часть» окончательно диссипирует. Течение при этом становится полностью дозвуковым и происходит «развал» струи (рис. 6). Однако температура струи остается достаточно высокой еще в течение длительного времени. Сравнение с экспериментами [11], в которых с помощью высокоскоростной видеосъемки фиксировалось формирование и истечение подобной струи, показало вполне удовлетворительное качественное совпадение общей картины течения. Оценка погрешности параметров поля течения проводилась путем проведения расчетов на последовательности сгущающихся сеток и не превышала 10 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложен модифицированный метод расчета течений с физико-химическими превращениями, основанный на расщеплении по физическим процессам. С помощью предложенного метода решена нестационарная задача об истечении химически реагирующей газовой смеси из полужамкнутого объема, нагреваемой импульсным электрическим разрядом большой мощности.

2. Показано существенное влияние протекания неравновесных химических реакций на формирование структуры поля течения в струе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Плазменная** безмазутная растопка котлов и стабилизация горения пылеугольного факела / М. Ф. Жуков, Е. И. Карпенко, В. С. Перегудов и др. Новосибирск: Наука, 1995.
2. **Koleczko A., Ehrhardt W., Kelzenberg S., Eisenreich N.** Plasma ignition and combustion // *Propellants, Explosives and Pyrotechnics*. 2001. V. 26. P. 75–83.
3. **Coakley T. J.** Turbulence modeling for high speed flows // *AIAA Paper*. N 92-0436. 1992.
4. **Рычков А. Д.** Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука, 1988.
5. **Риззи К., Иноуйс В.** Метод конечных объемов с расщеплением по времени для расчета пространственного обтекания затупленных тел // *Ракетная техника и космонавтика*. 1973. Т. 11, № 11. С. 27–37.
6. **Yoon S., Jameson A.** An LU-SSOR scheme for the Euler and Navier — Stokes equations // *AIAA Paper*. N 87-600. 1987.
7. **Chen K. H., Shuen J. S.** Three-dimensional coupled implicit method for spray combustion flows at all speeds // *AIAA Paper*. N 94-3047. 1994.
8. **Brown P. N., Byrne G. D., Hindmarsh A. C.** VODE: a variable coefficient ODE solver // *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 1998. V. 10. P. 1038–1051.
9. **Kee R. J., Dixon-Lewis G., Warnatz J., et al.** A Fortran computer code package for evaluation of gas-phase multicomponent transport properties // *Sandia National Laboratories. Report SAND86-8246*. 1994.
10. **Рычков А. Д., Милошевич Х.** Численное моделирование образования и движения вихревых осесимметричных кольцевых структур // *Материалы междунар. конф. «Вычислительные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании (BTMM-2002)»*. Новосибирск; Алматы, 2002. Ч. 4. С. 104–108.

11. **Koleczko A., Eckl W., Rohe T.** Untersuchungen zur Einkopplung elektrischer Energie in flüssige Energieträger und deren Verbrennungsprodukte // Proc. 27th Intern. Annular Conf. of ICT, Karlsruhe, Germany, 1996. P. 142.

Поступила в редакцию 28/V 2004 г.
