

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СОБСТВЕННОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЗАЗЕМЛЕННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЕТЛИ

Н.О. Кожевников

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия*

На низких частотах и/или поздних временах для моделирования собственного отклика незаземленной горизонтальной петли допустимо использовать эквивалентный контур с сосредоточенными параметрами. Однако в общем случае петля является системой с распределенными параметрами. На высоких частотах и/или ранних временах провод петли в совокупности с подстилающей его землей представляет собой длинную линию, поведение тока в которой описывается волновым уравнением. Первичные параметры линии провод—земля сложным образом зависят от удельной электропроводности земли и частоты или времени, вследствие чего решение волнового уравнения, описывающего процесс выключения тока в петле, представляет значительные трудности. При моделировании процесса выключения тока в петле был использован прием, основанный на представлении петли в виде комбинации двух идентичных длинных линий с закороченными выходами. Моделирование осуществлялось в частотной области, после чего выполнялась трансформация во временную область. В результате сопоставления измеренных и модельных графиков затухания амплитуды стоячих волн тока в петле показано, что при расчете первичных параметров системы провод петли—земля необходимо учитывать: 1) взаимодействие каждой из двух линий, образующих петлю, с собственным током-изображением; 2) взаимное влияние линий; 3) скин-эффект в проводе. Взаимное влияние линий приводит к зависимости их первичных параметров и, соответственно, параметров петли в целом от удельного электрического сопротивления земли, что — во всяком случае, в принципе — дает основание рассматривать высокочастотные колебания тока в петле в качестве источника информации об электрических свойствах верхней части разреза. На ранних временах незаземленная горизонтальная петля не является симметричной, и ее первичное магнитное поле отличается от предсказываемого теорией импульсной индуктивной электроразведки.

*Индуктивная электроразведка, метод переходных процессов, незаземленная петля, выключение тока, волновое уравнение, длинные линии.*

### APPLYING THE TRANSMISSION LINE THEORY TO STUDY UNGROUNDED HORIZONTAL LOOP SELF-TRANSIENTS

N.O. Kozhevnikov

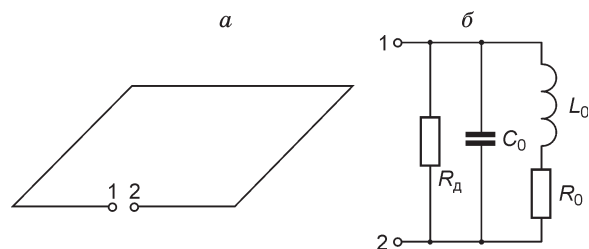
Ungrounded horizontal loop responses at low frequencies and/or late times can be modeled in terms of an equivalent circuit with lumped elements, but a loop in a general case is a distributed system. At high frequencies and/or early times, the wire in combination with the underlying earth makes a transmission line in which current behaves according to the wave equation. Solving the equation for current turn-off is quite difficult because the primary parameters of the wire-earth system depend, in an intricate way, on earth conductivity (resistivity) and frequency (or time). In modeling the current turn-off process, the loop was simulated as a symmetrical combination of two identical transmission lines with shorted outputs. Modeling was performed in the frequency domain with subsequent transformation into the time domain. Comparison of measured and computed transient self-responses showed that good fit requires taking into account (1) interaction of each line in the loop with its own image current, (2) mutual inductance of the two lines, and (3) skin effect in the wire. As a result of mutual inductance, the parameters of the lines and, hence, of the whole loop depend on local conductivity, which, at least in principle, may allow one to infer the resistivity pattern of shallow subsurface from current turn-off responses. Real ungrounded horizontal loops lack symmetry at early times and their magnetic field differs from that predicted by the conventional methods of induction soundings.

*Induction soundings, TEM method, ungrounded loop, current turn-off, wave equation, transmission line*

### ВВЕДЕНИЕ

Незаземленные горизонтальные петли применяют для возбуждения первичного и измерения вторичного магнитного полей в индуктивной электроразведке. Как правило, они являются основными компонентами измерительных систем, используемых в методах переходных процессов (МПП) и зондирования становлением поля в ближней зоне (ЗСБ). В процессе измерения переходная характеристика земли сворачивается с переходными характеристиками генераторной и приемной петель. Поэтому при решении прямых и обратных задач импульсной индуктивной электроразведки необходимо учитывать особенности

**Рис. 1. Незаземленная горизонтальная петля (а) и эквивалентный контур с сосредоточенными параметрами (б).**



и время выключения тока в генераторной и длительность собственного переходного процесса в приемной петлях [Вишняков, Вишнякова, 1974; Ефимов, 1976; Соколов и др., 1978; Захаркин, 1981; Кожевников, Плотников, 2004].

При анализе собственных частотной, импульсной и/или переходной характеристик петли (рис. 1, а) последнюю обычно представляют в виде эквивалентного контура (см. рис. 1, б) с сосредоточенными индуктивностью  $L_0$ , емкостью  $C_0$  и активным сопротивлением  $R_0$  [Вишняков, Вишнякова, 1974; Ефимов, 1976; Захаркин, 1981; Qian, 1985; Кожевников, Плотников, 2004; Hayles, Sinha, 1986; Николаев и др., 1988]. Инерционность петли принято характеризовать собственной частотой колебаний  $f_0$ , которую можно оценить по формуле:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}}. \quad (1)$$

Обычно параметры эквивалентного контура определяют следующим образом:  $R_0 = R \cdot P$ ,  $L_0 = L \cdot P$ ,  $C_0 = C \cdot P$ , где  $R$ ,  $L$  и  $C$  — погонные сопротивление, индуктивность и емкость провода,  $P$  — периметр петли [Вешев, 1980; Захаркин, 1981]. Воспользовавшись этим подходом, перепишем (1) в виде

$$f_0 = \frac{1}{2\pi P \sqrt{LC}}. \quad (2)$$

Такая запись делает явной зависимость частоты собственных колебаний петли от ее размеров.

На рис. 1, б наряду с элементами, моделирующими саму петлю, показан подключенный к ее зажимам внешний «демпфирующий» резистор с сопротивлением  $R_d$ . Он предназначен для подавления высокочастотных колебаний тока (так называемого «звона»), возникающего в петле после того как с помощью электронного ключа она оказывается отключенной от источника (батареи или генератора постоянного тока). Оптимальная величина  $R_d$  определяется выражением

$$R_d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3)$$

При подключении к петле резистора такого номинала достигается критический режим, при котором длительность собственного переходного процесса эквивалентного контура минимальна [Вишняков, Вишнякова, 1974; Ефимов, 1976].

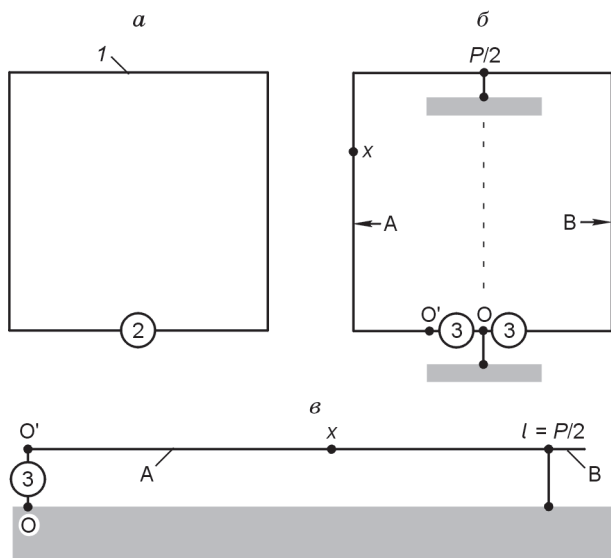
Модель петли в виде контура с сосредоточенными параметрами позволяет оценивать важные для инженерной практики характеристики: собственную частоту петли, форму и длительность среза импульсов тока, минимально допустимое время регистрации, а также динамические погрешности измерений, обусловленные отклонением параметров петли от идеальных.

В последние 10—15 лет в связи с потребностями малоглубинной геофизики все более актуальными становятся измерения переходных характеристик на ранних временах. Снижение начального времени регистрации влечет за собой необходимость уменьшения длительности выключения тока в генераторной петле. К сожалению, на этом пути имеются ограничения как технического, так и принципиального характера. К числу последних следует отнести и тот факт, что на ранних временах и/или высоких частотах модель петли в виде контура с сосредоточенными параметрами не в состоянии объяснить результаты экспериментов [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Кожевников, 2006]. В области ранних времен петля в совокупности с подстилающей ее верхней частью разреза (ВЧР) представляет собой систему с распределенными параметрами.

Сравнение модуля входного сопротивления петли, рассчитанного для набора частот на основе модели в виде контура с сосредоточенными параметрами, с измеренным на разных частотах, показало, что на высоких частотах, которым во временной области соответствуют ранние времена, петля характеризуется свойствами, типичными для *длинной линии* [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Кожевников, 2006].

### МОДЕЛЬ ПЕТЛИ В ВИДЕ КОМБИНАЦИИ ДВУХ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

На первый взгляд длинная линия, образованная землей и расположенным на ней проводом, имеет мало общего с незаземленной горизонтальной петлей. Однако благодаря симметрии петля может быть представлена в виде двух идентичных длинных линий, которые включены последовательно таким обра-



**Рис. 2.** Горизонтальная незаземленная петля 1 с источником 2 (а); те же петля и источник, представленные в виде двух идентичных линий А, В и источников 3 (б); закороченная на выходе линия длиной  $l = P/2$  (в).

зом, что общая точка, где выходы линий встречаются, заземлена. Источник тока/напряжения также можно представить в виде комбинации двух идентичных последовательно соединенных источников, общая точка которых заземлена.

Обратимся к рис. 2, а, где изображена расположенная на поверхности земли квадратная петля с подключенным к ней источником тока либо напряжения. Длина провода, образующего петлю, равна  $P$ . На рис. 2, б показано, каким образом петля и генератор могут быть представлены в виде двух идентичных линий длиной  $P/2$  каждая, включенных последовательно. В то время как на рис. 2, а циф-

ра 2 символизирует источник с выходным напряжением  $U$  и внутренним сопротивлением  $R_p$ , на рис. 2, б цифрой 3 отмечены источники с выходным напряжением  $U/2$  и внутренним сопротивлением  $R_p/2$  каждый.

В известной эквивалентной схеме петли в виде двух идентичных четырехполюсников источник напряжения представлен как единое целое [Нахабцев и др., 1985]. Это затрудняет анализ схемы. В то же время прием, основанный на использовании двух источников, эквивалентных по своему действию исходному, обеспечивает полную симметрию (см. рис. 2, б). Поскольку представленная на рис. 2, б система симметрична, очевидно, что как точка  $O$ , так и точка, удаленная от нее на расстояние  $P/2$ , имеют одинаковый потенциал. Если соединить их с землей, это не повлияет на распределение напряжения и тока в петле. Это означает, что параметры незаземленной петли с периметром  $P$  могут быть получены на основе анализа закороченной на выходе однопроводной линии длиной  $l = P/2$  (см. рис. 2, в).

Полный анализ работы такой линии с учетом зависимости ее первичных параметров от частоты и свойств ВЧР представляет собой сложную задачу. Однако в ряде относительно простых случаев могут быть получены интересные результаты. Так, представление петли в виде системы с распределенными параметрами помогает понять основные особенности выключения тока в проводе после того как зажимы петли с помощью электронного ключа отключены от батареи. Рассмотрим важный в практическом отношении случай возникновения «звона», т.е. колебаний тока с частотой  $f_0$ , которые возникают в нешунтированной петле ( $R_d = \infty$ ), когда она после отключения от внешнего источника оказывается предоставленной «самой себе».

Предположим, что один из зажимов петли соответствует началу отсчета, а расстояние, отсчитываемое от этого зажима вдоль провода, — координате  $x$ . Тогда координата другого зажима петли равна периметру петли  $P$ . Обозначим установившийся ток в петле как  $I_0$ . После того как зажимы петли отключены от батареи или генератора, дальнейшее поведение тока  $I(t, x)$  в системе провод петли—земля описывается уравнением [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Кожевников, 2006]

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \left( \frac{R}{L} + \frac{G}{C} \right) \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{GR}{LC} I = 0 \quad (4)$$

с граничными:  $I(t, 0) = I(t, P) = 0$  и начальными:  $I(0, x) = I_0$ ,  $\partial I(0, x)/\partial t = 0$  условиями. Параметр  $G$  представляет собой погонную проводимость изоляции провода. Учитывая, что  $(G/C) \ll (R/L)$  и — вследствие высокой частоты собственных колебаний — пренебрегая последним членом в (4), приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{R}{L} \frac{\partial I}{\partial t} = 0. \quad (5)$$

Используя известные решения, например, для колебаний струны с учетом затухания [Араманович, Левин, 1969], легко показать, что при упомянутых допущениях решение уравнения (5) представляется в виде суммы:

$$I(x, t) = I_0 \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} e^{-mt} \left( \cos \omega_k t + \frac{m_k}{\omega_k} \sin \omega_k t \right) \sin \frac{\pi x(2k+1)}{P}. \quad (6)$$

Согласно (6), после отключения петли от источника в ней возникают стоячие волны тока. Длина стоячей волны с номером  $k$  составляет  $\lambda_k = (2P)/(2k + 1)$ , а круговая частота

$$\omega_k = \left[ (2k + 1)^2 (\pi a / P)^2 - m^2 \right]^{1/2}, \quad (7)$$

где  $a = (LC)^{-1/2}$ ,  $m = R/2L$ . Амплитуда каждой из стоячих волн экспоненциально убывает во времени с постоянной времени

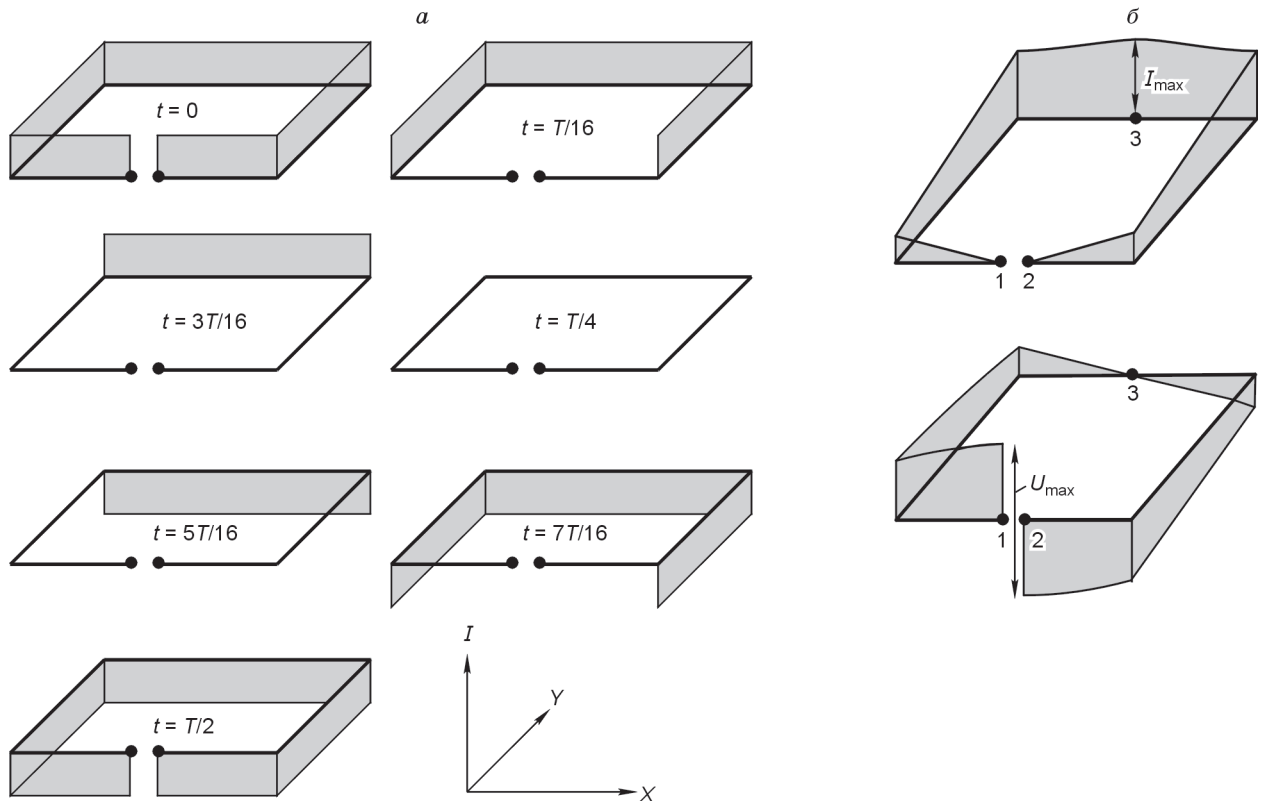
$$\tau_0 = 1/m = 2L/R.$$

Фазовая скорость бегущей волны, частота и длина стоячей волны связаны соотношением  $\lambda = v/f$ . Поскольку на высоких частотах  $v = (LC)^{-1/2}$  [Шимони, 1964; Джонсон, 2005], основная частота собственных колебаний тока в петле составляет:

$$f_0 = \frac{v}{2P} = \frac{1}{2P\sqrt{LC}}. \quad (8)$$

Полученный результат отличается от предсказываемого на основе модели петли в виде эквивалентного контура с сосредоточенными параметрами: собственная частота колебаний петли, вычисленная по формуле (8), в  $\pi$  раз больше по сравнению с рассчитанной по формуле (2). Частоту  $f_0$  колебаний основной моды можно также найти непосредственно из выражения (7) для  $\omega_k$ , положив  $k = 0$  и приняв во внимание тот факт, что на высоких частотах второе слагаемое в квадратных скобках мало по сравнению с первым.

Способом, позволяющим «увидеть», что происходит в различных точках провода петли после ее отключения от батареи, является представление процесса выключения тока в виде суперпозиции волн, распространяющихся в противоположных направлениях в длинной линии, образованной проводом петли и подстилающей ее землей (рис. 3, а). В момент, когда батарея отключается от зажимов петли, в каждой из двух линий, образующих петлю, возникает отрицательная волна (ступень) тока с амплитудой, равной величине установившегося тока, существовавшего в проводе до отключения петли от источника. Эта волна распространяется от зажима петли к точке симметрии ( $x = P/2$ ). Когда волна достигает средней точки петли, которая имеет нулевой потенциал и поэтому может рассматриваться как заземленная, воз-



**Рис. 3.** Мгновенные «снимки», иллюстрирующие распределение тока в петле после отключения от источника (а); стоячие волны тока и напряжения в петле, основная мода (б).

$T$  — период колебаний основной моды. Распределение тока и первичное магнитное поле симметричны относительно оси  $Y$ , однако, несимметричны относительно оси  $X$ .

никает отраженная волна, бегущая от центральной точки к зажиму петли. При этом полный ток в линии представляет сумму установившегося тока и двух волн: первая распространяется от зажима петли к ее центру, вторая — от центральной точки к зажиму. Когда отраженная волна достигнет зажима петли, она вновь отразится, поскольку в этой точке линия провод—ВЧР разомкнута, т.е. нагружена на бесконечное сопротивление. С этого момента распределение тока в проводе равно сумме трех волн и установившегося тока. В дальнейшем произойдут новые отражения, суперпозиция бегущих в обоих направлениях волн приведет к образованию стоячей волны, и процесс выключения тока станет периодическим. В идеальной линии такой процесс мог бы продолжаться неопределенно долго. Реальные линии, к которым относится и система провод—ВЧР, характеризуются потерями, поэтому с течением времени амплитуда стоячей волны убывает.

Вследствие эффектов запаздывания в длинной линии провод—ВЧР на самых ранних временах (порядка единиц микросекунд для петель  $100 \times 100$  м) первичное магнитное поле петли отличается от предсказываемого теорией индуктивной электроразведки. Как нетрудно видеть (рис. 3, а), на ранних временах распределение тока в петле симметрично относительно оси  $Y$ , однако симметрия отсутствует по отношению к оси  $X$ . Поэтому в случае, если окружение петли несимметрично (например, она располагается на поверхности электрически несимметричной земли), переходная и/или частотная характеристика петли в принципе может зависеть от места подключения генератора тока. Это явление известно в теории и практике приземных антенн [Лавров, Князев, 1965].

Если обеспечить условия согласования, при которых бегущая от центральной точки волна не отразится на зажиме петли, то процесс выключения тока закончится. Этого можно достичь, если подключить к зажимам петли внешнее сопротивление  $R_d$ , равное удвоенному волновому сопротивлению  $Z_B$  линии провод—земля на высоких частотах. Как было установлено [Kozhevnikov, Nikofofov, 1998, 2000; Кожевников, 2006], для расположенного на поверхности земли провода ГППП  $2Z_B = 350$  Ом. В теории длинных линий показано, что на высоких частотах волновое сопротивление линии не зависит от потерь и определяется ее погонными индуктивностью и емкостью:  $Z_B = \sqrt{L/C}$  [Шимони, 1964; Джонсон, 2005]. Поэтому внешнее сопротивление, которое необходимо подключить к зажимам петли для того, чтобы в ней не возникли колебания тока, составляет  $2\sqrt{L/C}$ . Эта величина не зависит от размеров петли и в четыре раза больше по сравнению с той, которую дает расчет по формуле (3), полученной в результате представления петли в виде эквивалентного контура с распределенными параметрами.

Разумеется, параметры реальной линии провод—земля зависят от частоты/времени. Как показано ниже, особенно сильной частотной дисперсией, возникающей под влиянием земли, характеризуется погонное активное сопротивление. Если зависимостью активного сопротивления  $R$  линии провод—земля от частоты/времени пренебречь нельзя, вместо (5) необходимо решать уравнение [Кожевников, 2006]:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{1}{L} \int_0^t R(\tau) \frac{\partial I(t-\tau)}{\partial t} d\tau = 0. \quad (9)$$

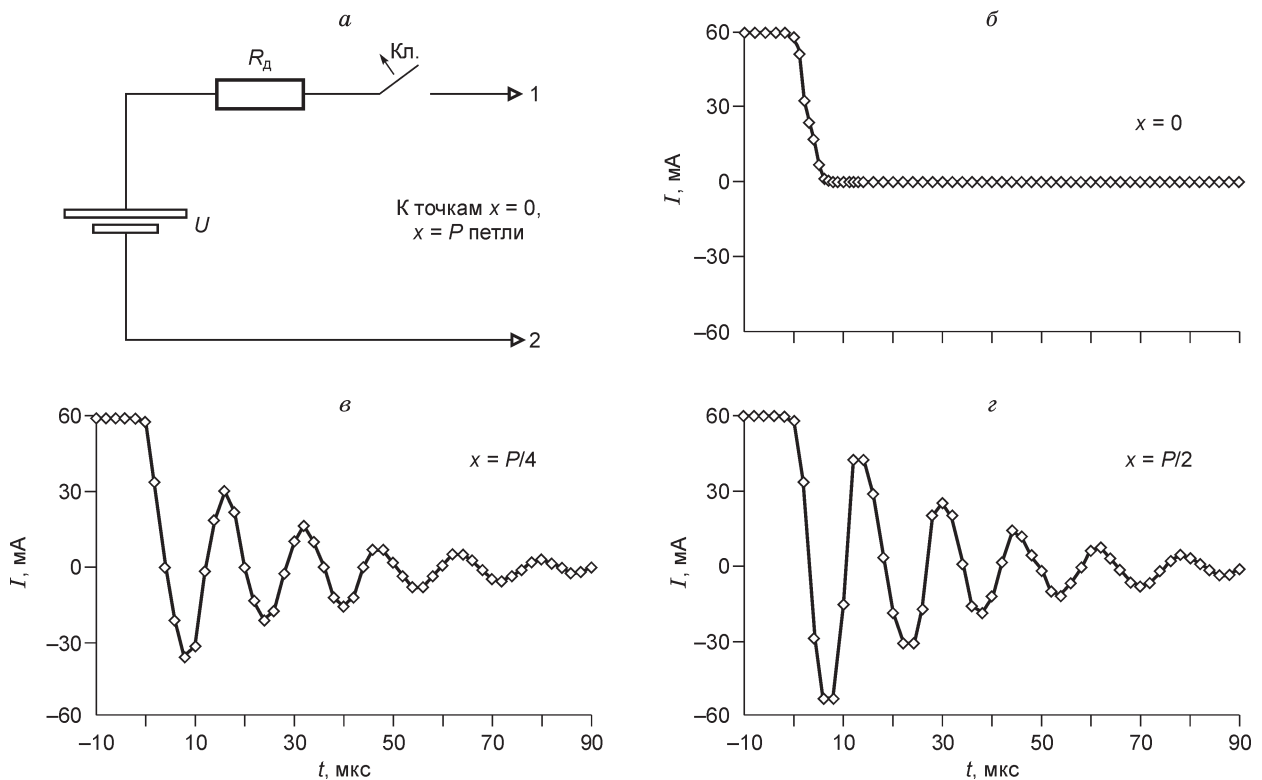
В общем случае его решение представляет непростую задачу. Однако из физических соображений ясно, что это решение по-прежнему должно описываться суммой стоячих волн основной и более высоких частот. Поскольку с увеличением частоты активное сопротивление провода возрастает (см. ниже), волны с большими значениями  $k$  быстро затухают, и через несколько микросекунд в системе провод—ВЧР останется лишь основная мода — стоячая волна с длиной  $\lambda_0 = 2P$  (см. рис. 3, б); при этом в точках 1, 2 должны наблюдаться узлы тока и пучности напряжения, а в точке 3 в середине петли — пучность тока и узел напряжения.

Приведенные уравнения, формулы и рассуждения позволяют составить общее представление о том, как выключается ток в петле. Очевидно, следующий шаг — сопоставление экспериментальных данных с результатами, предсказываемыми рассмотренной выше моделью петли. Перечислим известные на сегодняшний день экспериментальные результаты, для интерпретации которых необходимо использовать модель петли в виде системы с распределенными параметрами.

1. Входной импеданс петли зависит от частоты так же, как входной импеданс закороченной на выходе длинной линии [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Кожевников, 2006].

2. После того как зажимы петли отключены от источника тока, в ней — если она не шунтирована — возникают затухающие во времени стоячие волны тока и напряжения [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Helwig, Kozhevnikov, 2003; Кожевников, 2006].

3. Если к зажимам петли подключен внешний согласующий резистор, ток в разных участках провода не выключается одновременно, или синфазно. Вместо этого наблюдается иная картина: чем дальше удален участок провода от зажимов петли, тем с большей задержкой выключается там ток [Helwig, Kozhevnikov, 2003].



**Рис. 4.** Устройство для создания импульсов тока в петле (а); графики собственных колебаний тока (б, в, з), измеренные в различных точках петли после того как с помощью электронного ключа ее зажимы были отключены от батареи.

В данной статье предпринята попытка на основе представленной на рис. 2 модели дать «количественную» интерпретацию экспериментальных результатов по п. 2 из приведенного выше списка.

Существование стоячих волн в незаземленной горизонтальной петле было установлено экспериментально путем регистрации колебаний тока в различных точках провода. Для возбуждения колебаний тока в петле использовалось устройство в виде батареи, резистора и быстродействующего электронного ключа, соединенных последовательно (рис. 4, а). При размыкании ключа зажимы петли отключались от источника, в результате чего в ней возникали колебания тока.

На рис. 4, б—з показаны результаты наблюдений на полигоне базы практик ИрГТУ в Приольхонье с петлей размером  $200 \times 200$  м из провода ГПМП. Измерения выполнялись с помощью осциллографа и шунта, включавшегося в разрыв провода непосредственно у зажима петли ( $x = 0$ ), на расстоянии  $x = 0.25P$  и в средней точке ( $x = 0.5P$ ). Как нетрудно видеть, процессы выключения тока в этих точках различаются. Это свидетельствует о том, что в рассматриваемом временном и соответствующем ему частотном диапазонах петля ведет себя как система с распределенными параметрами. Амплитуда колебаний тока максимальна в центральной точке петли, тогда как возле ее зажима, в точке подключения генератора, их амплитуда равна нулю. Таким образом, на зажимах петли действительно наблюдается узел, а в центральной точке периметра — пучность тока. Соотношение амплитуд колебаний в точках с координатами  $x = 0$ ,  $x = 0.25P$  и  $x = 0.5P$  находится в соответствии с решением (6) для основной моды.

### СОПОСТАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Попытаемся теперь на основе рассмотренной модели петли рассчитать колебания тока и сравнить их с измеренными. Сначала нужно определиться со способом расчета модельных данных. Можно было бы попытаться решить уравнение (9), однако — как уже отмечалось — это непростая задача. Кроме того, если понадобится решить это уравнение для случая, когда к зажимам петли подключен внешний резистор, а тем более элемент с комплексным частотно-зависимым сопротивлением, могут возникнуть сложности с формулировкой граничных и начальных условий.

Напомним, что на высоких частотах и, соответственно, ранних временах параметры незаземленной петли с периметром  $P$  могут быть найдены на основе анализа закороченной на выходе однопроводной линии длиной  $l = P/2$ . Методы расчета такой линии в частотной области давно стали классикой и

подробно описаны в литературе [Шимони, 1964; Баскаков, 1980; Джонсон, 2005]. В этой связи представляется целесообразным средствами теории длинных линий найти решение в частотной области, а потом преобразовать его во временную область. Отметим также, что подключение к входным зажимам — а также в любых других точках провода петли — внешних элементов, в том числе с комплексным частотно-зависимым сопротивлением, легко учитывается в частотной области.

Прежде чем приступить к анализу «половинок» петли с периметром  $P$ , каждая из которых на ранних временах может быть представлена в виде закороченной на выходе однопроводной линии длиной  $l = P/2$ , приведем краткую сводку основных положений теории длинных линий.

Как известно, важнейшими параметрами, используемыми для описания и анализа длинных линий, являются коэффициент распространения  $\dot{\gamma}$  и волновое сопротивление  $\dot{Z}$ . Знание этих, так называемых вторичных, параметров, которые в общем случае являются комплексными и зависящими от частоты, позволяет полностью описать свойства линии в рамках принятой математической модели. Коэффициент распространения  $\dot{\gamma}$  обычно записывают в виде

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta,$$

где  $\alpha$  — коэффициент затухания,  $\beta$  — коэффициент фазы (фазовая постоянная). Эти величины имеют одинаковые размерности — 1/м.

Если известны первичные параметры линии, т.е. погонные индуктивность, емкость, сопротивление и проводимость изоляции, то коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  вычисляют по формулам [Шимони, 1964; Баскаков, 1980]:

$$\alpha = \left\{ \frac{1}{2} (RC - \omega^2 LC) + \frac{1}{2} \left[ (R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2) \right]^{1/2} \right\}^{1/2},$$

$$\beta = \left\{ \frac{1}{2} (\omega^2 LC - RG) + \frac{1}{2} \left[ (R^2 + \omega^2 LC)(G^2 + \omega^2 C^2) \right]^{1/2} \right\}^{1/2}.$$

Волновое сопротивление  $\dot{Z}$  удобно представлять как произведение его модуля на фазовый множитель:

$$\dot{Z}_B = Z_0 e^{j\psi},$$

где

$$Z_0 = \left( \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{G^2 + \omega^2 C^2} \right)^{1/4},$$

$$\psi = \arg \dot{Z}_B = \frac{1}{2} \arctg \frac{G/(\omega C) - R/(\omega L)}{1 + (GR)/(\omega^2 LC)}.$$

На рис. 5, а изображен отрезок расположенного вблизи поверхности земли провода длиной  $l$  в совокупности с подстилающей его ВЧР, образующий однопроводную длинную линию. Совместим начало отсчета координаты  $x$  с левыми зажимами линии, на которых определены комплексные амплитуды входного напряжения  $\dot{U}_1$  и входного тока  $\dot{I}_1$ . Для правых зажимов считаем заданными выходное напряжение  $\dot{U}_2$  и выходной ток  $\dot{I}_2$ . Данная система представляет собой линейный стационарный четырехполюсник, описываемый, как известно из общей теории электрических цепей, соответствующей матрицей.

Для изображенной на рис. 5, а линии входные ( $x = 0$ ) и выходные ( $x = l$ ) токи и напряжения связаны соотношениями [Баскаков, 1980]:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 ch \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 Z_B sh \dot{\gamma} l,$$

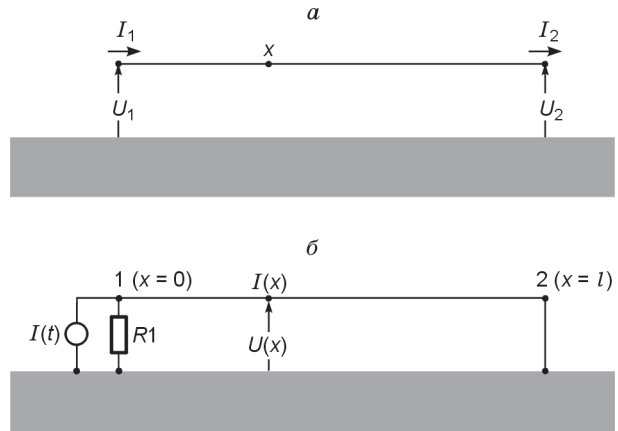
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_B} sh \dot{\gamma} l + \dot{I}_2 ch \dot{\gamma} l.$$

Комплексные амплитуды напряжения и тока в произвольном сечении выражаются через величины  $\dot{U}_2$  и  $\dot{I}_2$ :

$$\dot{U}(x) = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_B}{2} e^{\dot{\gamma}(l-x)} + \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_B}{2} e^{-\dot{\gamma}(l-x)}, \quad (10)$$

$$\dot{i}(x) = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_B}{2 Z_B} e^{\dot{\gamma}(l-x)} - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_B}{2 Z_B} e^{-\dot{\gamma}(l-x)}. \quad (11)$$

**Рис. 5. Отрезок длиной линии, образованной проводом петли и подстилающей его ВЧР (а); одна из двух линий длиной  $l = P/2$ , образующих петлю (см. рис. 2): выход линии закорочен, а к ее входу подключен генератор тока и резистор (б).**



На рисунке 5, б изображена «половинка» петли в виде закороченной на выходе однопроводной линии длиной  $l = P/2$ , здесь же показан резистор  $R1$ , предназначенный для предотвращения появления в длинной линии свободных колебаний напряжения и тока. Очевидно,  $R1 = R_d/2$ , где  $R_d$  — резистор, подключаемый к зажимам петли (см. рис. 1, б).

В частотной области представленная на рис. 5, б система, включающая провод, подстилающую его ВЧР и резистор  $R1$ , описывается комплексным коэффициентом передачи  $\dot{S}(\omega)$ , представляющим собой отношение выходного тока к входному:

$$\dot{S}(\omega) = \frac{\dot{I}(x, \omega)}{\dot{I}(0, \omega)}, \quad x \in [0, l]. \quad (12)$$

Воспользовавшись уравнениями (10), (11), а также приняв во внимание, что, во-первых, для закороченной на выходе линии  $U(l/2) = 0$  и, во-вторых, сопротивление линии на нулевой частоте равно сопротивлению провода длиной  $l = P/2$  на постоянном токе, найдем, что на нулевой частоте ( $\omega = 0$ )

$$\dot{S}(0) = \frac{R1}{R(0)l + R1}.$$

Если частота  $\omega$  отлична от нуля, то

$$\dot{S}(\omega) = \frac{R1}{\dot{Z}_{\text{вх}} + R1} \cdot \frac{e^{\dot{\gamma}(l-x)} + e^{-\dot{\gamma}(l-x)}}{e^{\dot{\gamma}l} + e^{-\dot{\gamma}l}},$$

где  $\dot{Z}_{\text{вх}}$  — входное сопротивление линии. Для закороченной на выходе линии [Баскаков, 1980; Джонсон, 2005]

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = \dot{Z}_B \text{th}(\dot{\gamma}l).$$

Для того чтобы двинуться дальше, необходимо задать  $\dot{I}(x, \omega)$  и модель, описывающую первичные погонные параметры линии ( $R, L, C, G$ ) в зависимости от материала и геометрии провода, а также от частоты и удельного электрического сопротивления земли.

Обычно импульсы тока в генераторной петле формируются за счет того, что к ее зажимам с помощью электронного ключа периодически подключается и отключается источник напряжения в виде батареи или генератора постоянного тока (см. рис. 4, а). При размыкании ключа ток на входе линии практически мгновенно становится равным нулю и остается таким в течение всего времени, пока ключ разомкнут. Таким образом, при анализе процесса выключения тока в линии генератор импульсов представляет собой идеальный источник тока.

Предположим, что на входе линии, образованной проводом и ВЧР, формируется последовательность импульсов входного тока  $I_1$ . Амплитуда импульсов равна  $I_0$ , длительность импульсов и разделяющих их пауз равны половине периода  $T/2$ . Примем далее, что нулевой момент времени совпадает со срезом одного из импульсов. Тогда ток, поступающий от источника на вход линии, т.е. в точку с координатой  $x = 0$  (см. рис. 5, б), можно представить в виде ряда Фурье [Шимони, 1964]

$$I_1(t) = I_0 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin(2k-1) \frac{2\pi}{T} t \right\}.$$

Запишем комплексный коэффициент передачи (12) длинной линии в виде

$$\dot{S}(\omega) = S(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)},$$

где  $S(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  соответственно амплитуда и фаза передаточной характеристики. Тогда выходной ток равен



$$I_2(t) = I_0 \left\{ \frac{S(0)}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)} S \left[ (2k-1) \frac{2\pi}{T} \right] \cdot \sin \left\{ (2k-1) \frac{2\pi}{T} t + \varphi \left[ (2k-1) \frac{2\pi}{T} \right] \right\} \right\}. \quad (13)$$

Для того чтобы рассчитать комплексный коэффициент передачи, амплитуда и фаза которого входят в выражение (13), необходимо знать первичные параметры линии, образованной проводом петли и подстилающей его ВЧР. Вопросы изучения погонных параметров длинных линий, используемых для возбуждения и измерения переменных электромагнитных полей в электроразведке, обсуждаются в работах [Вешев и др., 1974; Евдокимов и др., 1974; Алексеев и др., 1978; Вешев, 1980; Алексеев, Яковлев, 1982; Нахабцев и др., 1985]. При выполнении упомянутых исследований было принято, что первичные параметры длинной линии не зависят от частоты. Однако для моделирования реальной системы провод—ВЧР необходимо использовать параметры, измеренные или рассчитанные с учетом их частотной дисперсии и зависимости от электрических свойств геологической среды.

Сначала обсудим, как можно оценить погонную емкость ( $C$ ) линии. Как известно, для электрического поля провода поверхность земли может рассматриваться как эквипотенциальная; поэтому погонная емкость горизонтального провода, расположенного на высоте  $h$  над проводящей землей, может быть рассчитана методом изображений (рис. 6, *a*). В результате получается известная формула [Базуткин, Дмоховская, 1983]:

$$C, \text{ Ф/м} = \varepsilon \frac{10^{-9}}{18 \ln(2h/r)}, \quad (14)$$

где  $r$  — радиус провода,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится провод. В случае применения формулы (14) для оценки емкости геофизических проводов в качестве  $\varepsilon$  необходимо использовать некоторое эффективное значение  $\varepsilon_{\text{эф}}$ , заключенное между относительными диэлектрическими проницаемостями воздуха и материала изоляции.

На рис. 6, *b* представлены графики зависимости погонной емкости горизонтального провода от высоты. Расчеты выполнены по формуле (14) для проводов с  $r = 0.5, 1$  и  $2$  мм: при раскладке генераторных петель обычно используют провода примерно таких радиусов. При расчетах было принято, что  $\varepsilon_{\text{эф}} = 2$ . Как нетрудно видеть, для провода, расположенного вблизи земной поверхности, погонная емкость зависит от высоты  $h$ . Так, при изменении  $h$  от 1 до 10 см погонная емкость  $C$  уменьшается в два раза (на рисунке соответствующая область выделена серым цветом). Поскольку провод располагается на реальной поверхности с изменяющимся рельефом, растительностью и влажностью, точный расчет  $C$  не имеет смысла. Тем не менее формула (14) позволяет получить разумные оценки погонной емкости в зависимости от высоты расположения и параметров провода.

В отличие от емкости погонные индуктивность и сопротивление провода зависят от частоты. Когда провод располагается вблизи поверхности проводящей земли, в ней при изменении тока в проводе индуцируются токи. Если земля может быть представлена однородным полупространством, эти токи создают такое же магнитное поле, как протекающий в земле линейный ток, который называют обратным или возвратным. Эффективная глубина  $h_{\text{эф}}$ , на которой протекает обратный ток, определяется толщиной скин-слоя  $\delta$  в подстилающей среде:

$$h_{\text{эф}} = \delta = \sqrt{2/(\sigma\omega\mu)},$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводность,  $\mu$  — магнитная проницаемость земли,  $\omega$  — круговая частота тока. По этой причине нулевые уровни для потенциалов и токов не совпадают. Для потенциалов нулевая плоскость — поверхность земли (см. рис. 6, *a*), для токов же она выбирается таким образом, что эквивалентный по магнитному воздействию ток лежит от

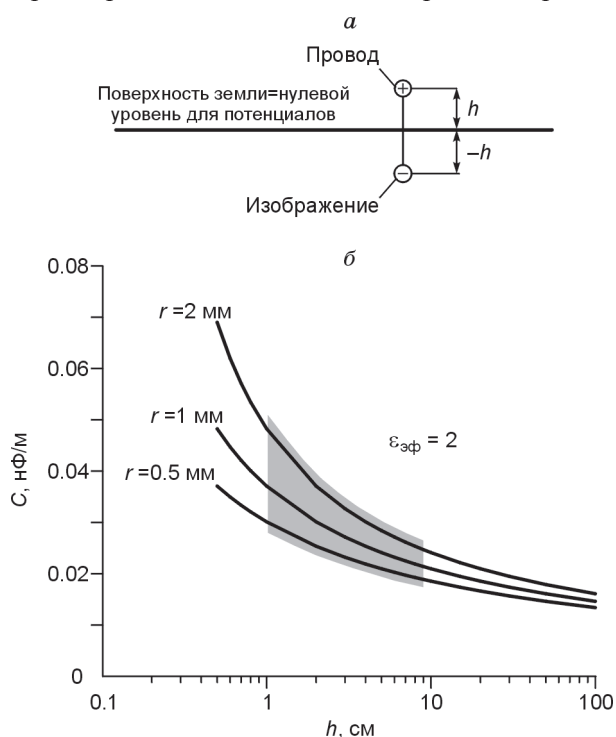
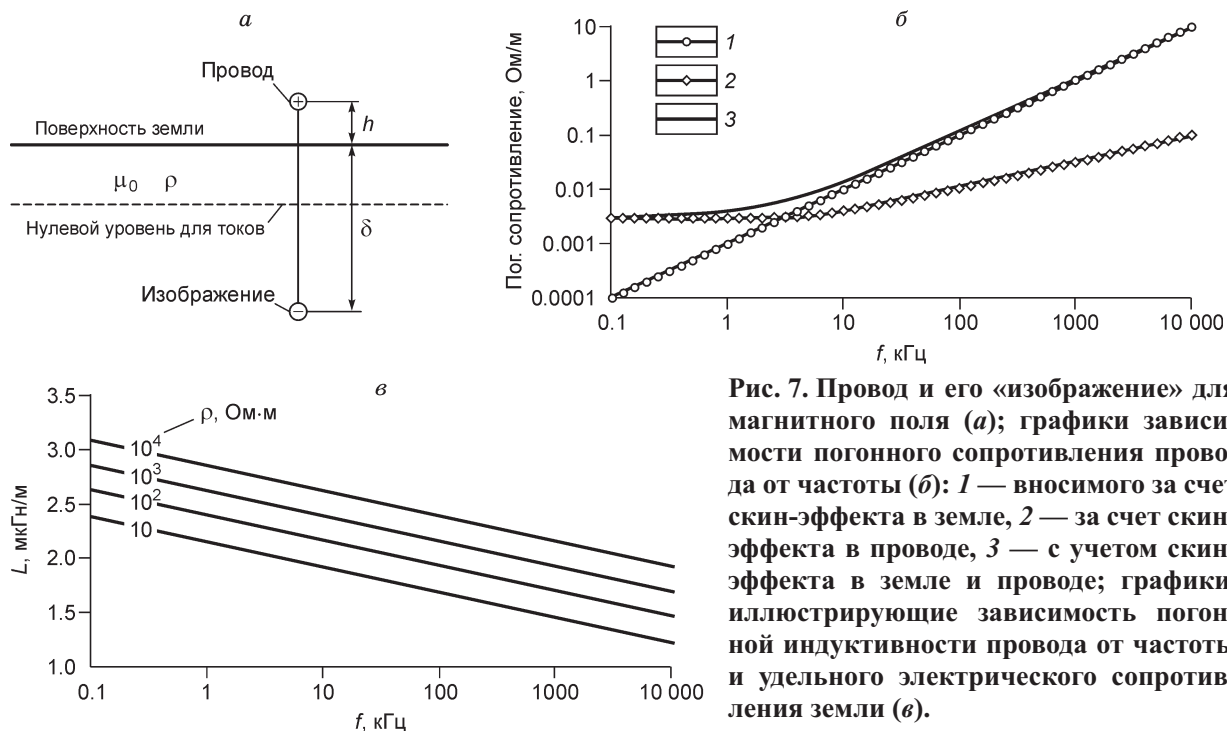


Рис. 6. Провод и его «изображение» для электрического поля (*a*); погонная емкость провода в зависимости от его радиуса и высоты расположения по отношению к поверхности земли (*b*).



**Рис. 7.** Провод и его «изображение» для магнитного поля (а); графики зависимости погонного сопротивления провода от частоты (б): 1 — вносимого за счет скин-эффекта в земле, 2 — за счет скин-эффекта в проводе, 3 — с учетом скин-эффекта в земле и проводе; графики, иллюстрирующие зависимость погонной индуктивности провода от частоты и удельного электрического сопротивления земли (в).

этой плоскости на таком же расстоянии  $h_1$  вниз, на каком действительный ток провода — вверх (рис. 7, а).

В этом случае комплексный погонный импеданс провода определяется выражением [Wang, Liu, 2001]

$$\dot{Z}_{\text{пр}} = R_{\text{пр}} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2(h+p)}{r}, \quad (15)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $R_{\text{пр}}$  — «собственное» сопротивление провода,  $p = \delta(2j)^{-1/2}$ . Второе слагаемое в выражении (15) учитывает влияние обратного тока в проводящей земле.

На высоких частотах на  $R_{\text{пр}}$  оказывает влияние скин-эффект в самом проводе. Для расчета активного сопротивления  $R_{\text{пр}}$  с учетом скин-эффекта в проводе мы использовали выражения из работы [Шимони, 1964]:

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пост}} \left( 1 + \frac{\theta^4}{3} \right) \quad \text{для } \theta < 1, \quad (16a)$$

$$R_{\text{пр}} = R_{\text{пост}} \left( \theta + \frac{1}{4} + \frac{3}{64\theta} \right) \quad \text{для } \theta > 1, \quad (16b)$$

где  $R_{\text{пост}}$  — сопротивление провода на постоянном токе;  $\theta = (r/2\delta_{\text{пр}})$ ,  $\delta_{\text{пр}} = \sqrt{2/(\omega\mu_{\text{пр}}\sigma_{\text{пр}})}$ ,  $\mu_{\text{пр}}$  — магнитная проницаемость,  $\sigma_{\text{пр}}$  — удельная электропроводность материала провода. Для  $\theta = 1$   $R_{\text{пр}}$  рассчитывалось как среднее из двух значений, вычисленных по формулам (16а,б).

Очевидно, погонные сопротивление и индуктивность провода с учетом токов в земле и скин-эффекта в проводе составляют:

$$R_1 = R_{\text{пр}} + \text{Re } \dot{Z}_{\text{пр}}, \quad (17)$$

$$L_1 = \frac{\text{Im } \dot{Z}_{\text{пр}}}{j\omega}. \quad (18)$$

Напомним, что скин-эффект в проводе влияет не только на активную, но и реактивную составляющую его сопротивления, что приводит к изменениям так называемой внутренней индуктивности провода. Обычно внутренней индуктивностью по сравнению с внешней можно пренебречь [Джонсон, 2005], поэтому она не входит в выражение (18).

На рис. 7, б показан график зависимости  $R_1$  от частоты, а также графики сопротивлений, вносимых токами в земле и самом проводе. Расчеты выполнены по формуле (17) для провода ГППП. Как нетрудно видеть, сопротивление, вносимое за счет земли, возрастает пропорционально первой степени частоты. Скин-эффект в проводе становится заметным на частоте порядка 10 кГц, выше которой вклад в сопро-

тивление за счет скин-эффекта в материале провода возрастает пропорционально корню квадратному из частоты. Отметим два важных момента. Во-первых, сопротивление, вносимое за счет токов в земле, зависит от частоты, но не от удельного электрического сопротивления земли. В этом нет ничего удивительного, поскольку, если частота тока в линии фиксирована, а земля является электрически однородной, при изменении удельной электропроводности земли распределение индуцированных в ней токов изменяется или «подстраивается» таким образом, что вносимое сопротивление остается постоянным. В случае электрически неоднородной, например, горизонтально-слоистой земли, вносимое в провод сопротивление зависит от ее геоэлектрической структуры, однако, в данной статье принято, что земля представлена однородным проводящим полупространством. Во-вторых, на частотах свыше 10 кГц преобладающий вклад в сопротивление провода вносят токи в земле; на этих частотах можно пренебречь влиянием  $R_{\text{пост}}$  и «добавки» за счет скин-эффекта в проводе.

Рис. 7, в иллюстрирует зависимость погонной индуктивности  $L_1$  от частоты тока и удельного электрического сопротивления земли. Расчеты выполнены по формуле (18) для провода ГПМП. Видно, что как увеличение частоты, так и удельной проводимости земли приводит к незначительному уменьшению  $L_1$ : при изменении  $f$  или  $\rho$  на шесть порядков  $L_1$  изменяется не более чем в 2 раза.

Погонная проводимость  $G$  определяется свойствами диэлектрика, из которого изготовлено изоляционное покрытие провода. Согласно литературным данным [Джонсон, 2005], она не зависит от частоты. Для геофизических проводов с неповрежденной изоляцией  $G$  по порядку величины составляет  $10^{-11}$  См/м.

Для того чтобы выяснить, в какой мере описанная выше модель петли согласуется с экспериментальными данными, сначала сравним колебания тока, измеренные в средней части провода петли, с теми, которые предсказывает модель (см. рис. 2). Точка с координатой  $x = P/2$  выбрана из тех соображений, что здесь наблюдается максимальная амплитуда стоячей волны тока.

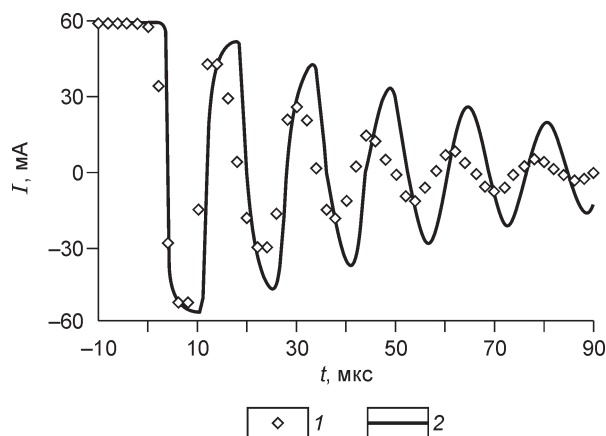
Расчет индуктивности и погонного сопротивления осуществлялся для провода ГПМП с учетом скин-эффекта в проводе и земле по формулам (17), (18). По данным ВЭЗ и ЗСБ, геоэлектрический разрез до глубины 200—250 м на участке, где располагалась петля, представлен однородным полупространством с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  порядка нескольких сотен Ом·м. Приведенный на рис. 8 модельный график рассчитан для  $\rho = 500$  Ом·м.

Как уже отмечалось, погонная емкость  $C$  зависит от многих факторов, которые *a priori* неизвестны и не поддаются точному учету. В подобной ситуации единственное возможное решение заключается в том, чтобы задаться некоторой разумной оценкой  $C$  на основе формулы (14), а потом, если возникнет необходимость, «подправить»  $C$ . Иными словами, емкость представляет собой подгоночный параметр. При расчете колебаний тока, показанных на рис. 8, было принято, что  $C = 4.7 \cdot 10^{-11}$  Ф/м.

Представленный на рис. 8 модельный график рассчитан путем суммирования 3000 членов ряда (13), при этом было принято, что период  $T$  токовых импульсов, поступающих на входные зажимы петли от генератора, равен 1 мс.

Хотя в целом между экспериментальными и модельными данными наблюдается соответствие, имеются заметные отличия в периоде и скорости затухания колебаний. Комментируя этот результат, прежде всего, необходимо напомнить, что путем «подгонки» погонной емкости можно уменьшить расхождение в периоде, которое и так незначительно. Амплитуда как экспериментальных, так и модельных колебаний тока убывает по экспоненциальному закону, однако, в реальной петле колебания тока затухают намного быстрее, чем предсказывает модель петли в виде двух идентичных длинных линий. В отличие от периода колебаний, в случае с затуханием ситуация оказывается более сложной: в рамках рассмотренной выше модели нет параметров, подбирая которые можно было бы повлиять на постоянную времени затухания стоячей волны тока.

Как уже отмечалось, сопротивление, вносимое в расположенный над землей провод за счет скин-эффекта в земле, не зависит от ее удельного электрического сопротивления. При тех значениях высоты расположения провода, которые можно ожидать при его раскладке в

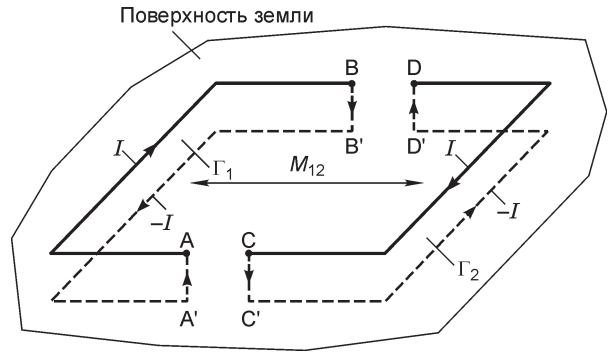


**Рис. 8. Измеренный и модельный графики колебаний тока в средней точке ( $x = P/2$ ) провода петли.**

Расчет выполнен с учетом влияния магнитного поля тока-изображения (см. рис. 7, а) и скин-эффекта в проводе. 1 — эксперимент, 2 — модель.

**Рис. 9. Две длинные линии.**

«Прямой» ток в каждой линии протекает по проводу, обратный ток или «ток-изображение» — в земле. Если линии удалены, они могут анализироваться независимо. При сближении линий между ними возникает индуктивная связь, и они образуют систему, при анализе которой должно быть учтено взаимодействие между линиями.



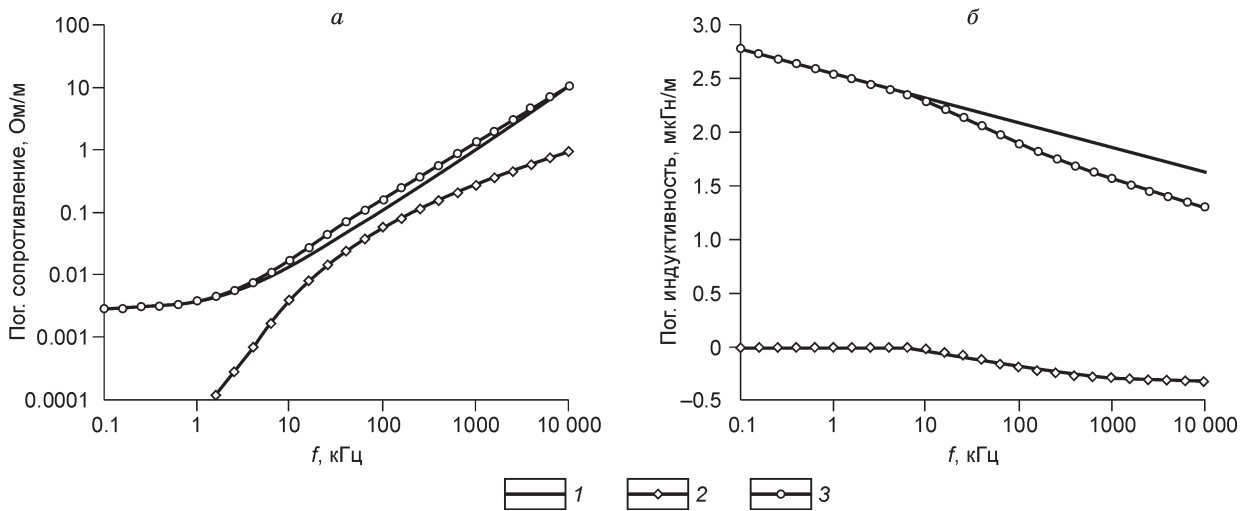
условиях реальной местности, высота провода также не оказывает влияния на его сопротивление и индуктивность. Хотя индуктивность провода зависит от удельного сопротивления земли, эта зависимость слишком слабая (см. рис. 7, в) для того, чтобы сопротивление земли можно было использовать в качестве параметра, подбирая который можно было бы «подогнать» модельные данные под экспериментальные.

Все это приводит к выводу, что модель петли в виде симметричной комбинации двух длинных линий, образованных проводом петли и подстилающей его землей, дает разумные предсказания, однако не учитывает какую-то существенную особенность рассматриваемой системы. Что же оказалось не учтенным?

Напомним, что рассматривая петлю, мы пришли к выводу, что она может быть представлена в виде симметричной композиции двух идентичных линий (см. рис. 2, б, в). Поскольку точка с координатой  $x = P/2$  имеет потенциал «земли», т. е. такой же, как точка с координатой  $x = 0$ , процессы, протекающие в каждой из двух половинок петли, не влияют друг на друга и могут рассматриваться независимо. В какой мере справедливо это заключение?

На рис. 9 изображены две длинные линии — АВ и CD, каждая из которых образована проводом и подстилающей его землей. Маленькими черными кружками отмечены места соединения проводов с землей. Чтобы не усложнять рисунок, на нем не показаны источники тока, которые подключены на входе линий (см. рис. 2, б).

Рассмотрим один из проводов, например, расположенный слева провод АВ. При расчете погонных параметров провода АВ мы учли влияние подстилающей земли. Если в проводе протекает «прямой» ток  $I$ , то в земле возникает «обратный» ток-изображение  $-I$ , благодаря чему для тока в линии образуется замкнутый контур  $\Gamma_1$ . Магнитный поток, создаваемый током-изображением, является причиной того, что к собственным индуктивности и сопротивлению провода добавляются внесенные. Индуктивность и сопротивление провода с учетом влияния земли и — значительно меньшего — влияния скин-эффекта в проводе составляют соответственно  $L_1^{AB}$  и  $R_1^{AB}$ . Аналогично, прямой ток, протекающий в проводе CD,



**Рис. 10. Графики сопротивления (а) и индуктивности (б), вносимых в линию, в зависимости от частоты.**

1 — без учета индуктивной связи между линиями ( $R_1, L_1$ ); 2 — за счет индуктивной связи между линиями ( $R_2, L_2$ ); 3 — с учетом всех эффектов ( $R, L$ ).

возвращается через землю по пути  $CC'D'D$ , в результате чего для тока образуется замкнутый контур  $\Gamma_2$ . С учетом магнитного поля, создаваемого током, протекающим по этому контуру, индуктивность и сопротивление провода составляют соответственно  $L_1^{CD}$  и  $R_1^{CD}$ . Для идентичных линий и симметричной земли  $L_1^{AB} = L_1^{CD} = L_1$  и  $R_1^{AB} = R_1^{CD} = R_1$ .

При выполнении расчетов, результат которых приведен на рис. 8, каждая из двух линий, образующих петлю, рассматривалась независимо, т.е. сама по себе. Однако, если линии сближены, между контурами  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  имеет место индуктивное взаимодействие, характеризуемое коэффициентом взаимной индуктивности  $M_{12}$ . Индуктивная связь между контурами  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  должна проявиться в виде соответствующей «добавки» к комплексному сопротивлению каждой из линий, и, разумеется, всей петли в целом.

Представим теперь, что расстояние между линиями уменьшается, т.е. точка А приближается к точке С, а точка В — к точке D. При соединении обеих линий в указанных точках образуется расположенная на поверхности горизонтальная петля с током  $I$ , протекающим по часовой стрелке.

При этом обратные токи, соединившись в точках  $A', C'$  и  $B', D'$ , образуют «отражение» в виде тока  $-I$ , протекающего в земле по замкнутому контуру против часовой стрелки. Очевидно ЭДС, индуцируемая в расположенной на поверхности петле  $ABDC$  за счет магнитного поля замкнутого тока-изображения  $A'B'D'C'$ , дает ту добавку в комплексное сопротивление петли, которая возникает за счет индуктивного взаимодействия токов, протекающих по контурам  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ . Таким образом, к приведенным выше погонным параметрам  $L_1$  и  $R_1$  (см. формулы (17), (18)) необходимо добавить  $L_2$  и  $R_2$ , представляющие собой погонные индуктивность и сопротивление, вносимые в расположенную на поверхности петлю за счет индуктивной связи между контурами  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ .

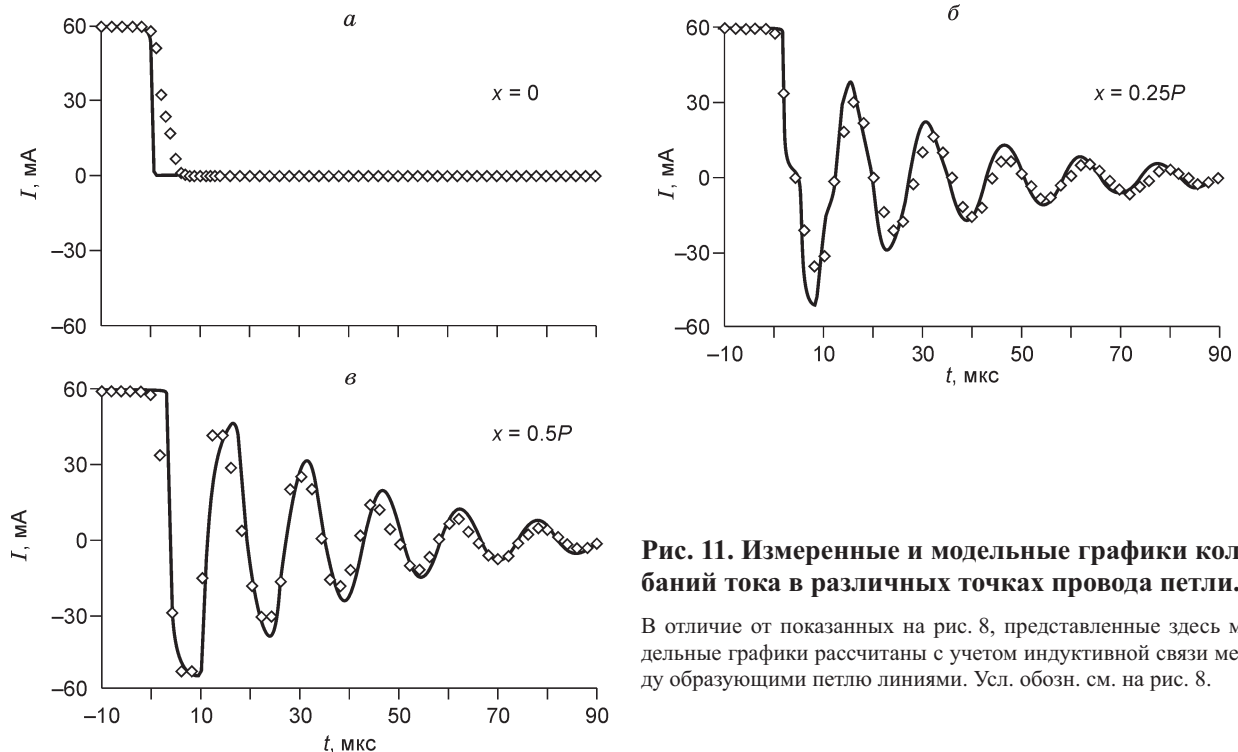
Для расчета  $L_2$  и  $R_2$  мы использовали выражение, определяющее внесенный самоимпеданс  $\dot{Z}_2$  круглой петли радиусом  $a$ , расположенной на высоте  $h$  по отношению к поверхности однородного полупространства с удельной электропроводностью  $\sigma$  и обтекаемой током с частотой  $\omega$  [Соболев, Шкарлетт, 1967]:

$$\dot{Z}_2 = -\frac{6 \cdot 10^{-7} \omega R}{\beta^2} e^{-\frac{3h}{R}} \left( 3 - \sqrt{9 + 4j\beta^2} \right)^2, \quad (19)$$

где  $\beta = a\sqrt{\omega\sigma\mu_0}$ .

Соответственно, внесенное погонное активное сопротивление

$$R_2 = \frac{\text{Re} \dot{Z}_2}{P}, \quad (20)$$



**Рис. 11. Измеренные и модельные графики колебаний тока в различных точках провода петли.**

В отличие от показанных на рис. 8, представленные здесь модельные графики рассчитаны с учетом индуктивной связи между образующими петлю линиями. Усл. обозн. см. на рис. 8.

и внесенная погонная индуктивность

$$L_2 = \frac{\text{Im } \dot{Z}_2}{j\omega P}. \quad (21)$$

Здесь необходимо отметить, что формула (19) получена для круглой петли, тогда как наша цель состояла в том, чтобы объяснить данные, полученные в экспериментах с квадратной петлей. Давая себе разрешение на использование формулы (19), мы исходили из предположения, что внесенный самоимпеданс петли определяется ее площадью. Иными словами, рассчитывался самоимпеданс круглой петли, радиус которой  $a$  выбирался таким, чтобы ее площадь равнялась площади квадратной петли со стороной  $A$ :  $a = A/\sqrt{\pi}$ . Так, для использовавшейся в эксперименте квадратной петли размером  $200 \times 200$  м радиус эквивалентной петли составляет  $112.8 \text{ м} \approx 113 \text{ м}$ .

На рис. 10 приведены графики погонных сопротивлений  $R_2$  и индуктивности  $L_2$  в зависимости от частоты, вносимых в провод за счет индуктивной связи между половинками петли. Здесь же показаны рассчитанные ранее (см. рис. 7, б, в) зависимости  $R_1(f)$  и  $L_1(f)$ , а также графики полных сопротивлений  $R$  и индуктивности  $L$ , т.е. с учетом: 1) взаимодействия каждой половинки петли с собственным током-изображением; 2) взаимного влияния половинок петли; 3) скин-эффекта в проводе.

На первый взгляд, графики на рис. 10 свидетельствуют о том, что учет взаимного влияния между образующими петлю длинными линиями — во всяком случае, выполненный на основе решения (19) — приводит к лишь несущественным изменениям погонных параметров линий. Что получилось на самом деле иллюстрирует рис. 11, где на измеренные в трех точках петли графики тока (см. рис. 4) наложены модельные зависимости  $I(t)$ , при расчете которых к полученным ранее погонным индуктивности и сопротивлению были добавлены рассчитанные по формулам (20), (21)  $L_2$  и  $R_2$ . Сравнение этих результатов с приведенными на рис. 4 свидетельствует о том, что учет индуктивного взаимодействия между образующими петлю длинными линиями (см. рис. 9) приводит к соответствию между модельными и экспериментально наблюдаемыми скоростями затухания колебаний тока в петле.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Некоторые особенности рассмотренной модели и детали полученных на ее основе результатов заслуживают дополнительного обсуждения.

Так, при использовании выражения (19), было сделано допущение, которое необходимо прокомментировать. Как показано в настоящей статье, а также в предшествующих публикациях [Kozhevnikov, Nikiforov, 1998, 2000; Helwig, Kozhevnikov, 2003; Кожевников, 2006], на высоких частотах петля представляет собой систему с распределенными параметрами, и на ранних временах ток по периметру петли распределяется неравномерно. Формула же (19) получена на основе представления петли в виде системы с сосредоточенными параметрами, т.е. без учета эффектов запаздывания в системе провод—земля. На частотах, соответствующих квазистационарному приближению, эта формула дает приемлемую для инженерных оценок погрешность [Соболев, Шкарлетт, 1967]. Однако *a priori* невозможно оценить, насколько индуктивность и сопротивление, вносимые на высоких частотах в реальную петлю за счет индуктивной связи между ее половинками (см. рис. 9), отличаются от рассчитанных по формулам (20), (21). В этой ситуации не оставалось ничего другого, как воспользоваться формулами (20), (21) в качестве некоторого приближения, а потом посмотреть на результат, который, на наш взгляд, оказался более чем удовлетворительным.

Здесь необходимо отметить, что если бы мы пытались объяснить затухание собственных колебаний тока в петле путем использования только того сопротивления, которое добавляется к собственному сопротивлению петли за счет индуктивной связи между ее половинками, то измеренные колебания тока затухали бы в три раза быстрее по сравнению с модельными. На частоте собственных колебаний две третьих вносимого в петлю сопротивления составляет сопротивление длинной линии, образуемой проводом петли и подстилающей его ВЧР.

При сравнении экспериментального и модельного графиков на рис. 11,  $a$  может возникнуть вопрос, почему ток, измеренный непосредственно на входе ( $x = 0$ ), выключается в течение 5 мкс, тогда как модель предсказывает мгновенное выключение? Скорее всего, это связано с несколькими факторами — во-первых, схемотехническими особенностями электронного ключа, отсоединяющего зажимы петли от батареи за очень короткое, но все-таки конечное время, и, во-вторых, синфазной емкостной наводкой на входные цепи осциллографа, использовавшегося для регистрации устанавливающихся сигналов. Влияние этой наводки максимально при измерениях вблизи зажимов петли, поскольку именно здесь наблюдаются пучности напряжения (см. рис. 3, б). В третьих, по мере приближения к зажимам петли, к которым подключены дополнительные устройства, можно ожидать все больших отклонений системы провод—ВЧР от однородной длинной линии, модель которой была использована для объяснения эксперименталь-

ных результатов. Для исчерпывающего анализа системы петля—ВЧР необходимо воспользоваться общими методами, в числе которых бесспорным лидером является метод конечных элементов [Wang, Liu, 2001].

Учет индуктивного взаимодействия между образующими петлю длинными линиями позволяет не только привести в соответствие модельную и измеренные скорости затухания стоячей волны тока, но и объяснить давно подмеченную зависимость постоянной времени затухания от удельного электрического сопротивления земли [А.с...., 1991]. Как отмечено выше, преобладающее влияние на затухание тока оказывает сопротивление, вносимое за счет скин-эффекта в земле (см. рис. 10), которое, однако, не зависит от удельного электрического сопротивления подстилающей среды. Хотя относительный вклад сопротивления, вносимого за счет индуктивной связи между половинками петли, менее существен, именно эта составляющая погонного сопротивления провода зависит от удельного электрического сопротивления земли. Эта зависимость, во всяком случае, в принципе, делает возможной инверсию колебаний тока в петле с целью оценки удельного электрического сопротивления ВЧР. Не вдаваясь в подробное обсуждение этой темы, отметим только, что для показанных на рис. 10 данных наименьшее расхождение между экспериментальными и модельными графиками  $I(t)$  получается при  $\rho = 500$  Ом·м. Эта величина, найденная путем перебора  $\rho$  в диапазоне от  $10^2$  до  $10^3$  Ом·м, близка к значениям удельного электрического сопротивления, определенным по данным методов переходных процессов и ВЭЗ.

В результате подбора выяснилось, что  $\rho$  влияет не только на скорость затухания колебаний тока, но и на их период. Причина этого заключается в том, что удельное электрическое сопротивление земли оказывает влияние на распределение токов в земле и, тем самым, на погонную индуктивность  $L$  провода, которая, в свою очередь, влияет на скорость распространения электромагнитных волн в линии провод—земля и, соответственно, на частоту стоячих волн тока и напряжения, возникающих в каждой из линий после отключения петли от источника.

Если речь идет о периоде колебаний, наряду с  $\rho$  в качестве подгоночного параметра можно использовать погонную емкость ( $C$ ) линии, поскольку емкость наряду с индуктивностью влияет на постоянную распространения, определяющую скорость электромагнитных волн в линии. Напомним, что емкость разложенного на местности провода зависит от многих факторов, которые не поддаются точному учету. Полученное в результате подгонки «наилучшее» значение  $C$  следует рассматривать как некоторый эффективный параметр, который в принципе невозможно рассчитать *a priori*. В этой связи необходимо отметить еще один момент. До того, как было учтено взаимное влияние линий, мы пытались путем подгонки погонной емкости уменьшить расхождение между периодами измеренных и модельных колебаний тока. При этом удавалось добиться хорошего совпадения либо на ранних, либо на поздних временах, но не во всем временном диапазоне. Учет взаимной индуктивности между половинками петли позволил не только объяснить измеренную скорость затухания амплитуды стоячих волн тока, но и привел к тому, что периоды измеренных и модельных колебаний тока совпали во всем временном диапазоне (см. рис. 11, б, в).

В заключение необходимо отметить, что погонные параметры, входящие в уравнение (9), должны записываться с учетом добавки  $Z_2$ , вносимой в провод за счет индуктивного взаимодействия между «половинками» петли.

## ВЫВОДЫ

В области ранних времен провод горизонтальной незаземленной петли в совокупности с подстилающей его ВЧР должен рассматриваться как длинная линия, выключение тока в которой описывается волновым уравнением.

Процесс выключения тока в системе провод—ВЧР может быть представлен в виде суперпозиции волн различной длины и частоты, распространяющихся в обоих направлениях и отражающихся от зажимов и центральной точки периметра петли.

Шунтирование петли резистором с сопротивлением, равным удвоенному волновому сопротивлению линии провод—ВЧР, обеспечивает режим согласования для волн тока, распространяющихся от средней точки петли к ее зажимам. Благодаря этому высокочастотные колебания тока не возникают, и процесс выключения тока заканчивается в течение времени, равного половине периода собственных колебаний тока в петле.

На ранних временах незаземленная горизонтальная петля не является симметричной, и ее первичное магнитное поле отличается от предсказываемого теорией индуктивной электроразведки.

Первичные параметры линии провод—земля сложным образом зависят от удельной электропроводности ВЧР и частоты и/или времени. Поэтому в общем случае решение волнового уравнения, описывающего процесс выключения тока в петле, представляет значительные трудности.

Анализ процесса выключения тока в незаземленной петле удалось выполнить средствами теории длинных линий за счет представления петли в виде симметричной комбинации двух идентичных длинных линий с закороченными выходами.

Даже в том случае, когда первичные параметры линий, образующих петлю, зависят от частоты и удельного электрического сопротивления земли, задача легко решается в частотной области, после чего осуществляется трансформация во временную область.

В результате сопоставления измеренных и модельных графиков затухания амплитуды стоячих волн тока в петле показано, что при расчете первичных параметров системы провод петли—земля необходимо учитывать: 1) взаимодействие каждой из двух линий, образующих петлю, с собственным током-изображением; 2) взаимное влияние линий; 3) скин-эффект в проводе.

Взаимное влияние линий приводит к зависимости их первичных параметров, и, соответственно, параметров петли в целом, от удельного электрического сопротивления земли, что — во всяком случае, в принципе — дает основание рассматривать высокочастотные колебания тока в петле в качестве источника информации об электрических свойствах ВЧР.

Автор благодарен рецензентам А.К. Захаркину и В.С. Могилатову, которые внимательно прочитали рукопись и высказали ценные замечания по улучшению статьи.

#### ЛИТЕРАТУРА

**Алексеев Е.П., Яковлев А.В.** Определение электрических параметров питающих линий импульсным методом // Геофизическая аппаратура, 1982, вып. 75, с. 29—35.

**Алексеев Е.П., Вешев А.В., Яковлев А.В.** Экспериментальное определение электрических параметров и оптимальный режим работы питающих линий // Геофизическая аппаратура, 1978, вып. 66, с. 49—58.

**А.с. № 16995248 СССР.** Способ геоэлектроразведки / Вахромеев Г.С., Кожевников Н.О., Никифоров С.П., Никитин И.В. Опубл. в Б.И., 1991, № 44.

**Араманович И.Г., Левин И.И.** Уравнения математической физики. М., Наука. 1969, 288 с.

**Базуткин В.В., Дмоховская Л.Ф.** Расчеты переходных процессов и перенапряжений. М., Энергоатомиздат, 1983, 328 с.

**Баскаков С.И.** Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. М., Высшая школа, 1980, 152 с.

**Вешев А.В.** Электропрофилирование на постоянном и переменном токе. Л., Недра, 1980, 391 с.

**Вешев А.В., Яковлев А.В., Сапожников Б.Г.** Эквивалентные схемы и параметры приемных линий // Геофизическая аппаратура, 1974, вып. 55, с. 46—56.

**Вишняков А.Э., Вишнякова К.А.** Возбуждение и измерение полей в электроразведке. Л., Недра, 1974, 129 с.

**Джонсон Г., Грэхем М.** Высокоскоростная передача цифровых данных: высший курс черной магии. Пер. с англ. М., Издательский дом «Вильямс», 2005, 1024 с.

**Евдокимов Р.В., Савельев Н.Н., Маряревский К.В.** Настройка питающей линии в методе БДК // Геофизическая аппаратура, 1974, вып. 55, с. 64—71.

**Ефимов Ф.Д.** Переходный процесс приемной рамки и его влияние на результаты наблюдений в дипольном варианте МПП // Методы разведочной геофизики. Электроразведка: НПО «Геофизика», 1976, вып. 26, с. 72—79.

**Захаркин А.К.** Методические рекомендации по электроразведочным работам методом ЗСБ с аппаратурой «ЦИКЛ». Новосибирск, СНИИГГиМС, 1981, 99 с.

**Кожевников Н.О.** Незаземленная горизонтальная петля как система с распределенными параметрами // Геофизика, 2006, № 1, с. 29—39.

**Кожевников Н.О., Плотников А.Е.** Оценка возможностей метода переходных процессов при изучении верхней части геологического разреза // Геофизика, 2004, № 6, с. 33—38.

**Лавров Г.А., Князев А.С.** Подземные и приземные антенны. М., Советское радио, 1965, 472 с.

**Нахабцев А.С., Сапожников Б.Г., Яблучанский А.И.** Электропрофилирование с незаземленными рабочими линиями. Л., Недра, 1985, 96 с.

**Николаев Ю.В., Сидоров В.А., Ткаченко А.К.** Собственные процессы в совмещенных приемно-генераторных контурах при зондированиях становлением поля. М., 1988. Деп. в ВИНТИ 04.04.08, № 2563 — В88, 15 с.

**Соболев В.С., Шкарлетт Ю.М.** Накладные и экранные датчики (для контроля методом вихревых токов). Новосибирск, Наука, 1967, 144 с.

**Соколов В.П., Табаровский Л.А., Рабинович Б.И.** Преобразование переходных характеристик для импульсов сложной формы // Теория и опыт применения электромагнитных полей в разведочной геофизике. Новосибирск, ИГ СО РАН, 1978, с. 81—92.



**Шимони К.** Теоретическая электротехника. Пер. с нем. М., Мир, 1964, 774 с.

**Hayles J.G., Sinha A.K.** A portable local loop VLF transmitter for geological fracture mapping, *Geophysical Prospecting*, 1986, № 34, с. 873—896.

**Helwig S.L., Kozhevnikov N.O.** Schwingungen in TEM Sendesignalen zu frühen Zeiten, 20 Kolloquium Elektromagnetische Tiefenforschung, Königstein, 29.09.—3.10.2003 / Hrsg.: A. Hördt und J.B. Stoll, 2003, S. 11—20.

**Kozhevnikov N.O., Nikiforov S.P.** Distributed EM parameters of an ungrounded horizontal loop and their relation to the near-surface geoelectrical features // *Proceedings of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, Chicago, USA, EEGS, 1998, p. 1019—1027.

**Kozhevnikov N.O., Nikiforov S.P.** Early time TEM response of an ungrounded horizontal loop — a new look: 62nd EAGE Conference, Expanded Abstracts, Glasgow, D-11. 2000.

**Qian B.** Selection of frequency bandwidth of a TEM receiving system to avoid false anomalies // *Geoprospection*, 1985, № 23, p. 519—526.

**Wang Yaw-Juen, Lui Shi-Jie.** A review of methods for calculation of frequency-dependent impedance of overhead power transmission lines // *Proc. Natl. Sci. Coun. ROC(A)*, 2001, v. 25, № 6, p. 329—338.

*Рекомендована к печати 24 сентября  
2008 г. М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию  
7 февраля 2008 г.*