РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2019 № 5

УДК 622.831

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СМЕШИВАНИЯ РУДЫ ПРИ ВЫПУСКЕ ИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ БЛОКОВ

Ф. Кходаяри, Я. Поуррахимиан, В. В. Лиу

Альбертский университет,
E-mail: yashar.pourrahimian@ualberta.ca, *T6G1H9, г. Эдмонтон, Канада*

Предложена имитационная модель смешивания руды при выпуске из блоков. Рассмотрено движение горной массы, поступающей в выпускные дучки во время извлечения, а также при горизонтальном перемещении в пределах смежных выпускных потоков. Сформулированы различные варианты сценариев с применением имитационного моделирования процесса горизонтального смешивания между соседними слоями в пределах соседнего радиуса. Один из этапов процесса оптимизации — расчет оптимальной высоты извлечения для выпускных потоков горной массы. Данная модель способствует надежному планированию горных работ, учитывает процесс горизонтального смешивания горной массы и различные типы неустойки по содержанию ценного компонента и является гибким инструментом для достижения поставленных задач.

Блоковое обрушение, производственное планирование, оптимизация, горизонтальное смешивание, математическое моделирование

DOI: 10.15372/FTPRPI20190512

Гравитация — главный движущий фактор при добыче системой блокового обрушения. Подготовка осуществляется посредством заходок под рудным телом. Вследствие этого образуется выработанное пространство; горная порода обрушается, проходит через специально спроектированные рудоприемные воронки (дучки) и транспортируется на поверхность для последующей переработки (рис. 1). Использовалась итоговая блоковая модель, полученная в ходе оценки ресурсов, для построения модели слоя, в которой каждый слой является совокупностью нескольких блоков и характеризуется сортом, плотностью, а также переменной решения для математического моделирования (рис. 2). Производственное планирование при таком режиме предполагает установление направления продвижения очистных работ с указанием объемов горных пород, извлекаемых при помощи каждого выпускного отверстия в установленные периоды.

Производственное планирование влияет на эффективность проекта и связано с управлением денежными потоками. Однако при разработке с применением блокового обрушения производительность добычи руды зависит от факторов неопределенности, соотносящихся

с движением породы (рис. 3). Результатом становится усложнение оптимизации производственного планирования, а план добычи, разработанный без учета движения породы, нецелесообразен.

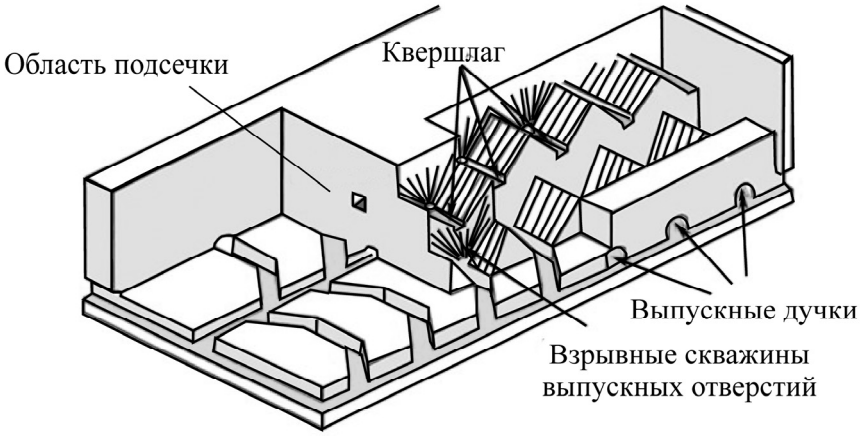

Рис. 1. Добыча с применением системы разработки блокового обрушения

В настоящей работе вероятностная модель нацелена на выявление факторов неопределенности, связанных с движением горной массы, для составления графиков добычи, которые применяются в реальных условиях. Чтобы учесть движение породы, для оптимизационной модели вводилось понятие “высота зоны взаимодействия” (рис. 3). Слои, попадающие в диапазон этой зоны, сразу же извлекались из соответствующих выпускных дучек, так как горизонтальное смешивание не происходило. Разработано несколько сценариев для моделирования возможных горизонтальных движений горных пород в пределах радиусов смежных слоев. Увеличение производственного плана и чистого дисконтированного дохода при добыче руды достигается посредством горизонтального смешивания между потоками горной массы, извлекаемой с помощью выпускных дучек. В вероятностной частично-целочисленной модели оптимизации слои, выпускные дучки, а также отклонения представлены целочисленными и непрерывными переменными. Кроме того, рассчитана оптимальная высота извлечения, являющаяся частью оптимизации производственного планирования.

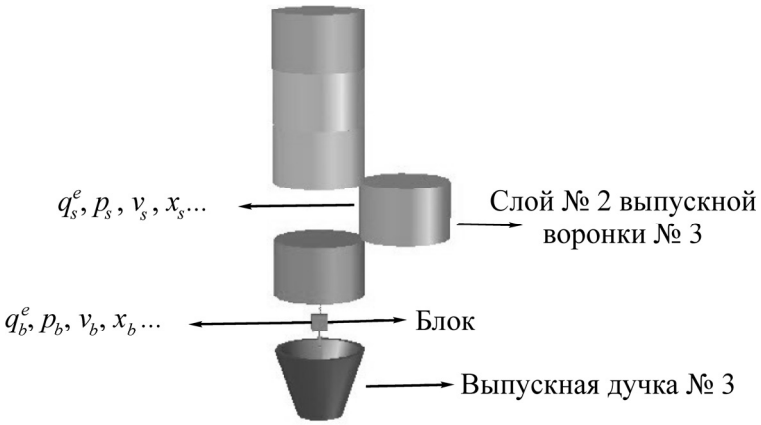

Рис. 2. Модель слоя

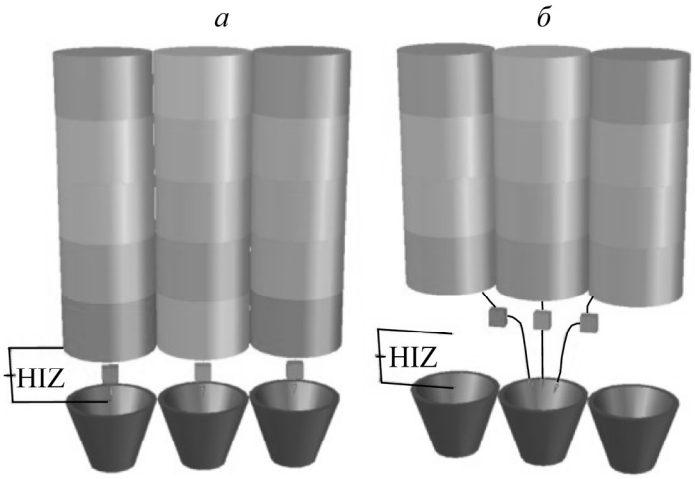

Рис. 3. Горизонтальное смешивание горной породы и его влияние на производительность: *а* — ниже высоты зоны взаимодействия; *б* — выше нее; HIZ — высота зоны взаимодействия

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ СИСТЕМОЙ БЛОКОВОГО ОБРУШЕНИЯ

Оптимизация планирования добычи для открытых горных выработок и подземных шахт описана в многочисленных исследованиях. С целью изучения системы блокового обрушения применялось частично-целочисленное линейное программирование. Существует несколько моделей, выполненных при помощи линейного и квадратичного программирования для решения проблемы оптимизации производственного планирования [1]. Представим краткий обзор существующих исследований, посвященных данной тематике.

Одно из первых исследований, использовавших математическое программирование в операциях по добыче полезных ископаемых системой блокового обрушения и частично-целочисленное линейное программирование для оптимизации последовательности операций на месторождении Тункуанюй в Китае, дано в [2]. В [3] представлена модель долгосрочного производственного планирования для алмазного месторождения в Южной Африке с привлечением линейного и частично-целочисленного линейного программирования для повышения чистого дисконтированного дохода проекта. Обозначены две стратегические цели: минимизировать чистый дисконтированный доход и определить оптимальный эксплуатационный срок для проекта [4]. Для модели, созданной при помощи частично-целочисленного линейного программирования, в качестве целей обозначена минимизация отклонений от теоретических значений объемов добычи с учетом выполнения производственного плана. Предположено, что фактор смешивания горных пород имеет несущественное значение [5].

В [6] применяется частично-целочисленное линейное программирование для контроля месячной выработки и формы зоны обрушения, предприняты попытки включения в производственный план геотехнических ограничений, например связанных с темпами добычи; выявлено, что наименьшие отклонения от относительного показателя темпа добычи обусловливают более постоянную форму зоны обрушения, но в результате снижают объемы производства. В [7] описана возможность получения необходимых результатов при задействовании модели частично-целочисленного линейного программирования с целью оптимизации производственного планирования на руднике Нортпаркес E48.

Создана модель при помощи частично-целочисленного программирования для установления сроков выемки каждого блока в пределах выемочного слоя. Реализованы методы обобщения для уменьшения размера модели и сокращения времени на обработку данных [8].

Изображена модель разработки открытым способом для определения оптимальной последовательности выпуска породы при добыче системой блокового обрушения. Испытание модели, проводившееся на объекте с 322 выпускными дучками, продемонстрировало возможность повышения целевых функций до 50 % при оптимальной последовательности [9].

Три модели вероятностного программирования разработаны для оптимизации последовательности выемки. Использование одной из них для двух пакетов данных показало возможность определения последовательности выпуска горных пород, но сложность заключается в выборе лучшей модели из рассматриваемых вариантов [10].

Представлены модели частично-целочисленного линейного программирования, подготовленные для повышения чистого дисконтированного дохода проекта по добыче системой блокового обрушения в течение всего срока эксплуатации месторождения [11].

В [12] с целью обеспечения проектировщиков шахты выбором альтернатив в зависимости от времени и уровня решения сформулированы задачи по оптимизации производственного планирования на трех уровнях: блока; выпускной дучки; выпускной дучки и слоя [12].

С помощью модели частично-целочисленного программирования предпринята попытка установить факторы колебания цены на медь для минимизации чистого дисконтированного дохода проекта по добыче методом блокового обрушения на месторождении в Чили. Выявлены преимущества применения моделей вероятностного программирования в проектах по добыче полезных ископаемых [13].

Предложена модель, в которой оптимальная высота извлечения выступала в качестве элемента для определения наиболее подходящей последовательности в процессе блокового обрушения. Объем ресурсов рассматривался как результат оптимизации [14].

Показана модель частично-целочисленного линейного программирования для оптимизации плана горных работ с учетом кривой, отражающей темпы добычи как ограничивающего геотехнического фактора [15]. В [16] описана кластерная модель для оптимизации долгосрочного производственного планирования добычи с блоковым обрушением.

Рассмотрена система контроля выемки в близлежащей области с целью повышения чистого дисконтированного дохода проекта [17]. Для определения оптимального уровня извлечения с блоковым обрушением с учетом отклонений, связанных с оценкой качества пород, применено последовательное гауссовское моделирование и частично-целочисленное линейное программирование [18]. Модель линейного программирования разработана для установления извлекаемой горной массы в тоннах для каждой выпускной дучки и повышения чистого дисконтированного дохода проекта [19].

В [20] изображена модель квадратичного программирования для управления формой зоны обрушения путем уменьшения отклонений между фактическими и целевыми объемами добычи. В модели не учитывалось взаимодействие между соседними выпускными дучками.

Модель квадратичного программирования, используемая в производственном планировании, представлена в [21]. В ней приведены параметры выемки к единообразию для уменьшения факторов, влияющих на качество производства.

Среди вышеупомянутых моделей наиболее распространенные условия — допустимая производительность и количество задействованных выпускных дучек за смену, ограничения по качеству извлекаемых пород, а также по объему добычи, темпы и показатель добычи, срок эксплуатации месторождения, последовательность выполнения работ по добыче.

ДВИЖЕНИЕ ГОРНОЙ МАССЫ

Публикации, посвященные движению материалов, можно разделить на три категории: численные модели, пробные эксперименты и полномасштабные испытания.

В ходе разработки программного обеспечения FlowSim реализованы численные методы для моделирования движения обрушенной породы под действием гравитационных сил. Калибровка предложенной модели проводилась с помощью реальных данных, полученных в процессе двух операций по добыче на месторождении в Чили [22]. В [23] рассмотрен метод дискретных элементов для определения различных зон движения (обособленных зон) в обрушенной горной породе.

Предложен вероятностный подход, где представлено исследование движения породы в процессе разработки с блоковым обрушением. Использована теорема Паскаля для выявления вероятных движений породы в пределах соседних зон вследствие образования пустот во время извлечения горной массы из выпускных отверстий. Установлено, что вероятностные модели эффективнее методов конечных элементов, несмотря на необходимость конкретного объема информации о породном массиве. Размер растровой ячейки — один из основных критериев в модели Гибсона, и любые изменения влияют на результаты [24].

Спроектирована испытательная установка для изучения механизмов движения несвязного материала при извлечении из отдельной выпускной дучки. Определено, что крупность дробления, диаметр выпускного отверстия, а также вертикальная нагрузка — факторы, влияющие на движение материала [25].

Проведено несколько контрольных испытаний для изучения эллиптической формы выпуска руды; предложена методика прогнозирования процесса извлечения и формы зон, образующихся при движении горной массы, а также их изменения [26].

Описано полномасштабное испытание на австралийских месторождениях Риджуэй Дипс и Кадиа Ист, где разработка ведется системой блокового обрушения. Использована разметка для численного выражения и оценки разработки, геометрической конфигурации зоны выемки, а также определения механизмов, регулирующих поведение и движение потоков породного материала. Показано, что эксперименты с разметкой дают необходимое понимание о формировании зоны выемки на этапе подрубки и стадии добычи [27].

Для изучения потоков породного материала под воздействием гравитационных сил применена методика “умной” разметки на блоке 2 (шахта Эсмеральда, месторождение Эль Теньенте). Основные цели — выявить взаимодействие между зонами выемки, рассчитать объемы добычи, оценить характеристики движения обрушенной породы, а также создать модель потока породы. Обнаружено, что зона выемки зависит от условий фрагментации и плана добычи; горизонтальное смешивание происходит выше в случае последовательного извлечения [28].

Опубликовано большое количество работ, посвященных оптимизации производственного планирования и движению породного материала в процессе выпуска; однако оба направления рассматривались по отдельности, проведено недостаточно исследований, учитывающих фактор движения материала в оптимизации планирования горных работ. Оптимизированный план работ обеспечивает успешное проведение разработки, а моделирование породных потоков при выпуске дает необходимое понимание процесса обрушения; но только одновременное рассмотрение этих задач целесообразно.

Цель настоящей работы — изучить факторы неопределенности при движении горной массы в рамках оптимизации производственного плана; разработать план по добыче руды, в котором будут учтены не только технические требования, но и процесс горизонтального смешивания, смоделированный на этапе оптимизации.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Приведенные сценарии основаны на концепции смежности потоков обрушенной руды. Для каждого слоя горизонтальное “соседство” определяется радиусом смежности от центра до слоя, все соседние слои (расстояние от центра до центра слоя $s \le R$) называются смежными по отношению к заданному слою (рис. 4). Для слоя s создается совокупность P_s, включающая слой s и все смежные с ним. На следующем этапе из совокупности генерируются случайные образцы с целью моделирования различных сценариев для каждого слоя с учетом горизонтального смешивания в процессе выпуска породы из дучек.

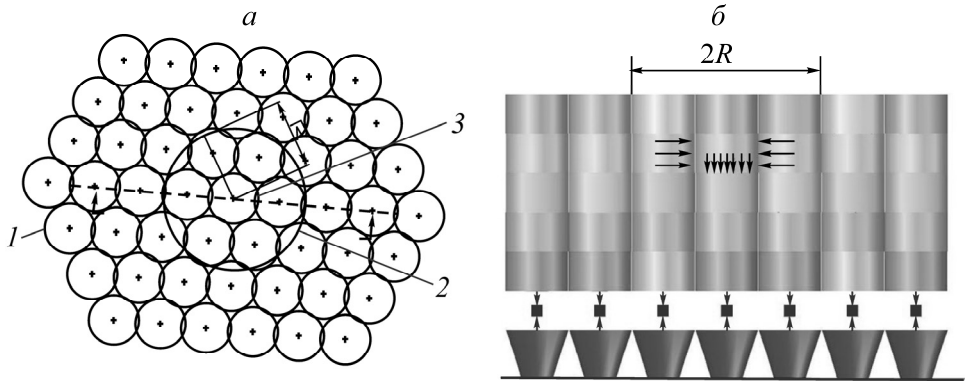

Рис. 4. Принцип смежности: план расположения смежных выпускных дучек (*а*) и смежных слоев (*б*): *1* — выпускные дучки; *2* — зона смежности для дучки; *3* — дучка в зоне смежности

В данном исследовании рассматриваются только горизонтальные движения породы, поэтому зона смежности представлена в двух измерениях 2D. Совокупности для тоннажа руды $P_{s,o}$ и содержания ценного компонента $P_{s,g}$ определялись по смежным слоям, после чего разрабатывались сценарии при помощи выборки из полученных совокупностей. Данный процесс представлен следующими уравнениями:

$$P_{s,o} = \{o_1, ..., o_A\} \quad \text{при} \quad s \in \{1, ..., S\},$$

$$o_{s,n} = \text{выборка } (\mathrm{P}_{s,o}), \quad \forall n \in \{1, ..., N\},\ s \in \{1, ..., S\},$$

$$P_{s,g} = \{g_1, ..., g_A\} \quad \text{при} \quad s \in \{1, ..., S\},$$

$$g_{s,n} = \text{выборка } (\mathrm{P}_{s,g}), \quad \forall n \in \{1, ..., N\},\ s \in \{1, ..., S\},$$

где $s \in \{1, ..., S\}$, $n \in \{1, ..., N\}$ — показатели для отдельно взятых слоев и отдельно взятого сценария.

Для слоя s с исходным содержанием компонента 0.51 % и с учетом 19 слоев, расположенных в непосредственной близости (согласно радиусу смежности), совокупность определяется набором значений исходного содержания компонента для всех слоев и слоя s. На следующем этапе разрабатываются сценарии, в данном случае их 15.

Данная модель предполагает, что порода из каждого выемочного слоя, находящегося в смежной зоне, извлекается посредством одной и той же дучки, определенной для данного выемочного потока: горизонтального смешивания не случится для слоев, размещенных в пределах зоны взаимодействия (рис. 3). Высота последней рассчитывается в соответствии с графиком Лаубшера [29].

Пример создания совокупности для слоев, расположенных в зоне смежности, и разработка 15 сценариев, %

Совокупность ID	Содержание компонента	Сценарий	Содержание компонента
1	0.51	1	0.45
2	0.71	2	0.51
3	0.61	3	0.64
4	0.71	4	0.51
5	0.60	5	0.71
6	0.64	6	0.44
7	0.56	7	0.47
8	0.41	8	0.56
9	0.49	9	0.43
10	0.41	10	0.51
11	0.46	11	0.49
12	0.44	12	0.41
13	0.45	13	0.49
14	0.47	14	0.49
15	0.45	15	0.71
16	0.49		
17	0.44		
18	0.49		
19	0.44		
20	0.43		

ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ

Целевая функция определяется уравнением

$$\begin{aligned}&\text{Увеличение } \sum_{t=1}^{T}\sum_{s=1}^{S} E\{(\text{ЧДД}_{s,t})\}\, x_{s,t} - \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\{\text{отклонения по объему руды}\}_{n,t} - \\ &-\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\{\text{отклонения по содержанию компонента}\}_{n,t} = \\ &= \sum_{t=1}^{T}\sum_{s=1}^{S}\left(\frac{(p^e r^e Eg_s^e - c)E\rho_s V_s}{(1+i)^t}\right) x_{s,t} - \\ &-\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{N}\left(\frac{c^{lo} dev_{\text{n},t}^{lo} + c^{uo} dev_{n,t}^{uo}}{(1+i)^t}\right) - \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{N}\left(\frac{c^{\text{lg}} dev_{\text{n},t}^{\text{lg}} + c^{ug} dev_{n,t}^{u\,\text{g}}}{(1+i)^t}\right),\end{aligned} \tag{1}$$

где ЧДД — чистый дисконтированный доход; g_s^e — содержание элемента *e* для слоя *s*; Eg_s^e — прогнозируемое содержание элемента *e* для слоя *s*, рассчитанное с учетом всех сценариев; ρ_s — плотность слоя *s*, т/м^3; $E\rho_s$ — прогнозируемая плотность слоя *s*, т/м^3, рассчитанная с учетом всех сценариев; V_s — объем слоя *s*, м^3; $x_{s,t} \in \{0,1\}$ — двоичная переменная решения, определяющая производимость выемки слоя *s* за период *t* ($x_{s,t} = 1$ или $x_{s,t} = 0$); $dev_{n,t}^{uo} \in [0,\infty)$ —

количество полученной руды, превышающее целевое значение в сценарии n за период t; $dev_{n,t}^{lo} \in [0,\infty)$ — количество полученной руды, не достигающее целевого значения в сценарии n за период t; $dev_{n,t}^{ug} \in [0,\infty)$ — количество ценного компонента (содержание металла), превышающее целевое значение в сценарии n в период t; $dev_{n,t}^{lg} \in [0,\infty)$ — количество ценного компонента (содержание металла), не достигающего целевого значения в сценарии n в период t; c^{lo} — издержки при добыче руды в количестве меньшем, чем плановое значение, долл.; c^{uo} — издержки при добыче руды в количестве большем, чем плановое значение, долл.; c^{lg} — издержки при содержании ценного компонента в количестве меньшем, чем плановое значение, долл.; c^{ug} — издержки при содержании ценного компонента в количестве большем, чем плановое значение, долл.; i — ставка дисконтирования.

Первая часть уравнения (1) подразумевает увеличение чистого дисконтированного дохода проекта. Расчеты осуществлялись с применением наименьшей единицы, в данном случае это слой. Переменная решения $x_{s,t}$ являлась частью набора переменных и характеризовала слой s в период t; она равна 1, если слой s извлекался в период t, или нулю, если данное условие не выполнялось. Вторая и третья части уменьшают отклонения в процессе производства от плановых значений по объемам добычи и содержанию ценного компонента соответственно (в течение всего периода разработки месторождения). Планируемые значения добычи руды в тоннах и процентное содержание ценного компонента учитывались в расчетах чистого дисконтированного дохода. Ставка дисконтирования i распространялась как на доход, так и на отклонения. В целевой функции отклонения регулировались четырьмя видами неустойки: два из них связаны с избыточным и недостаточным объемом добычи руды (c^{lo}, c^{uo}), другие — с избыточным и недостаточным процентным содержанием ценного компонента (c^{lg}, c^{ug}) по сравнению с целевыми показателями.

УСЛОВИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Данные условия связаны с переменными решения. Первый набор переменных решений $x_{s,t}$ относится к слоям, второй набор $y_{d,t}$ — к выпускным дучкам. Логическая последовательность выражена в следующих уравнениях:

$$y_{d,t} - M\sum_{s=1}^{N_{Sd}} x_{s,t} \le 0, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\},$$

$$\sum_{s=1}^{N_{Sd}} x_{s,t} - My_{d,t} \le 0, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\},$$

где $t \in \{1,...,T\}$ — показатель для планирования периодов; $d \in \{1,...,D\}$ — для отдельно взятых выпускных дучек; $x_{s,t} \in \{0,1\}$ — двоичная переменная решения, определяющая производимость выемки слоя s за период t ($x_{s,t} = 1$ или $x_{s,t} = 0$); $y_{d,t} \in \{0,1\}$ — двоичная переменная решения, определяющая активность выпускной дучки d в период t ($y_{d,t} = 1$ или $y_{d,t} = 0$); N_{Sd} — количество слоев, относящихся к выпускной дучке d; M — общий цифровой показатель, выбираемый исходя из максимального количества слоев в выемочных столбах.

Третий набор переменных решения определяет условия, связанные с процессом непрерывной добычи и порядком выемки. Он устанавливается по принципу процентного извлечения в процессе добычи руды. Переменная $z_{d,t}$ характеризует выпускную дучку d в период t; если

процентное извлечение для дучки d в период t равно 0, данная переменная тоже равна 0, при ином условии ее значение равно 1; уравнения (2) – (4) — связующие для второго и третьего набора переменных решения:

$$DP_{d,t'} = \sum_{t=1}^{t'} y_{d,t}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}; \tag{2}$$

$$DP_{d,t'} \le Mz_{d,t}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}, \tag{3}$$

$$z_{d,t} \le MDP_{d,t'}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}, \tag{4}$$

где t' — текущий период, необходимо выполнение условий для всех периодов $t \in \{1,...,T\}$; $z_{d,t} \in \{0, 1\}$ — двоичная переменная решения, определяющая начало выемки из выпускной дучки d в период t ($z_{d,t} = 1$ или $z_{d,t} = 0$); $DP_{d,t'}$ — процент выпуска из дучки: часть выемочного столба, извлеченная из выпускной дучки d в период с $t = 1$ по t'.

ТЕХНИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ

Производительность. Объем производства ограничивается особенностями горнодобывающего оборудования, требованиями обогатительной фабрики и спросом на рынке. Данное условие гарантирует, что при различных сценариях объемы производства максимально приблизятся к целевым показателям на протяжении всего периода разработки месторождения $\hat{o}_t$:

$$\left\{\sum_{s=1}^{S} \rho_{s,n} V_s x_{s,t}\right\} - \hat{o}_t + dev_n^{lo} - dev_n^{uo} = 0, \qquad \forall n \in \{1,...,N\},\ t \in \{1,...,T\},$$

где $\hat{o}_t$ — плановое значение объемов руды, добытой за период t, которое устанавливается в соответствии с производственными задачами и требованиями к переработке.

Содержание ценного компонента ограничивается условиями обогатительной фабрики. Процентное содержание ценного компонента максимально приближается к плановым показателям при любом сценарии на протяжении всего периода существования проекта $\hat{g}_t^e$:

$$\sum_{s=1}^{S} (g_{s,n} - \hat{g}_t^e) \rho_{s,n} V_s x_{s,t} + dev_n^{\lg} - dev_n^{ug} = 0, \qquad \forall n \in \{1,...,N\},\ t \in \{1,...,T\},$$

здесь $\hat{g}_t^e$ — плановое значение содержания элемента e, полученного за период t, которое устанавливается в соответствии с производственными задачами и требованиями к переработке.

Объем ресурсов гарантирует, что в модели объемы извлечения не превысят реальные объемы руды для конкретного месторождения. Модель разработана с условием полного извлечения ресурсов (в случае эквивалентности), если цель — максимальная добыча руды:

$$\sum_{t=1}^{T} x_{s,t} \le 1, \qquad \forall s \in \{1,...,S\}.$$

Активные выпускные дучки. Из-за особенностей производственного процесса только определенное количество выпускных дучек может одновременно находиться в активном режиме:

$$\min Act_t \le \sum_{d=1}^{D} y_{d,t} \le \max Act_t \quad \text{при } t \in \{1,...,T\},$$

где $\min Act_t$ — минимальное количество активных дучек за период t; $\max Act_t$ — максимальное количество активных дучек за период t.

Направление продвижения фронта горных работ. Принятие решения о начальной точке и направлении продвижения горных работ в условиях спроектированного участка, на котором ведется разработка системой блокового обрушения, влияет на выбор очередности выполнения оперативных задач в течение всего периода существования проекта. Направление продвижения забоя при осуществлении последовательной горизонтальной выемки посредством выпускных дучек определено на основе экономических и геотехнических критериев. Если нет геотехнических ограничений, обусловливающих направление продвижения забоя, главным фактором, обуславливающим выбор начальной точки и направления, становится экономическая выгода. В [30] предложена методика установления оптимального направления продвижения фронта горных работ, основанная на экономической ценности выемочных слоев. Она применена в настоящем исследовании для фиксирования начальной точки и оптимального направления заходки, а затем определялась последовательность выпуска руды из дучек в соответствии с планом горных работ. Обеспечивается последовательность выемки, установленная производственным планом:

$$z_{d,t} \le y_{d_p,t}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}.$$

Последовательность извлечения слоев (вертикальная). Данное условие контролирует последовательность при извлечении слоев в каждом выемочном потоке в течение всего периода разработки:

$$x_{s,t} \le \sum_{t=1}^{t} x_{s_p,t}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}.$$

Это уравнение гарантирует, что в каждый период t слой s (в выемочном столбе, относящемся к выпускной дучке d) извлекут только после выемки слоя s_p, расположенного под ним, в течение предыдущего периода или в тот же период t.

Непрерывная разработка. При разработке методом блокового обрушения эксплуатация открытой выпускной дучки осуществляется на протяжении всего периода действия. Любая приостановка процесса может привести к спрессовыванию горной массы, что повлечет вторичное взрывание или потерю оставшегося количества руды в выемочном слое. После прохождения горной массы в выпускной дучке выпуск остается активным на протяжении всех последующих лет даже при минимальном темпе выемки DR_{min} вплоть до самого закрытия:

$$y_{d,t} \le y_{d,t-1} + (1 - z_{d,t}), \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\}.$$

Темп выемки. Темп выемки, при котором подразумевается полное извлечение породы из каждой дучки за период t, ограничивается максимальным и минимальным объемом. Данное условие определяется геомеханическими параметрами, геометрическими характеристиками дучек и рудоспуска, горным оборудованием, а также поставленными производственными задачами. При этом темп выемки не должен выходить за обозначенные пределы ($DR_{\min}$ до $DR_{\max}$); однако учитывается график темпов производства.

$$DR_{\min} y_{d,t} \le \sum_{s=1}^{s_d} \rho_s V_s x_{s,t} \le DR_{\max}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}, t \in \{1,...,T\},$$

где $DR_{\min}$, $DR_{\max}$ — минимальный и максимальный темп выемки.

Период выемки. Срок эксплуатации дучек ограничен так называемым периодом выемки. Он зависит от геомеханических, производственных и экономических параметров. Это условие обеспечивает активность каждой выпускной дучки в течение определенного периода:

$$DL_{\min} \le \sum_{t=1}^{T} y_{d,t} \le DL_{\max}, \qquad \forall d \in \{1,...,D\}.$$

РЕШЕНИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для построения модели на основе упомянутой целевой функции и перечисленных условий использован пакет программ MATLAB R2017a [31]. Применен модуль CPLEX IBM12.7.1. В его основе лежит метод ветвлений и отсечений для решения задач частично-целочисленного линейного программирования. Данный алгоритм подразумевает создание дерева поиска, состоящего из узлов, которые представляют подзадачи линейного программирования, в дальнейшем они решаются и анализируются. Узлы обрабатываются до тех пор, пока в доступе не останется ни одного активного узла, или до достижения определенного предела. Создание двух узлов из родительского называется ветвью. Отсечение — ограничивающие условие для уменьшения размера области решения [32].

Предложенная модель реализована в процессе разработки системой блокового обрушения, в которой предусматривалось создание 640 выпускных дучек (рис. 5). Согласно схеме, каждый выемочный поток над выпускной дучкой состоит из нескольких слоев, суммарное количество которых составляет 5260. Для первого набора переменных решения каждому слою в каждый период присвоена одна переменная решения. На рис. 6 и 7 показаны тоннаж руды и содержание ценного компонента для модели слоя соответственно. Срок существования шахты — 15 лет со стартовой производительностью 3 млн т и 3-летним периодом наращивания темпов до достижения плановой производительности (7 млн т в год). Функция выборки данных в программе MATLAB применятся для создания 15 сценариев смешивания. Порядок извлечения между выпускными дучками устанавливался с учетом распределения экономической ценности руды в плане.

В рассматриваемом примере руды с более высокой экономической ценностью находились в северо-западной части (рис. 8). Модель создавалась таким образом, чтобы извлечение начиналось с области, представляющей большую экономическую выгоду, далее продвижение зависит от области, образованной при обрушении блока (площадное распространение). Также предусмотрена *V*-образная разработка для образования вогнутой поверхности горизонтальной подсечки, обеспечивающей лучший контроль основных структур и более безопасную подрубку. Таким образом, разработка начинается от участка *A* ($x = 1962$, $y = 1434$) и продвигается в сторону юго-востока и северо-запада с использованием *V*-образной выемки одновременно по двум направлениям.

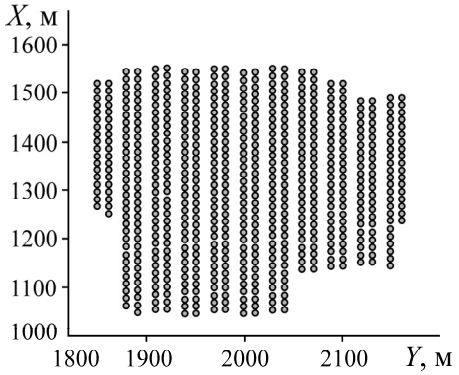

Рис. 5. Расположение выпускных дучек

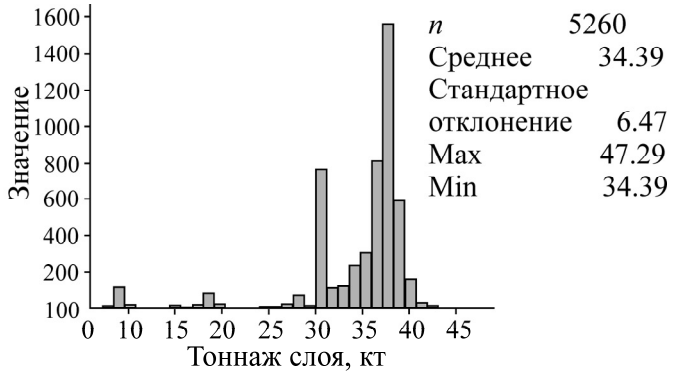

Рис. 6. Гистограмма тоннажа руды для слоя

Отклонения, связанные с неустойкой, устанавливаются в соответствии с целевыми значениями по содержанию ценного компонента и объемам добычи руды. Для текущих работ по обрушению, согласно планированию, проанализированы два вида неустойки (случай A и B) с целью изучения влияния на результаты, долл.: по содержанию ценного компонента A = 10, B = 50; по объему полученной руды A = 10, B = 10.

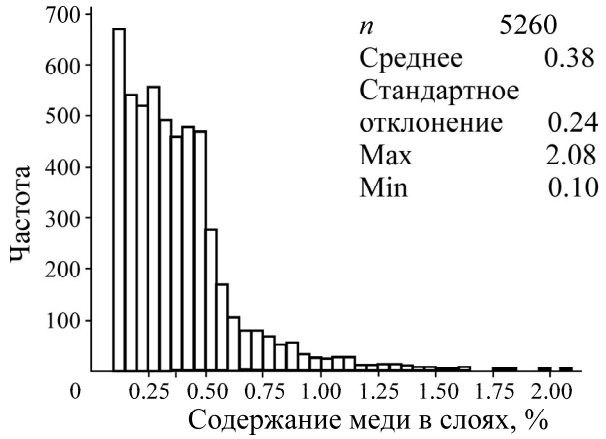

Рис. 7. Гистограмма по содержанию меди в слое

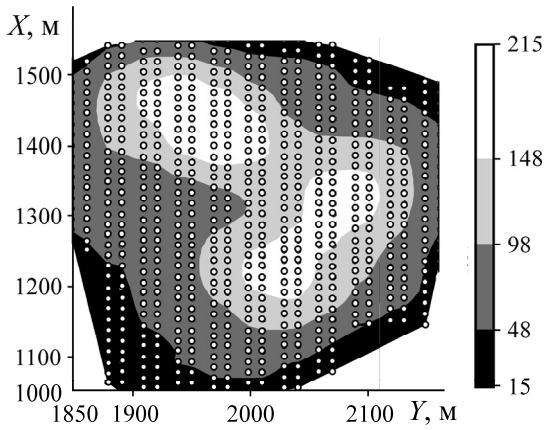

Рис. 8. Распределение экономической ценности руды на плане шахтного поля

Ниже приведены параметры планирования для практического примера:

срок производственного планирования (срок существования шахты) T	15 лет
плановый показатель содержания меди (Cu) $\forall t \in \{1,...,T\}$ $\hat{g}_t^{cu}$	0.52 %
плановый показатель добычи руды в первый год $\hat{o}_1$	3 мт
плановый показатель добычи руды во второй год $\hat{o}_2$	5 мт
плановый показатель добычи руды $\forall t \in \{3,...,T\}$ $\hat{o}_t$	7 мт
период, за который производственные темпы увеличатся от начального показателя до полной мощности *Ramp-up time*	3 год
минимальное количество активных дучек за период minAct	70
максимальное количество активных дучек за период maxAct	200
относительное допустимое расхождение между лучшим целочисленным показателем и показателем лучшего узла MIPgap	5 %
минимальный срок эксплуатации дучек $DL_{\min}$	0 лет
максимальный срок эксплуатации дучек $DL_{\max}$	6 лет
минимальный темп выемки $DR_{\min}$	30 тыс. т/год
максимальный темп выемки $DR_{\max}$	50 тыс. т/год
цена на медь p^{cu}	5 тыс. долл./т
производственная издержка на тонну руды (добыча + обогащение) c	15 долл./т
ставка дисконтирования i	10 %
процент извлечения меди при обогащении (Cu) r^{cu}	85 %
количество сценариев N	15
радиус смежности R	50 м
высота зоны взаимодействия HIZ	76 м

Предложенная модель решалась при помощи модуля CPLEX 12.7.1 (университетская лицензия) в среде MATLAB с использованием компьютера на базе процессора Intel Xeon CPU E5-2630 версия 0 @ 2.3 ГГц, ОЗУ 64 Гб. Результаты демонстрируют, что по тоннажу руды и содержанию ценного компонента полученные в ходе моделирования значения максимально приближены к плановым показателям, где чистый дисконтированный доход проекта составил 473 тыс. долл. с учетом первой части целевой функции. Производительность для 15 различных сценариев сопоставима с целевыми значениями при небольших отклонениях в отдельные периоды (рис. 9*а*).

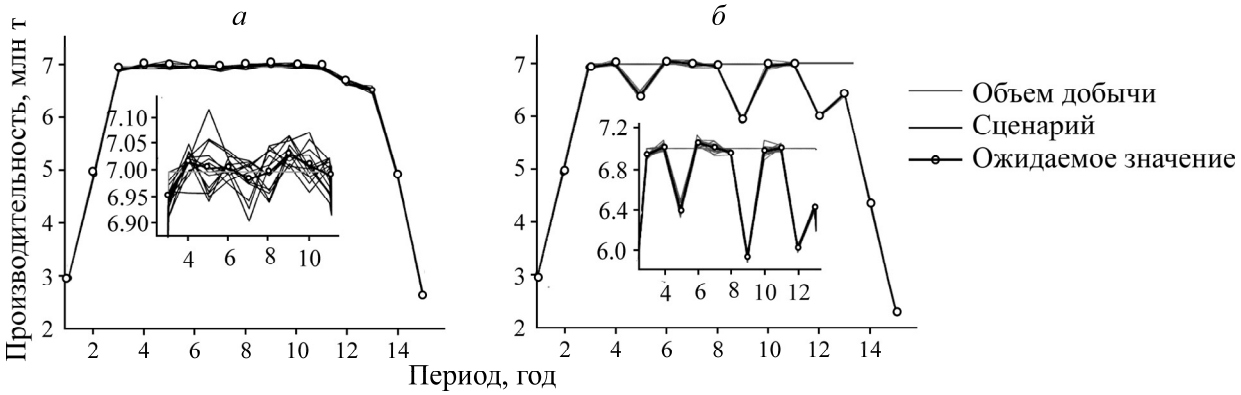

Рис. 9. Производительность в течение всего периода существования шахты: случаи А (*а*), В (*б*)

Однако по сравнению с отклонениями в объемах добычи руды полученные значения по содержанию ценного компонента заметно отличаются в определенные периоды (рис. 10*а*). Это происходит вследствие особенностей распределения компонента в рудном теле и выбранного направления выемки. Последняя начинается на участке с большим содержанием полезного компонента, высоким показателем экономической выгоды и продвигается в сторону уменьшения доли ценного элемента. Реальный показатель выхода ценного компонента превышает целевое значение первые несколько лет разработки и снижается в последние годы. Модель создается таким образом, чтобы отклонения контролировались неустойкой; сокращение отклонений происходит в процессе уменьшения неустоек, при этом чистый дисконтированный доход снижается.

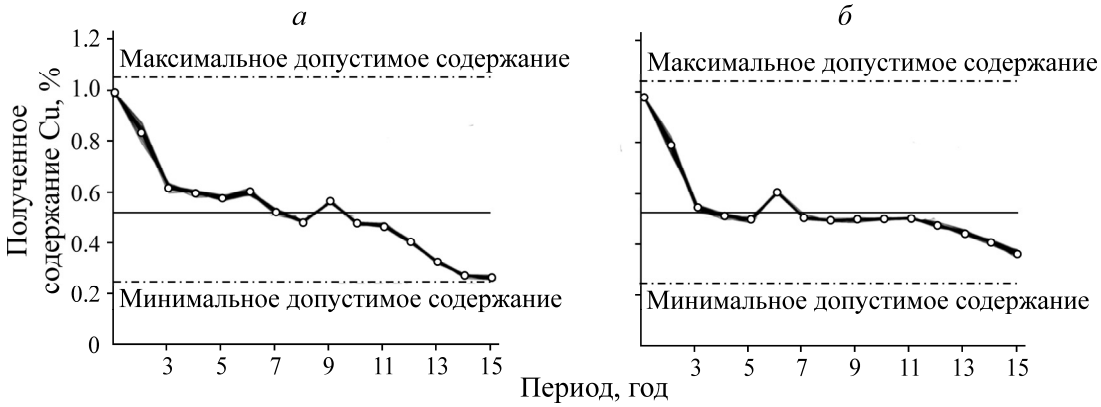

Рис. 10. Сравнение полученного содержания ценного компонента с плановыми показателями: случаи А (*а*), В (*б*)

Модель применялась для одних и тех же входных данных и примера исследования, но с более высокими значениями неустойки для отклонений по содержанию ценного компонента. Обнаружено уменьшение отклонений при сравнении с целевыми показателями для всех сценариев на протяжении всего периода существования шахты (рис. 10*б*). С другой стороны, отклонения по объемам добычи увеличились, потому что при данных условиях ценность доли содержания полезного компонента в целевой функции превышает ценность показателя тоннажа руды (рис. 9*б*). Чистый дисконтированный доход проекта снизился до 450 тыс. долл., что свидетельствует о гибкости предложенной модели, когда горный инженер или руководящая группа получают решения в зависимости от поставленных приоритетов: меньшие отклонения от пла-

новых показателей по содержанию ценного компонента и меньший чистый дисконтированный доход или допущение отклонений с целью достижения более высоких значений чистого дисконтированного дохода.

Момент начала выемки из каждой дучки (начальный период) отображает итоговую последовательность извлечения в плане ведения горных работ (рис. 11). Сравнение установленного направления продвижения фронта горных работ на рис. 8 с получившейся в результате последовательностью выемки указывает на то, что производственный план соответствует требуемому направлению и удовлетворяет условию по количеству активных дучек (рис. 12). Оптимальная высота выемки и резерв добычи рассчитываются как один из результатов производственного планирования.

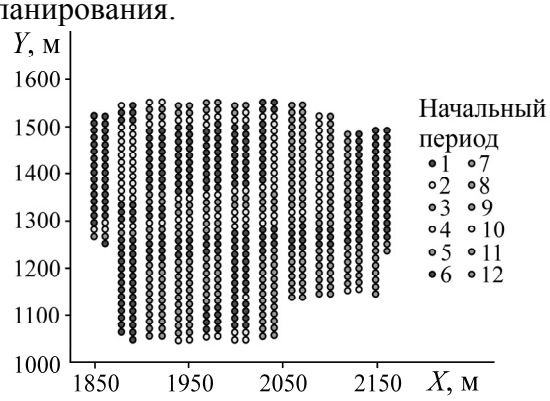

Рис. 11. Последовательность выемки для дучек с учетом установленного направления продвижения фронта горных работ

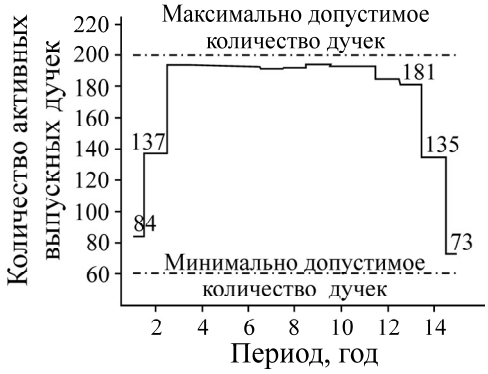

Рис. 12. Активные выпускные дучки на протяжении всего периода ведения горных работ

На рис. 13 отображается оптимальная высота выемки для выемочных потоков в сравнении с их начальной высотой. Для определения резерва добычи оптимальную высоту выемки берут за выходной параметр при оптимизации.

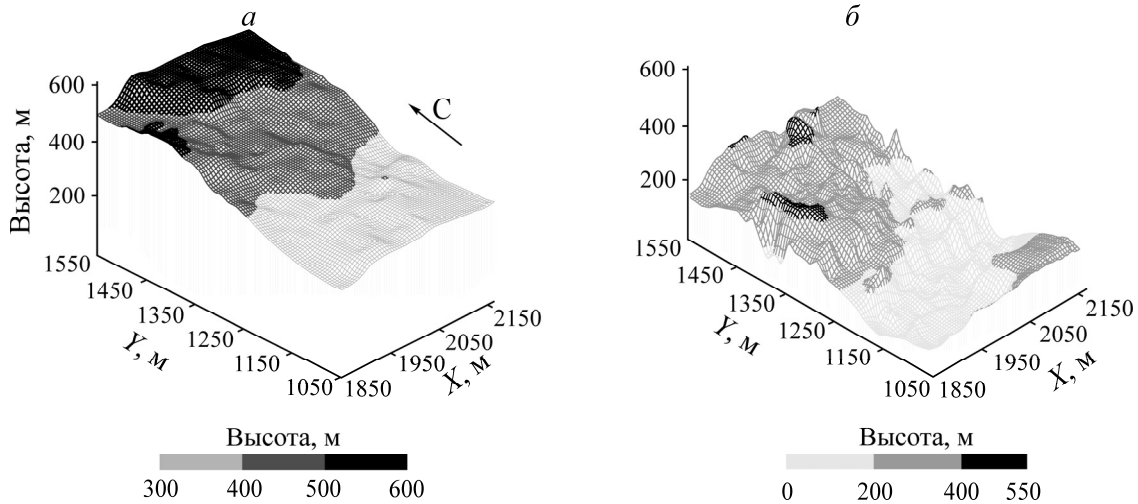

Рис. 13. Высота породы до выемки (*а*) и после (*б*) по сравнению с начальной высотой выемочных потоков

ВЫВОДЫ

Предложена модель частично-целочисленного линейного программирования с использованием вероятностной оптимизации для установления горизонтального смешивания при движении потоков руды в ходе извлечения системой блокового обрушения. Для моделирования го-

ризонтального движения горных пород разработаны сценарии, удовлетворяющие требованиям обогатительной фабрики на основе смежности слоев, относящихся к одной группе. В дополнение к техническим и эксплуатационным условиям создана модель, основанная на двух производственных целях: тоннаже руды и содержании ценного компонента.

Достигнутые объемы руды показали незначительные отклонения от плановых показателей для всех сценариев. Выявлены изменения между содержанием ценного компонента и плановыми показателями из-за установленного направления продвижения фронта горных работ. Расчет оптимальной высоты извлечения также включен в оптимизацию. Модель испытана с учетом двух различных типов неустойки для отклонений по содержанию ценного компонента, в результате чего при повышении неустойки содержание компонента максимально приближено к плановому, но чистый дисконтированный доход снижен.

При проектировании использована вероятностная модель в качестве достаточно “гибкого” инструмента и определено значение неустойки для отклонений в зависимости от приоритетов: более высокие значения неустойки приводят к меньшим отклонениям от плановых показателей, но в то же время снижают чистый дисконтированный доход, и наоборот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Khodayari F. and Pourrahimian Y.** Mathematical programming applications in block-caving scheduling: a review of models and algorithms, Int. J. Min. and Min. Eng., 2015, Vol. 6. — P. 234 – 257.
2. **Song X.** Caving process simulation and optimal mining sequence at Tong Kuang Yu mine, China, 21st Int. Symposium on application of computers and operations research in the mineral industry, Las Vegas, USA, 1989.
3. **Guest A. R., Van Hout G. J., and Von Johannides A.** An application of linear programming for block cave draw control, Mass Min., 2000, Brisbane, Australia, 2000.
4. **Rubio E.** Long term planning of block caving operations using mathematical programming tools, master of applied science, The University of British Columbia, 2002.
5. **Rahal D., Smith M., Van Hout G., and Von Johannides A.** The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines, 31st Int. Symposium on Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries, Cape Town, South Africa, 2003.
6. **Rahal D.** draw control in block caving using mixed integer linear programming, PhD The University of Queensland, 2008.
7. **Rahal D., Dudley J., and Hout G. V.** Developing an optimised production forecast at Northparkes E48 mine using MILP, 5th Int. Conf. and Exhibition on Mass Min., Luleå, Sweden, 2008.
8. **Weintraub A., Pereira M., and Schultz X.** A priori and a posteriori aggregation procedures to reduce model size in mip mine planning models, Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2008, Vol. 30. — P. 297 – 302.
9. **Smoljanovic M., Rubio E., and Morales N.** Panel caving scheduling under precedence constraints considering mining system, 35th APCOM Symposium, Wollongong, NSW, Australia, 2011.
10. **Parkinson A.** Essays on sequence optimization in block cave mining and inventory policies with two delivery sizes, PhD, The University of British Columbia, 2012.
11. **Pourrahimian Y., Askari-Nasab H., and Tannant D.** Mixed-Integer linear programming formulation for block-cave sequence optimisation, Int. J. Min. and Min. Eng., 2012, Vol. 4, No. 1. — P. 26 – 49.
12. **Pourrahimian Y., Askari-Nasab H., and Tannant D.** A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization, Int. J. Min. Sci. and Tech., 2013, Vol. 23. — P. 739 – 750.
13. **Alonso-Ayuso A., Carvallo F., Escudero L. F., Guignard M., Pi J., Puranmalka R., and Weintraub A.** Medium range optimization of copper extraction planning under uncertainty in future copper prices, European J. Operational Research, 2014, Vol. 233. — P. 711 – 726.

14. **Khodayari F. and Pourrahimian Y.** Determination of the best height of draw in block cave sequence optimization, 3st Int. Symposium on Block and Sublevel caving (CAVING 2014), Santiago, Chile, 2014.
15. **Nezhadshahmohammad F., Khodayari F., and Pourrahimian Y.** Draw rate optimization in block cave production scheduling using mathematical proframming, 1st Int. Conf. on Underground Min. Tech. (UMT 2017), Sudbury, Ontario, Canada, 2017.
16. **Nezhadshahmohammad F., Pourrahimian Y., and Aghababaei H.** Presentation and application of a multi-index clustering technique for the mathematical programming of block-cave production scheduling, J. Min. Sci. and Tech., 2017.
17. **Nezhadshahmohammad F., Aghababaei H., and Pourrahimian Y.** Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming, J. Min., Reclamation and Environment, 2017. — P. 1 – 24.
18. **Malaki S., Khodayari F., Pourrahimian Y., and Liu W. V.** An application of mathematical programming and sequencial Gaussian simulation for block-cave production scheduling, 1st Int. Conf. on Underground Min. Tech. (UMT 2017), Sudbury, Ontario, Canada, 2017.
19. **Diering T.** Computational considerations for production scheduling of block cave mines, Mass Min., 2004, Santiago, Chile, 2004.
20. **Diering T.** Quadratic Programming applications to block cave scheduling and cave management, Massmin 2012, Sudbury, Ontario, Canada, 2012.
21. **Khodayari F., and Pourrahimian Y.** Quadratic Programming Application in Block-cave Mining, 1st Int. Conf. of Underground Min. (U-Mining 2016), Santiago, Chile, 2016.
22. **Castro R., Gonzalez F., and Arancibia E.** Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving, J. of the Southern African Institute of Min. and Metallurgy 109, 2009. — P. 393 – 400.
23. **Pierce M. E.** A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines. PhD, The University of Queensland, 2010.
24. **Gibson W.** Stochastic models for gravity flow: numerical considerations, Caving 2014, Santiago, Chile, 2014.
25. **Castro R. L., Fuenzalida M. A., and Lund F.** Experimental study of gravity flow under confined conditions, Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 2014, Vol. 67. — P. 164 – 169.
26. **Jin A., Sun H., Wu S., and Gao Y.** Confirmation of the upside-down drop shape theory in gravity flow and development of a new empirical equation to calculate the shape, Int. J. Rock Mech. and Min. Sci., 2017, Vol. 92. — P. 91 – 98.
27. **Brunton I., Lett J., Sharrock G., Thornhill T., and Mobilio B.** Full scale flow marker experiments at the ridgeway deeps and Cadia east block cave operations, Massmin 2016, Sydney, Australia, 2016.
28. **Garcés D., Viera E, Castro R., and Meléndez M.** Gravity flow full□scale tests at esmeralda mine's block□2, El Teniente, Massmin 2016, Sydney, Australia, 2016.
29. **Laubscher D. H.** Cave mining-the state of the art, J. the Southern African Institute of Min. and Metallurgy, 1994, Vol. 94. — P. 279 – 293.
30. **Khodayari F. and Pourrahimian Y.** Determination of development precedence for drawpoints in block-cave mining, 5th Int. Symp. Min. Resources and Mine Development (AIMS 2015), Aachen, Germany, 2015.
31. **The Math Works Inc.,** MATLAB. Massachusetts, United States.
32. **IBM, IBM ILOG CPLEX** Optimization Studio V12.6.3 documentation, IBM Corporation, N. Y., 2015.

Поступила в редакцию 29/III 2019
После доработки 27/VI 2019
Принята к публикации 23/IX 2019