

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
ВОДО- И ГАЗОНАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ ТЕЛ

С. З. Дунин, В. Л. Мельников

(Москва)

Пористые тела, обладающие достаточно прочным скелетом, представляют большой интерес для исследований, так как довольно часто встречаются в практических задачах, например в механике грунтов. Изучение поведения таких сред позволяет делать некоторые выводы о свойствах соответствующих сплошных тел: получать кривую холодного сжатия сплошного вещества в области отрицательных давлений (см. [1], где предлагается модель, хорошо описывающая поведение пористых тел при ударном сжатии сильными ударными волнами интенсивностью порядка нескольких мегабар).

Однако результаты ударного сжатия пористых тел ударными волнами интенсивностью порядка килобар не описываются в рамках этой модели. Кроме того, желательным было бы получить уравнение состояния пористой среды для описания других процессов, например волны разгрузки. В работе [2] предложена  $p - \alpha$ -модель, в которой уравнение состояния записывается в виде системы двух уравнений, одно из которых имеет вид обычного уравнения состояния, но содержит параметр пористости  $\alpha$ , а второе задает связь между давлением и пористостью. Эта связь выбиралась в [2] эмпирически. Расчет зависимости пористости от давления теоретически с учетом динамики процесса затекания пор проведен Каррелом [3, 4]. В этих работах при рассмотрении пористых тел пренебрегалось наличием газа или жидкости внутри пор, в то время как при рассмотрении разгрузки внутрипоровое давление может сыграть весьма существенную роль и привести к эффективному расширению пор после прохождения ударной волны.

В данной работе рассматривается влияние внутрипорового давления на процесс изменения пористости.

Будем рассматривать пористое тело как однородную изотропную среду, характеризующуюся в отличие от сплошных тел дополнительным параметром — пористостью  $\alpha$ , которую определим следующим образом:

$$\alpha = V/V_s,$$

где  $V$  и  $V_s$  — удельные объемы соответственно пористого и сплошного тела при одинаковых условиях.

Необходимо получить уравнение, связывающее пористость с компонентами тензора напряжений, усредненного по достаточно большому объему, так как реальные напряжения сильно меняются на расстояниях порядка межпоровых расстояний. Для получения этого уравнения вокруг одной поры выделим ячейку так, чтобы пористости тела и ячейки совпадали. Форма ее выбирается из условия постоянства тензора напряжений на ее границе. Такую ячейку можно выбрать всегда, если характерная длина изменения усредненных напряжений много больше размера поры.

Необходимо задать связь между напряженным состоянием ячейки и усредненным тензором напряжений, действующих в пористом теле. Пусть  $\langle \sigma \rangle_{ij}$  — компонента усредненного тензора напряжений, т. е.

$$(1) \quad \langle \sigma \rangle_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV.$$

Можно построить различные модели напряженного состояния ячейки, считать, например, что

$$(2) \quad \langle \sigma \rangle_{ij} = \sigma_{ij}|_s,$$

где  $s$  — поверхность ячейки. В этом случае при отсутствии внутри пор газа получается модель Каррела [3].

Более последовательно было бы перейти в (1) от усреднения по объему тела к усреднению по одной эквивалентной ячейке:

$$\langle \sigma \rangle_{ij} = \frac{1}{V_1} \int_{V_1} \sigma_{ij} dV,$$

где  $V_1$  — объем одной ячейки. Используя тождество

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ik} \frac{\partial x_j}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} (x_j \sigma_{ik}) - x_j \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

и уравнение движения вещества

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k},$$

окончательно получим вместо равенства (2) выражение

$$(3) \quad \langle \sigma \rangle_{ij} = \sigma_{ij}|_s - \frac{1}{V_1} \int_{V_1} \rho x_j \frac{dv_i}{dt} dV,$$

где  $v_i$  — компонента скорости;  $\rho$  — плотность сплошной среды;  $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)$  — лагранжева производная.

Фактически уравнение (3) дает связь между средними величинами напряжений в твердом теле и характеристиками процесса затекания пор, так как интегрирование уравнения движения позволяет вычислить  $v$  через пористость и ее производные.

Как показывает расчет, основное сжатие при давлениях, много меньших упругих постоянных сплошного материала (десятки килобар), происходит за счет затекания пор, следовательно, сплошной материал можно считать несжимаемым, а давление вещества в поре вычислять в адиабатическом приближении.

Считаем, что в рассматриваемом диапазоне давлений сплошной материал есть несжимаемая упругопластическая среда, удовлетворяющая в пластической фазе условию Мизеса.

Если ширина фронта волны нагружения много больше расстояния между порами, для описания поведения пористого тела достаточно рассмотреть одну ячейку в поле однородной, меняющейся только во времени волны, амплитуда которой  $p(t)$  определяет компоненты усредненного тензора напряжений  $\langle \sigma \rangle_{ij} = -p(t)\delta_{ij}$ . Эквивалентной ячейкой в данном случае, т. е. при всестороннем сжатии, будет являться полая сфера с внешним  $b$  и внутренним  $a$  радиусами такими, что  $a$  — средний размер пор,  $b^3/(b^3 - a^3) = \alpha$  — пористость. Давление внутри поры равно  $q(\alpha)$  и  $\sigma_{ij}|_{t=0} = -q(\alpha_0)\delta_{ij}$ . Как будет показано далее, основное сжатие происходит при полной пластичности всей ячейки, следовательно, начальное распределение напряжений несущественно. Процесс описывается уравнением

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\varphi)}{r}.$$

Условие текучести:  $|\sigma_r - \sigma_\varphi| = Y$ , граничные условия:  $\sigma_r|_{r=a} = -q(\alpha)$ , а  $\sigma_r|_{r=b} = \sigma_n|_s$  вычисляется по формулам (2) или (3), в частности, из (2)  $\sigma_r|_{r=b} = -p(t)$ . При использовании (3) имеем

$$\sigma_r|_{r=b} = -p(t) + \frac{3}{b^3} \int_a^b \rho r^3 \frac{dv}{dt} dr.$$

Интегрируя уравнение движения, получим

$$(4) \quad \tau^2 Y Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = p(t) - q(\alpha) - p_{eq}(\alpha),$$

где

$$p_{eq}(\alpha) = \int_a^b \frac{2(\sigma_r - \sigma_\varphi)}{r} dr; \quad \tau^2 = \frac{\rho a_0^2}{3Y(\alpha_0 - 1)^{2/3}};$$

$$\tau^2 Y Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = \frac{3}{\tau^3} \int_a^b \rho r^3 \frac{dv}{dt} dr - \int_a^b \rho \frac{dv}{dt} dr.$$

Используя условие несжимаемости, вычисляем массовую скорость

$$v = -\frac{\dot{\alpha} a_0^3}{3(\alpha_0 - 1)r^2} \text{ и } Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha). \text{ При использовании (2)}$$

$$Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = -\ddot{\alpha} [(\alpha - 1)^{-1/3} - \alpha^{-1/3}] + \frac{\dot{\alpha}^2}{6} [(\alpha - 1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3}],$$

а в случае использования формулы (3) имеем

$$(5) \quad Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = -\ddot{\alpha} \left\{ \frac{3}{2} [(\alpha - 1)^{-1/3} - \alpha^{-1/3}] - \frac{(\alpha - 1)^{-1/3}}{2\alpha} \right\} + \frac{\dot{\alpha}^2}{6} \left\{ 4 \frac{(\alpha - 1)^{-4/3}}{\alpha} - 3 [(\alpha - 1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3}] \right\},$$

где  $\ddot{\alpha}$  и  $\dot{\alpha}$  — производные по времени.

Внутрипоровое давление  $q(\alpha)$ , в частности, может находиться в адiabатическом приближении:

$$q(\alpha) = \begin{cases} q_0 \left( \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} \right)^\gamma & \text{для газа,} \\ q_0 \left[ \left( \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} \right)^\gamma - 1 \right] & \text{для воды.} \end{cases}$$

Функция  $p_{eq}(\alpha)$  в зависимости от состояния материала имеет вид

$$p_{eq}(\alpha) = \begin{cases} \frac{4G}{3} \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha(\alpha - 1)}, & \alpha_1 < \alpha < \alpha_0, \\ \frac{2}{3} Y \ln \frac{2Ge(\alpha_0 - \alpha_1)}{Y(\alpha - 1)} + \frac{4G(\alpha_0 - \alpha)}{3\alpha}, & \alpha_2 < \alpha < \alpha_1, \\ \frac{2}{3} Y \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}, & 1 < \alpha < \alpha_2. \end{cases}$$

В интервале  $(2G\alpha_0 + Y)/(2G + Y) = \alpha_1 < \alpha < \alpha_0$  материал ведет себя упруго, при  $(2G\alpha_0)/(2G + Y) = \alpha_2 < \alpha < \alpha_1$  материал частично пластичен (от поры распространяется пластический фронт), и при  $1 < \alpha < \alpha_2$  материал ведет себя как пластический.

Отметим, что изменение пористости в первых двух фазах сжатия (в упругой и упругопластической) мало

$$(\alpha_0 - \alpha_2)/\alpha_0 = Y/(2G + Y) \ll 1.$$

Рассматривая разгрузку с  $\alpha = \alpha_-$ , т. е. расширение поры (считаем, что при сжатии была достигнута полная пластичность), получаем уравнение, аналогичное уравнению (4):

$$\tau^2 Y Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = p(t) + p_{eq}(\alpha) - q(\alpha),$$

где  $\tau$ ,  $Q$  и  $q$  те же, что и раньше; функция  $p_{eq}$  находится по формуле

$$p_{eq}(\alpha) = \begin{cases} \frac{4G(\alpha - \alpha_-)}{3\alpha(\alpha - 1)} - \frac{2}{3} Y \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}, & \alpha_- < \alpha < \alpha_3 = \frac{G\alpha_- - Y}{G - Y}, \\ \frac{2}{3} Y \ln \frac{G^2(\alpha - \alpha_-)^2 e^2}{Y^2(\alpha - 1)\alpha} - \frac{4G\alpha - \alpha_-}{3\alpha}, & \alpha_3 < \alpha < \alpha_4 = \frac{G\alpha_-}{G - Y}, \\ \frac{2}{3} Y \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}, & \alpha > \alpha_4, \end{cases}$$

причем процесс проходит те же три фазы, что и при сжатии. Так как и при расширении пор изменение пористости в первых двух фазах мало

$$(\alpha_4 - \alpha_-)/\alpha_- = Y/(G - Y) \ll 1,$$

то можно пренебречь изменением пористости на первых двух фазах и рассматривать уравнение

$$(6) \quad \tau^2 Y Q (\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = p(t) - q(\alpha) \pm \frac{2}{3} Y \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1},$$

где при затекании пор берется знак минус, а при расширении — плюс.

Уравнение (6) со значением  $Q$ , выражаемым по формуле (5), численно интегрировалось при величинах, характерных для пористого алюминия:  $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$ ,  $Y = 3 \text{ кбар}$ . Начальная пористость и размер пор соответственно  $\alpha_0 = 1,4$ ,  $a = 0,2 \text{ мм}$ . Внутрипорное давление задавалось в виде газовой адиабаты с показателем  $\gamma = 1,4$ .

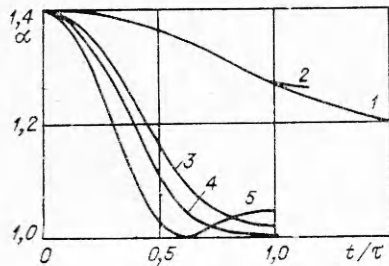
Результаты расчетов приведены для различных начальных внутрипорных давлений, различных амплитуд и длительностей прямоугольного импульса давления (амплитуда и длительность импульса выбирались так, чтобы  $p\Delta t = Y\tau$ ).

На фиг. 1 и в табл. 1 приведены кривые изменения пористости во времени для различных импульсов давления при начальном внутрипорном давлении  $q_0 = 3,33 \cdot 10^{-4} Y$ . На фиг. 2 и в табл. 2 приведены аналогичные результаты для начального внутрипорного давления  $q_0 = 3,33 \cdot 10^{-2} Y$ .

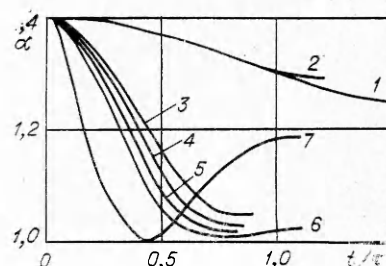
Как видно из фиг. 1, 2, наличие газа в порах может приводить к существенно немонотонной зависимости конечной пористости от интенсивности и длительности импульсной нагрузки. Так, при увеличении интенсивности нагрузки начинает резко проявляться инерционность процесса изменения пористости: на фазе нагружения пора проскакивает равновесное положение (соответствующее данному импульсу) и совершает интенсивное обратное движение. Предельная пористость  $\alpha_+$ , при которой возникает возвратное движение, может быть найдена из уравнения

$$q(\alpha_+) = \frac{2}{3} Y \ln \frac{\alpha_+}{\alpha_+ - 1}$$

и при  $q_0 = 3,33 \cdot 10^{-2} Y$  равна 1,017.



Фиг. 1



Фиг. 2

Таблица 1

Номер кривой	Амплитуда импульса	Длительность импульса	Минимальная пористость	Конечная пористость
1	1	$\infty$	1,491	1,491
2	1	1	1,262	1,262
3	2	0,5	1,023	1,023
4	2,33	0,429	1,002	1,002
5	3,33	0,3	1 0000002	1,042

Таблица 2

Номер кривой	Амплитуда импульса	Длительность импульса	Минимальная пористость	Конечная пористость
7	1	$\infty$	1,239	1,239
2	1	1	1,291	1,291
3	2	0,5	1,048	1,048
4	2,33	0,429	1,028	1,028
5	2,67	0,375	1,017	1,018
6	3	0,33	1,010	1,028
7	10	0,1	1,001	1,181

Рассмотренная выше немонотонность конечной пористости при прохождении интенсивной волны нагрузки может привести к немонотонной зависимости пористости грунта вблизи источника ударной волны от расстояния до источника. Пористость вблизи и вдали от источника может быть больше, чем в промежуточной области, но количественные данные могут быть получены только при конкретном расчете такой задачи.

Поступила 4 I 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
2. Hermann W. Constitutive equation for the dynamic of ductile porous materials.— «J. Appl. Phys.», 1969, vol. 40, N 6.
3. Carroll M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore-collapse relation for ductile porous materials.— «J. Appl. Phys.», 1972, vol. 43, N 4.
4. Carroll M. M., Holt A. C. Spherical model calculation for ductile porous material.— In: Proc. of the Internat. Symp. «Pore structure and properties of materials». Vol. 2. P. 2. Prague, Academia, 1973, p. D21—D31.

УДК 622.215.

#### ВОЛНЫ В СЛОИСТЫХ ГРУНТАХ

Н. Я. Барлас, В. Г. Кравец, Г. М. Ляхов

(Киев, Москва)

На основе обобщения опытных данных по сжатию образцов грунта и измерению напряжений при распространении взрывных волн показано, что модель упругопластической среды недостаточно точно отражает свойства грунтов, кроме пластичности, необходимо учитывать объемную вязкость. В соответствии с этим предложена модель грунта как вязкопластической среды [1]. Одновременные измерения напряжений и деформаций при распространении волн в однородных грунтах подтвердили существенное влияние вязкости и пластичности на процесс деформирования грунтов [2—4].

1. В условиях естественного залегания грунты представляют собой сложную систему напластований, отличающихся физико-механическими