УДК 533.6.08

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕРМОАНЕМОМЕТРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОИЗВОЛЬНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СЖИМАЕМЫХ ПОТОКАХ

В. А. Лебига, В. Н. Зиновьев, А. Ю. Пак

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрена проблема интерпретации результатов термоанемометрических измерений акустических полей в сжимаемых потоках. Установлена связь между регистрируемыми термоанемометром пульсациями массового расхода и температуры торможения и пульсациями давления и скорости. Полученные соотношения применимы в общем случае при измерении в некоторой точке потока результирующих акустических пульсаций, создаваемых произвольно распределенными источниками звука, свойства которых заранее неизвестны.

Как правило, пульсации давления измеряются микрофонами, выпускаемыми промышленностью, или специальными микрофонами, изготавливаемыми для решения конкретных задач. Разработаны различные типы микрофонов: конденсаторные, электродинамические, пьезоэлектрические, магнитострикционные, оптические и т. д. Микрофоны каждого типа имеют недостатки, особенно если измерения проводятся в потоках и при давлении среды, отличающемся от атмосферного. Измерение пульсаций давления в газовых потоках возможно и с помощью термоанемометра. Этот метод особенно эффективен в высокоскоростных потоках, поскольку размеры датчика малы и, следовательно, его возмущающее воздействие на исследуемое течение незначительно. Кроме того, помимо информации об интенсивности пульсаций давления выходной сигнал термоанемометра во многих случаях содержит информацию о направлении распространения акустических волн, расположении и скорости источников пульсаций давления [1–3].

В [1] впервые показано, что, используя метод диаграмм пульсаций, полученных на основе измерений при нескольких (минимум трех) перегревах датчика термоанемометра, суммарное пульсационное поле в сверхзвуковом потоке можно разделить на вихревую, энтропийную и акустическую моды, а также получить данные о корреляциях между возмущениями различного типа. Другие возможности термоанемометрического метода измерения акустических пульсаций при сверхзвуковых скоростях потока показаны в работах [2, 3]. В [4] предложен иной подход к интерпретации данных термоанемометрических измерений, но основные соотношения этого метода могут быть легко получены из соотношений [1] простой заменой переменных.

Дальнейшее развитие термоанемометрический метод измерения акустических пульсаций в сжимаемых дозвуковых потоках получил в работах [5–7]. Кроме общих соотношений для произвольно распределенных источников акустических пульсаций получены аналитические соотношения для интерпретации результатов термоанемометрических измерений ближнего (от локализованного источника сферических волн) и дальнего акустического поля (плоских волн), а также для равномерно распределенных источников одинаковой интен-

176

Работа выполнена в рамках программы SCOPES 2000–2003 (грант № 7SUPJ062351).

сивности. Показано, что с помощью термоанемометра можно определить интенсивность пульсаций давления и связанных с ними пульсаций скорости, коэффициенты корреляции и другие характеристики. Полученные соотношения подтверждены многочисленными измерениями в аэродинамических трубах [8]. В то же время в случае произвольно распределенных источников различной интенсивности с помощью термоанемометра непосредственно можно получить только информацию об интенсивности пульсаций массового расхода, температуры торможения и коэффициента корреляции между ними.

В данной работе рассматривается задача определения с помощью датчиков термоанемометра характеристик акустического поля, прежде всего пульсаций давления, в случае произвольно распределенных источников различной интенсивности. Проблемы разделения мод и тарировки датчиков термоанемометра для определения коэффициентов чувствительности здесь не анализируются, поскольку они достаточно полно описаны в [9]. Не учитывается также тип применяемого термоанемометра (постоянного тока, постоянного сопротивления или постоянного напряжения), поскольку он принципиально не влияет на результаты измерений.

**1. Основные исходные соотношения.** Связь между пульсациями потока (массового расхода  $m = \rho u$ , температуры торможения  $T_0$ ) и выходным сигналом термоанемометра (электрическим напряжением на датчике e) определяется уравнением

$$e'/e = \pm (Fm'/m - GT_0'/T_0), \qquad (1.1)$$

где штрихами отмечены пульсационные величины; F, G — коэффициенты чувствительности к массовому расходу и температуре торможения соответственно. Знак перед скобками зависит от типа используемого термоанемометра, но, как показано далее, несуществен для последующего анализа. Возводя в квадрат левую и правую части уравнения (1.1), осредняя и переходя к переменным  $\vartheta = \langle e \rangle / G$  и r = F/G, получим уравнение диаграммы пульсаций [1]

$$\vartheta^2(r) = r^2 \langle m \rangle^2 - 2r R_{mT_0} \langle m \rangle \langle T_0 \rangle + \langle T_0 \rangle^2, \qquad (1.2)$$

где в угловых скобках указаны среднеквадратичные значения пульсаций, обезразмеренные средними значениями соответствующих параметров потока;  $R_{mT_0} = \langle mT_0 \rangle / (\langle m \rangle \langle T_0 \rangle)$  — коэффициент корреляции между пульсациями массового расхода и температуры торможения; относительный коэффициент чувствительности r предполагается известным из тарировок.

Диаграмма пульсаций  $\vartheta(r)$  представляет собой расположенную в первом квадранте часть гиперболы, горизонтальной осью симметрии которой является ось r.

При анализе мод пульсаций удобно использовать связь между пульсациями электрического напряжения на датчике термоанемометра и пульсациями скорости u, плотности  $\rho$  и температуры T. Для пульсаций массового расхода это соотношение имеет вид

$$m'/m = \rho'/\rho + u'/u.$$
 (1.3)

Выражение для пульсаций температуры торможения следует из соотношения

$$T_0 = T[1 + (\gamma - 1) M^2/2] = T + u^2/(2c_p),$$

из которого после простых преобразований можно получить

$$T'_0/T_0 = \alpha T'/T + \beta u'/u.$$
 (1.4)

Здесь  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $c_p$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $\alpha$ ,  $\beta$  — известные функции числа Маха М:

$$\alpha = \frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \,\mathrm{M}^2\right)^{-1}, \quad \beta = (\gamma - 1) \,\mathrm{M}^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \,\mathrm{M}^2\right)^{-1} = 2(1 - \alpha). \tag{1.5}$$

После подстановки (1.3) и (1.4) в (1.1) уравнение, связывающее пульсации электрического напряжения на датчике термоанемометра с пульсациями параметров потока, в общем случае запишется в виде

$$\frac{e'}{eG} = \pm \left( r \, \frac{m'}{m} - \frac{T'_0}{T_0} \right) = \pm \left[ r \left( \frac{\rho'}{\rho} + \frac{u'}{u} \right) - \alpha \, \frac{T'}{T} - \beta \, \frac{u'}{u} \right]. \tag{1.6}$$

Уравнение (1.6) можно преобразовать для частного случая акустической моды возмущений следующим образом. Из уравнения адиабаты  $p/\rho^{\gamma} = \text{const}$  и уравнения состояния  $p = \rho RT$ , где R — универсальная газовая постоянная, следуют соотношения

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{\gamma} \frac{p'}{p}, \qquad \frac{p'}{p} = \frac{\rho'}{\rho} + \frac{T'}{T}, \qquad \frac{T'}{T} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p'}{p}.$$

После подстановки данных выражений в (1.6) для частного случая акустической моды возмущений получим уравнение

$$\frac{e'}{eG} = \pm \left[ r \left( \frac{1}{\gamma} \frac{p'}{p} + \frac{u'}{u} \right) - \beta \left( \frac{1}{\gamma \,\mathrm{M}^2} \frac{p'}{p} + \frac{u'}{u} \right) \right],\tag{1.7}$$

которое связывает мгновенные значения пульсаций электрического напряжения на датчике термоанемометра с мгновенными значениями пульсаций в акустической волне. Следует отметить, что в уравнении (1.7) u' — не пульсации скорости в акустической волне, а проекция пульсаций скорости в акустической волне на вектор средней скорости. Однако в отличие от известных работ [1, 2] не будем выражать u' через пульсации скорости в акустической волне v', так как такая замена приводит к появлению дополнительной величины — угла  $\chi$  между направлением распространения звуковой волны и вектором средней скорости ( $u' = v' \cos \chi$ ). Как показано в п. 2, это позволит решить поставленную задачу определения интенсивности пульсаций давления в произвольном акустическом поле, в то время как решения в работах [1, 2] получены только для сверхзвуковых скоростей в предположении  $\chi = \text{const.}$ 

**2.** Соотношения для среднеквадратичных величин пульсаций. По результатам измерения пульсаций можно построить диаграмму пульсаций, описываемую уравнением (1.2), с использованием которой можно рассчитать среднеквадратичные пульсации массового расхода  $\langle m \rangle$ , температуры торможения  $\langle T_0 \rangle$  и коэффициент корреляции между ними  $R_{mT_0}$ .

Для определения интенсивности пульсаций давления в акустической волне возведем в квадрат и осредним левую и правую части уравнения (1.7), в результате чего получим следующее выражение:

$$\vartheta^{2}(r) = r^{2} \left( \frac{\langle p \rangle^{2}}{\gamma^{2}} + \frac{2}{\gamma} R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \langle u \rangle^{2} \right) - 2r\beta \left( \langle u \rangle^{2} + \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{1}{M^{2}} \right) R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \frac{1}{\gamma^{2} M^{2}} \langle p \rangle^{2} \right) + \beta^{2} \left( \langle u \rangle^{2} + \frac{2}{\gamma M^{2}} R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \frac{1}{\gamma^{2} M^{4}} \langle p \rangle^{2} \right).$$
(2.1)

Приравняв в уравнениях (1.2) и (2.1) члены при одинаковых степенях r, получим систему уравнений, связывающих пульсации массового расхода, температуры торможения и коэффициент корреляции между ними с пульсациями давления, скорости и коэффициентом корреляции между ними:

$$\langle m \rangle^2 = \frac{\langle p \rangle^2}{\gamma^2} + \frac{2}{\gamma} R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \langle u \rangle^2,$$
$$\frac{R_{mT_0} \langle m \rangle \langle T_0 \rangle}{\beta} = \langle u \rangle^2 + \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{1}{M^2} \right) R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \frac{\langle p \rangle^2}{\gamma^2 M^2},$$
(2.2)

$$\frac{\langle T_0 \rangle^2}{\beta^2} = \langle u \rangle^2 + \frac{2}{\gamma \,\mathrm{M}^2} \,R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle + \frac{\langle p \rangle^2}{\gamma^2 \,\mathrm{M}^4}.$$

Разрешив систему (2.2) относительно  $\langle p \rangle$ ,  $\langle u \rangle$ ,  $R_{up}$ , получим соотношения

$$\langle p \rangle^{2} = \frac{\gamma^{2} \,\mathrm{M}^{4} \langle m \rangle^{2}}{(\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}} - \frac{2\gamma^{2} \,\mathrm{M}^{4} \,R_{mT_{0}} \langle m \rangle \langle T_{0} \rangle}{\beta (\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}} + \frac{\gamma^{2} \,\mathrm{M}^{4} \langle T_{0} \rangle^{2}}{\beta^{2} (\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}},$$

$$\langle u \rangle^{2} = \frac{\langle m \rangle^{2}}{(\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}} - \frac{2 \,\mathrm{M}^{2} \,R_{mT_{0}} \langle m \rangle \langle T_{0} \rangle}{\beta (\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}} + \frac{\mathrm{M}^{4} \langle T_{0} \rangle^{2}}{\beta^{2} (\mathrm{M}^{2} - 1)^{2}},$$

$$R_{up} = \frac{1}{\vartheta(\beta)} \,\frac{R_{mT_{0}} \beta \langle m \rangle \langle T_{0} \rangle (\mathrm{M}^{2} + 1) - \mathrm{M}^{2} \langle T_{0} \rangle^{2} - \beta^{2} \langle m \rangle^{2}}{\sqrt{\beta^{2} \langle m \rangle^{2} + 2 \,\mathrm{M}^{2} \,R_{mT_{0}} \beta \langle m \rangle \langle T_{0} \rangle + \mathrm{M}^{4} \langle T_{0} \rangle^{2}} }$$

или в более компактной форме

$$\langle p \rangle = \frac{\vartheta(\beta)}{\beta} \frac{\gamma \,\mathrm{M}^2}{\mathrm{M}^2 - 1};$$
(2.3)

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{\langle m \rangle^2}{1 - M^2} + \frac{\vartheta^2(\beta) M^2}{\beta^2 (M^2 - 1)^2} + \frac{\langle T_0 \rangle^2 M^2}{\beta^2 (M^2 - 1)}};$$
(2.4)

$$R_{up}\langle u\rangle\langle p\rangle = \frac{\gamma \,\mathrm{M}^2}{\mathrm{M}^2 - 1} \Big(\frac{R_m T_0 \langle m\rangle\langle T_0\rangle}{\beta} - \frac{\langle T_0\rangle^2}{\beta^2} - \frac{\vartheta^2(\beta)}{\beta^2(\mathrm{M}^2 - 1)}\Big). \tag{2.5}$$

Эти уравнения позволяют определить интенсивность пульсаций давления и другие характеристики акустического поля с использованием полученных в результате измерений значений  $\langle m \rangle$ ,  $\langle T_0 \rangle$ ,  $R_{mT_0}$ . Величина  $\vartheta(\beta)$  в уравнениях (2.3)–(2.5) рассчитывается по (1.2) при  $r = \beta$  (см. (1.5)). Эта величина является определяющей для интенсивности пульсаций давления  $\langle p \rangle$  (см. (2.3)). Как известно, при перегреве, соответствующем  $r = \beta$ , датчик термоанемометра нечувствителен к направлению распространения акустических возмущений [5].

При М  $\rightarrow 0$  из уравнений (2.3)–(2.5) получаются простые соотношения

$$\begin{split} \langle p \rangle &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \langle T_0 \rangle, \quad \langle u \rangle = \sqrt{\langle m \rangle^2 - \frac{2R_{mT_0} \langle m \rangle \langle T_0 \rangle}{\gamma - 1} + \frac{\langle T_0 \rangle^2}{(\gamma - 1)^2}} = \frac{\vartheta(\gamma - 1)}{\gamma - 1}, \\ R_{up} \langle u \rangle \langle p \rangle &= \gamma \Big( \frac{R_{mT_0} \langle m \rangle \langle T_0 \rangle}{\gamma - 1} + \frac{\langle T_0 \rangle^2}{(\gamma - 1)^2} \Big). \end{split}$$

3. Верификация полученных соотношений. Многочисленные измерения возмущений в рабочих частях аэродинамических труб при больших дозвуковых скоростях показали, что соответствующие диаграммы пульсаций имеют вид гипербол. Поскольку присутствие в потоке вихревой или энтропийной моды, как правило, маловероятно из-за большого поджатия потока за форкамерой, основной вклад в суммарную диаграмму вносят акустические возмущения, генерируемые различными источниками. Среди них наиболее значительными являются отверстия перфорации стенок рабочей части, пограничный слой на стенках рабочей части, уступы, струи в конце рабочей части с автоотсосом, шумы эжекторов и вентиляторов и т. д.



Интенсивность и спектры пульсаций, генерируемые каждым из источников возмущений, зависят от различных факторов. Расстояние от источников до места измерения и их расположение различны, поэтому суммарная интенсивность и спектры пульсаций в рабочей части в этом случае представляют собой суперпозицию множества пульсационных процессов. На рисунке приведена диаграмма пульсаций, измеренная проволочным датчиком термоанемометра на оси рабочей части аэродинамической трубы при числе Маха невозмущенного потока M = 0,71. Значения пульсаций массового расхода  $\langle m \rangle = 0,11 \%$ , пульсаций температуры торможения  $\langle T_0 
angle = 0.034~\%$  и коэффициент корреляции между ними  $R_{mT_0} = 0.96$  вычислены по параметрам гиперболы (сплошная линия на рисунке), проведенной через экспериментальные точки, методом наименьших квадратов. Штриховыми линиями показаны асимптоты гиперболы. Кроме того, с помощью датчика давления Кистлера, установленного на стенке рабочей части в том же сечении, что и датчик термоанемометра, измерены пульсации давления на стенке:  $\langle p \rangle = 0.13$  %. Характеристики акустического поля, рассчитанные по данным термоанемометрических измерений с использованием приведенных выше соотношений, составили:  $\langle p \rangle = 0.12 \%$ ,  $\langle u \rangle = 0.07 \%$ . Вычисленное значение коэффициента корреляции  $R_{up}$  оказалось близким к нулю. Таким образом, рассчитанные с помощью диаграмм пульсаций и приведенных соотношений значения интенсивности пульсаций давления хорошо согласуются с данными непосредственных измерений датчиком Кистлера.

Полученные результаты позволяют корректно интерпретировать данные термоанемометрических измерений, когда акустические пульсации генерируются произвольно распределенными источниками. Во многих случаях приведенные результаты могут быть полезны и при наличии в потоке других мод пульсаций. Так, выше показано, что, во-первых, датчик термоанемометра нечувствителен к направлению распространения акустических возмущений, во-вторых, интенсивность акустической моды полностью определяется значением диаграммы пульсаций при перегревах, соответствующих  $r = \beta$  (см. уравнение (2.3)). Однако именно при этом значении r термоанемометр нечувствителен к вихревой моде, поэтому ее присутствие несущественно при определении интенсивности акустической моды. Наличие же в потоке энтропийной моды требует оценки ее интенсивности и возможного влияния на результаты измерений. Во многих случаях энтропийная мода достаточно мала по сравнению с акустической. К тому же спектральный состав мод обычно различен. Это обстоятельство также может быть использовано для разделения мод, если при рассмотрении различных участков спектра предполагается преобладание какой-либо моды.

## ЛИТЕРАТУРА

- Kovasznay L. S. G. Turbulence in supersonic flow // J. Aeronaut. Sci. 1953. V. 20, N 10. P. 657–682.
- Laufer J. Aerodynamic noise in supersonic wind tunnels // J. Aeronaut. Sci. 1961. V. 28, N 9. P. 685–692.
- Laufer J. Some statistical properties of the pressure field radiated by a turbulent boundary layer // Phys. Fluid. 1964. V. 7, N 8. P. 1191–1197.
- Morkovin M. Fluctuations and hot-wire anemometry in compressible flows. AGARDograph, 24. Paris: NATO, 1956.
- 5. **Лебига В. А.** Термоанемометр в сжимаемом дозвуковом потоке // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1991. № 6. С. 160–167.
- 6. Зиновьев В. Н., Лебига В. А. Измерение пульсаций термоанемометром при больших дозвуковых скоростях // ПМТФ. 1988. № 3. С. 80–84.
- Lebiga V. A., Zinoviev V. N. Acoustic measurements with hot-wire anemometer at high subsonic velocities // DANTEC Inform. 1991. N 10. P. 14–16.
- Lebiga V. A., Zinoviev V. N. Fluctuation characteristics of flows in test sections of high speed wind tunnels // Aerodynamics of wind tunnel circuits and their components. Neuilly-sur-Seine: AGARD, 1997. P. 31-1–31-9.
- Лебига В. А. Вопросы измерения характеристик турбулентности сжимаемых течений // Методы и техника аэрофизических исследований. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1978. С. 44–56.

Поступила в редакцию 26/XII 2001 г., в окончательном варианте — 21/I 2002 г.