

УДК 532.542.2

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ В КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДАВЛЕНИЯ

К. Н. Волков

Университет Кингстона, SW15 3DW Лондон, Великобритания

E-mail: dsci@mail.ru

Рассматривается турбулентное течение смеси газа и твердых частиц в канале с проницаемыми стенками (давление вблизи левого торца канала меняется по синусоидальной зависимости), которое отражает основные особенности течений в камере сгорания ракетного двигателя на твердом топливе. С использованием подхода Эйлера — Лагранжа описывается нестационарное течение газозвеси. Для моделирования движения частиц используется стохастический вариант дискретно-траекторного подхода. Обсуждается влияние конденсированной фазы на характеристики турбулентности и акустические колебания параметров рабочего тела в канале при наличии вдува. Результаты расчетов сравниваются с данными физического эксперимента.

Ключевые слова: двухфазное течение, частица, турбулентность, нестационарность, численное моделирование.

Введение. Частицы алюминия (или другого металла) включаются в состав твердых ракетных топлив с целью увеличения удельного импульса и демпфирования акустических колебаний рабочего тела в камере сгорания. Отдельные частицы алюминия сгорают вблизи поверхности топлива, однако область горения агломератов занимает значительную часть объема камеры сгорания [1]. Неполное сгорание частиц металла и образование частиц оксида приводят к потерям удельного импульса и зашлаковыванию участков газодинамического тракта, вследствие чего исследование структуры двухфазного течения в камере сгорания имеет большое практическое значение.

Как правило, в камере сгорания осциллирующее поле течения разделяется на три составляющие [2, 3]: акустическую, которая описывает невращательное сжимаемое течение, вихревую, которая представляет собой вращательное несжимаемое движение, и энтропийную, возникающую в результате нестационарного тепловыделения при химических реакциях. Взаимодействие трех типов волн определяет устойчивость внутрикамерных процессов.

Во многих случаях исследование устойчивости внутрикамерных процессов проводится в рамках линейной теории, которая не учитывает взаимодействие и взаимосвязь между акустическим и вихревым движениями [2], а также не позволяет рассчитать уровень осцилляций [4].

Взаимодействие акустических волн, распространяющихся в продольном направлении (вдоль оси камеры сгорания), с радиальным потоком, поступающим со стенок канала в результате горения топлива (горение топлива моделируется с помощью распределенного

вдува со стенок канала), приводит к генерации осциллирующего вихревого поля и переносу энергии от акустического поля к вихревому [5]. Взаимодействие флуктуаций энтропии и неоднородного поля течения в канале заряда служит источником акустических колебаний в областях потока, где имеют место большие градиенты скорости [3].

Турбулентность оказывает влияние на характеристики волн через демпфирование вихревого движения за счет генерации дополнительной вихревой вязкости. Взаимодействие турбулентных флуктуаций скорости с организованными вихревыми структурами представляет собой дополнительный механизм генерации, переноса и диссипации энергии в камере сгорания [3].

Двухфазные течения с инертными и горящими частицами алюминия, а также влияние частиц на акустические колебания в камере сгорания рассматриваются в работах [1, 6], где приводятся результаты численных расчетов на основе подхода Эйлера и результаты эксперимента.

Выделяется три механизма взаимодействия частиц алюминия и его оксида с осцилляциями параметров рабочего тела в камере сгорания, оказывающих влияние на баланс акустической энергии: влияние частиц-агломератов на колебания параметров потока на поверхности горения (механизм 1), распределенное горение частиц-агломератов в канале заряда (механизм 2), движение частиц оксида алюминия в канале заряда и рассеивание акустической энергии за счет межфазного обмена импульсом и теплом (механизм 3). Механизмы 1 и 3 приводят к демпфированию акустических колебаний, в то время как механизм 2 — к их усилению [1]. Эффективность подавления или усиления колебаний зависит от частоты, размера частиц и отношения времени горения частиц к времени их пребывания в канале заряда (для механизма 2) [1–3].

Как правило, при высоких частотах частицы оказывают демпфирующее влияние на акустические колебания [1], а подавление колебаний происходит вследствие влияния частиц-агломератов на колебания параметров потока на поверхности горения (механизм 1). При частотах ниже 2000 Гц роль механизма 1 по сравнению с ролью механизма 3 второстепенна, однако такое взаимодействие также приводит к демпфированию колебаний. В некоторых топливах, устойчиво горящих при отсутствии металлических добавок, появляется тенденция к неустойчивости горения при добавлении алюминия, что обусловлено влиянием механизма 2, который приводит к усилению колебаний [7].

Для расчетов зависимостей коэффициентов затухания и рассеивания акустических колебаний от размера частиц и теплофизических свойств газовой и дисперсной фаз имеется ряд соотношений [8], построенных теоретическим путем и с помощью обработки данных эксперимента.

Для оптимизации выходных характеристик энергетических установок с горением и предотвращения непредусмотренных режимов их работы большое значение имеют методы математического моделирования турбулентных течений газозвеси [9, 10].

В данной работе проводится численное моделирование нестационарного турбулентного течения газозвеси в канале при наличии вдува. Модель течения в таком канале служит моделью течения продуктов сгорания в канале заряда ракетного двигателя на твердом топливе и описывает наиболее существенную составляющую процесса — подвод массы с горячей поверхности заряда. При этом процессы разложения и горения твердого топлива, происходящие в тонком приповерхностном слое, не учитываются. Нестационарность потока возникает в результате вынужденных периодических колебаний давления вблизи левого (закрытого) торца канала. Обсуждается влияние частиц на характеристики турбулентности и акустические колебания параметров рабочего тела в канале при наличии вдува, а также проводится сравнение результатов численного моделирования с имеющимися экспериментальными данными.

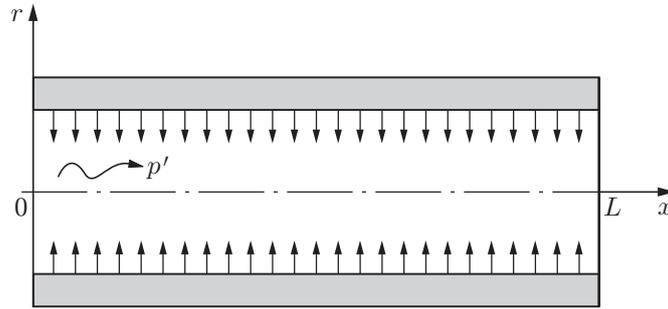


Рис. 1. Расчетная область

В отличие от работ [1, 6], в которых реализуется подход Эйлера, для моделирования движения частиц конденсированной фазы в турбулентном потоке применяется стохастический вариант дискретно-траекторного подхода. В построенной модели учитывается влияние пульсаций скорости несущего потока на движение и рассеивание частиц. В отличие от подхода Эйлера используемый подход позволяет с высокой степенью детализации выявить картину движения конденсированной фазы в канале при наличии вдува, а также области повышенной концентрации частиц. Для получения статистически достоверной картины течения требуется использовать достаточно представительный ансамбль реализаций.

1. Математическая модель. Нестационарное турбулентное течение смеси вязкого сжимаемого газа и твердых частиц сферической формы описывается с помощью подхода Эйлера — Лагранжа.

1.1. *Газ.* Рассмотрим течение газозвеси в круглом канале с проницаемыми стенками (рис. 1). Ось x совместим с осью симметрии канала, а ось y направим перпендикулярно ей. Скорость вдува v_w полагается одинаковой во всех точках проницаемой поверхности канала и направленной по нормали к ней. Параметры смеси газа и частиц, поступающих в канал, считаются постоянными вдоль поверхности горения. Частицы алюминия инжектируются с массоподводящей поверхности канала в точках, равномерно расположенных по его длине. Дисперсная фаза моделируется сплошной средой, не имеющей собственных напряжений. Частицы представляют собой недеформируемые сферы одинакового размера.

Пренебрегая химическими реакциями и объемом, занимаемым частицами, течение газа можно описать системой уравнений, включающей уравнение неразрывности, уравнение изменения количества движения и уравнение изменения энергии:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \sum_i \mathbf{F}_{pi} n_{pi}; \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e + p) \mathbf{v}] = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}) - \sum_i W_{pi} n_{pi} - \sum_i Q_{pi} n_{pi} \tag{3}$$

(индекс p соответствует частицам). Источниковые члены в правых частях уравнений (2), (3) учитывают межфазный обмен количеством движения, теплообмен между газом и частицами и работу, совершаемую частицами над газом. Интенсивности межфазного обмена импульсом и энергией определяются как произведение счетной концентрации частиц и интенсивности межфазного обмена, приходящейся на одну частицу (под n_{pi} понимается концентрация частиц фракции i в единице объема). Суммирование проводится по

всем частицам фракции i . Столкновения, дробление и коагуляция частиц не учитываются. Столкновения частиц начинают играть существенную роль лишь в случае, если диапазон размеров частиц достаточно широк [1].

Удельная полная энергия находится из соотношения

$$e = u + (1/2)\mathbf{v} \cdot \mathbf{v},$$

где u — удельная внутренняя энергия. Тензор вязких напряжений и вектор теплового потока связаны с полями скорости и температуры с помощью соотношений

$$\boldsymbol{\tau} = \mu[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})_*], \quad \mathbf{q} = -\lambda\nabla T$$

(μ — динамическая вязкость; λ — теплопроводность; индекс “*” соответствует сопряженному тензору). Зависимость динамической вязкости воздуха от температуры рассчитывается по закону Сазерленда

$$\frac{\mu}{\mu_*} = \left(\frac{T}{T_*}\right)^{3/2} \frac{T_* + S_0}{T + S_0},$$

где $\mu_* = 1,68 \cdot 10^{-5}$ кг/(м·с), $T_* = 273$ К, $S_0 = 110,5$ К для воздуха. Молекулярному числу Прандтля присваивается постоянное значение (для воздуха $\text{Pr} = 0,72$).

Уравнения, записанные в виде (1)–(3), применимы для описания как ламинарных, так и турбулентных течений. При моделировании турбулентных течений уравнения (1)–(3) дополняются уравнениями (k - ε)-модели турбулентности, а вязкость и теплопроводность заменяются их эффективными значениями. Эффективная вязкость μ_e вычисляется как сумма молекулярной μ и турбулентной μ_t вязкостей, а эффективная теплопроводность λ_e выражается через вязкость и число Прандтля:

$$\mu_e = \mu + \mu_t, \quad \lambda_e = c_p(\mu/\text{Pr} + \mu_t/\text{Pr}_t).$$

Турбулентному числу Прандтля присваивается постоянное значение (для воздуха $\text{Pr}_t = 0,9$).

Уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации имеют вид

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + (\rho\mathbf{v} \cdot \nabla)k = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P - \rho\varepsilon + E_p; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho\varepsilon}{\partial t} + (\rho\mathbf{v} \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1}P - c_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon) + \Phi_p. \quad (5)$$

Турбулентная вязкость вычисляется по формуле Колмогорова — Прандтля $\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon$.

Для расширения границ области применимости (k - ε)-модели вводятся поправка Ка-то — Лаундера к слагаемому, описывающему порождение турбулентности, и поправка на кривизну линий тока. Член, генерирующий турбулентность, вычисляется по формуле

$$P = \mu_t |S|^{1/2} |\Omega|^{1/2}.$$

Инварианты тензора скоростей деформаций и тензора вращения находятся из соотношений

$$|S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}, \quad |\Omega| = (2\Omega_{ij}\Omega_{ij})^{1/2},$$

где

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right).$$

Модификация $(k-\varepsilon)$ -модели для течений с линиями тока, обладающими кривизной, заключается в коррекции полуэмпирических постоянных путем их умножения на некоторые поправочные функции, зависящие от турбулентного числа Ричардсона.

Выбор $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности для расчета двухфазных течений в каналах с проницаемыми стенками объясняется достаточно устойчивым итерационным процессом, апробированностью модели для расчета течений, обусловленных вдувом, а также достаточно простым учетом влияния дисперсной фазы на характеристики турбулентности и необходимостью использования двух пульсационных характеристик турбулентности для стохастического моделирования движения примеси (среднеквадратичная скорость и масштаб турбулентности) [10].

Влияние дисперсной фазы на характеристики турбулентности учитывается с помощью дополнительных источников членов в уравнениях (4), (5), которые вычисляются в рамках гипотезы локальной изотропности диссипирующих вихрей и однородности поля средней скорости дисперсной фазы [11, 12]. Для вычисления корреляционных моментов, связанных с дисперсной фазой, используется локально-однородное приближение к методу пространственно-временного осреднения со ступенчатой аппроксимацией корреляционной функции пульсаций скорости несущего потока вдоль траектории частицы [11]. Различие масштабов турбулентности в продольном и поперечном направлениях учитывается с помощью теории локально-однородной и локально-изотропной турбулентности.

Постоянные модели турбулентности, как правило, подбираются путем сравнения расчетных и экспериментальных данных, полученных для стационарных условий. Применимость имеющихся моделей турбулентности для описания нестационарных течений не является очевидной [10].

Данные, полученные в работе [13], показывают, что отношение сдвиговых напряжений к интенсивности турбулентности остается приблизительно постоянным и равным соответствующему значению, имеющему место в стационарном потоке, несмотря на то что интенсивность турбулентности и компоненты тензора рейнольдсовых напряжений в существенной степени изменяются при наличии внешних вынужденных колебаний давления. При малых частотах вынужденных колебаний использование моделей турбулентности, калиброванных для стационарного случая, представляется оправданным и приемлемым. В случае когда амплитуда и частота колебаний превышают некоторые критические значения, учет взаимодействия поля турбулентности с внешними колебаниями приобретает большое значение, а традиционные модели турбулентности становятся неприменимыми [14]. При этом вынужденные колебания оказывают влияние только на внутреннюю область пограничного слоя. Поведение внешней области пограничного слоя такое же, как в стационарном потоке [15].

Считается, что нестационарность потока, обусловленная внешними возмущениями, оказывает слабое влияние на ядро потока. Для моделирования течения в ядре потока используются уравнения (4), (5). Постоянным модели присваиваются следующие значения: $c_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $c_{\varepsilon 1} = 1,44$, $c_{\varepsilon 2} = 1,92$. Вблизи стенки (во внутренней области пограничного слоя) используется $(k-l)$ -модель турбулентности, в которой кинетическая энергия турбулентности находится из уравнения (4). Скорость диссипации рассчитывается не путем численного интегрирования уравнения (5), а по алгебраической зависимости с учетом влияния нестационарности потока на масштаб турбулентности [16].

1.2. *Частицы.* Движение и теплообмен частицы описываются с помощью следующих уравнений:

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{v}_p; \quad (6)$$

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{F}_p; \quad (7)$$

$$c_p^m m_p \frac{dT_p}{dt} = Q_p. \quad (8)$$

Здесь m_p — масса частицы; c_p^m — теплоемкость материала частицы.

Имеющиеся оценки показывают, что сила сопротивления является основным фактором, оказывающим влияние на движение частицы [9]. Отношение силы сопротивления к силе присоединенной массы имеет порядок $f_m/f_D \sim \rho/\rho_p$, а отношение силы сопротивления к силе Бассэ — порядок $f_B/f_D \sim (\rho/\rho_p)^{1/2}$. Для взвеси частиц алюминия ($\rho_p = 2600$ кг/м³) в воздухе ($\rho = 1,25$ кг/м³) влиянием силы присоединенной массы и силы Бассэ пренебрегается в силу их малости по сравнению с силой сопротивления. Отношение силы Магнуса и подъемной силы Сэффмана к силе сопротивления имеет порядок $|\omega_p|d_p^2/(24\nu)$ и $(d_p^2\nu du/dy)^{1/2}C_L$, где ω_p — угловая скорость вращения частицы; du/dy — градиент скорости газа; C_L — коэффициент подъемной силы. В обычных условиях для частиц диаметром $d_p < 400$ мкм сила Магнуса не превышает подъемной силы Сэффмана ($f_M < f_L$), которая лишь в высокоградиентном потоке сравнима с силой сопротивления или больше нее ($f_L/f_D \sim 0 \div 10$). В условиях низкоградиентного течения, имеющего место в канале при наличии вдува, влиянием подъемной силы пренебрегается.

Сила сопротивления находится по формуле

$$\mathbf{F}_p = (\pi/8)C_D\rho d_p^2|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p).$$

Коэффициент сопротивления вычисляется с учетом поправки к закону Стокса

$$C_D = 24f_D(\text{Re}_p)/\text{Re}_p^3.$$

Число Рейнольдса определяется по относительной скорости газа и частицы:

$$\text{Re}_p = \rho|\mathbf{v} - \mathbf{v}_p|d_p/\mu.$$

Вид поправочной функции f_D , учитывающей инерционность частицы, приведен в работе [9].

Работа, которую частицы совершают над газом, вычисляется из соотношения

$$W_p = \mathbf{F}_p \cdot \mathbf{v}_p.$$

Конвективный тепловой поток между частицей и газом находится по формуле

$$Q_p = \pi d_p \text{Nu}_p \lambda (T - T_p),$$

где Nu_p — число Нуссельта. Для расчета числа Нуссельта используются полуэмпирические соотношения, представленные в виде зависимости числа Нуссельта от чисел Рейнольдса и Прандтля (формула Кавано — Дрейка) [9].

Взаимодействие частицы с полем турбулентности описывается на основе стохастической модели [9]. Время взаимодействия частицы с турбулентным моле определяется максимальным значением разности между временем существования турбулентного моля и временем прохождения частицы через этот моле. Флуктуации скорости моделируются в рамках локально-изотропного приближения. Использование соотношений, учитывающих неизотропность масштабов турбулентности, оказывает незначительное влияние на расчет средней скорости частицы [17]. Подробное описание стохастической модели, примеры ее применения для моделирования внутренних течений, а также особенности численной реализации обсуждаются в работах [9, 10].

2. Численный метод. Для дискретизации уравнений Навье — Стокса (1)–(3) и уравнений модели турбулентности (4), (5) используется метод конечных объемов, для дискретизации по времени применяется трехшаговый метод Рунге — Кутты, а для дискретизации по пространству — схема MUSCL (monotonic upwind scheme for conservation laws)

для вязких потоков и схема CDS (central difference scheme) второго порядка для вязких потоков (подробнее об этом см. [18]). Для решения системы разностных уравнений используется геометрический многосеточный метод [18], для ускорения сходимости которого применяется обобщенный метод взвешенных невязок GMRES (generalized minimal residual).

В случае когда скорость течения в канале заряда значительно меньше скорости звука, вычислительные алгоритмы, используемые для моделирования течений сжимаемого газа, обладают численной неустойчивостью, обусловленной несоизмеримостью собственных чисел якобиана. Для преодоления указанных трудностей используется блочный метод предобуславливания Якоби [18].

Для интегрирования уравнений (6)–(8), описывающих движение частицы, используется метод Рунге — Кутты с шагом по времени, обусловленным полем турбулентности в канале заряда (на практике шаг интегрирования оказывается приблизительно в 10 раз меньше времени релаксации).

Согласование полей течения газовой фазы и частиц конденсированной фазы проводится на основе глобальной итерационной процедуры, в которой источниковые члены, описывающие межфазное взаимодействие, вычисляются на каждой итерации [18].

Расчеты поля течения газа и траекторий частиц конденсированной фазы проводятся в трехмерной постановке. Для обработки результатов численного моделирования используются цилиндрическая система координат и осреднение по окружной координате.

3. Результаты расчетов. Результаты численного моделирования соответствуют стационарному и нестационарному (при наличии внешних колебаний давления) течениям в канале с проницаемыми стенками, а также демпфированию акустических колебаний в камере сгорания в зависимости от размера и массовой концентрации конденсированной фазы.

3.1. Расчетная область. Канал имеет длину 1,88 м и ширину 0,2 м. Газодисперсная смесь, состоящая из воздуха ($\gamma = 1,4$, $Pr = 0,7$) и частиц алюминия ($\rho_p = 2296$ кг/м³), вдувается в канал при давлении торможения 10^5 Па и температуре торможения 300 К. В расчетах используется равномерное распределение частиц размером 10 и 100 мкм на массоподводящей поверхности канала.

На проницаемой стенке (при $y = h$) для скорости газовой и дисперсной фаз задаются условия нормального вдува ($u = u_p = 0$, $v = v_p = -\varphi v_w$, где $\varphi = 0,1$ — коэффициент начальной скоростной неравновесности фаз). В качестве теплового граничного условия задается температура стенки. Для характеристик турбулентности принимается условие отсутствия пульсаций скорости на проницаемой поверхности канала (при малой скорости вдува такие условия являются оправданными).

После нахождения стационарного решения задачи о генерации акустических волн на давление вблизи левого закрытого торца накладываются периодические колебания с заданной амплитудой ϕ (порядка 1 % среднего значения) и частотой f . В выходном сечении канала задаются неотражающие граничные условия.

Расчеты проводятся с использованием закона геометрической прогрессии на сетке размером $80 \times 50 \times 50$ со сгущением узлов вблизи левого торца и непроницаемой стенки канала.

3.2. Распределение скорости. С увеличением интенсивности (скорости) вдува влияние вязких эффектов на структуру турбулентного течения ослабевает и проявляется в основном в приосевой области, приводя к незначительному наполнению профиля скорости. С увеличением числа Рейнольдса профиль продольной скорости становится более вытянутым и при сильном вдуве ($Re \rightarrow \infty$) стремится к косинусоидальному распределению. Профиль продольной скорости дисперсной фазы является менее наполненным по сравнению с профилем скорости несущего потока.

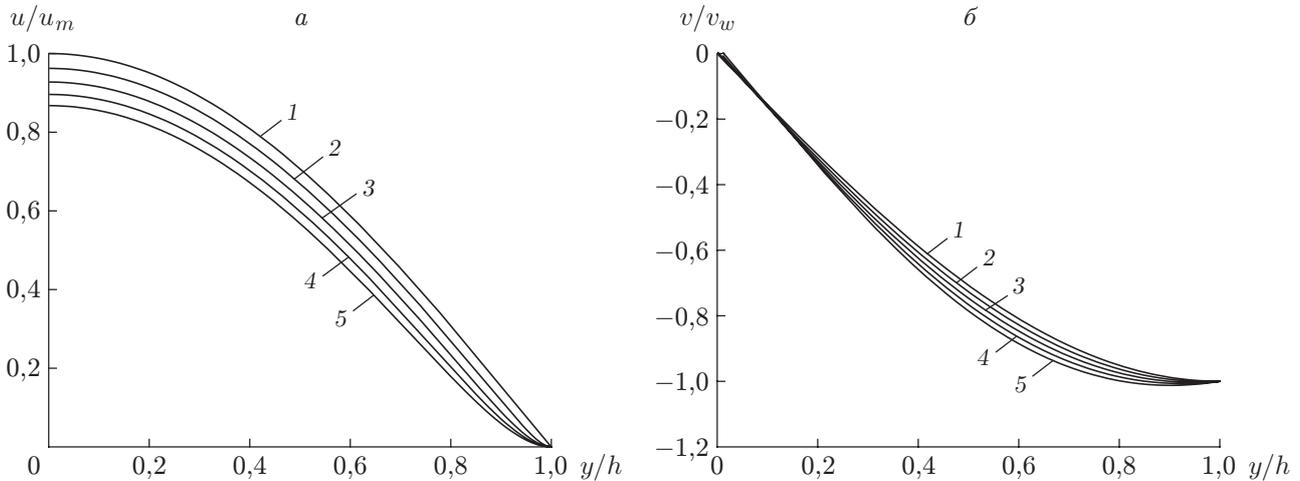


Рис. 2. Распределения продольной (а) и поперечной (б) скоростей частиц при различных значениях числа Стокса:

1 — скорость несущего потока, 2 — $St = 0,025$, 3 — $St = 0,05$, 4 — $St = 0,075$, 5 — $St = 0,1$

Распределения продольной скорости газа и дисперсной фазы в канале при различных значениях числа Стокса приведены на рис. 2. Результаты расчетов нормируются на максимальную скорость газа в поперечном сечении канала u_m и скорость вдува v_w . Влияние начальной неравномерности потока приводит к деформации профиля поперечной скорости дисперсной фазы вблизи массоподводящей поверхности (результаты, приведенные на рис. 2, соответствуют динамическому равновесию фаз на массоподводящей поверхности канала). В целом в широком диапазоне параметров задачи распределения поперечной скорости частиц различаются незначительно.

3.3. Характеристики турбулентности. В нестационарном случае структура течения вблизи стенки является сложной и свидетельствует о наличии акустического пограничного слоя, внутри которого имеют место флуктуации скорости, обусловленные распространением нестационарных сдвиговых волн (волн завихренности) [2, 3]. Возмущения завихренности возникают в результате вдува с поверхности вследствие условий прилипания на стенке, распространяются внутрь канала и демпфируются за счет вязких эффектов. В ядре потока имеет место одномерное распределение флуктуаций осевой скорости, которое достаточно точно описывается существующей линейной теорией [2]. Влияние вязкости на распространение волн завихренности пропорционально частоте осцилляций. Турбулентность потока приводит к более существенному демпфированию амплитуды колебаний осевой скорости вследствие дополнительной генерации вихревой вязкости.

Особенностью течения в канале с распределенным массоподводом является наличие отрицательного градиента давления, обусловленного ускорением потока вследствие вдува, что оказывает существенное влияние на механизм и интенсивность турбулентного переноса. Вниз по потоку происходит турбулизация течения (за исключением пристенной и приосевой областей), что выражается в наличии фронта турбулентности и смещении максимума кинетической энергии турбулентности от стенки вглубь потока. Вблизи стенки канала расположен слой с малыми, стремящимися к нулю значениями кинетической энергии турбулентности (зона отеснения). Вблизи проницаемой стенки и оси канала поток является практически ламинарным. Увеличение уровня турбулентных пульсаций скорости наблюдается в области сильного сдвига на некотором расстоянии от стенки канала, где жидкие частицы, движущиеся по нормали к поверхности, меняют направление на противоположное в узкой приповерхностной зоне.

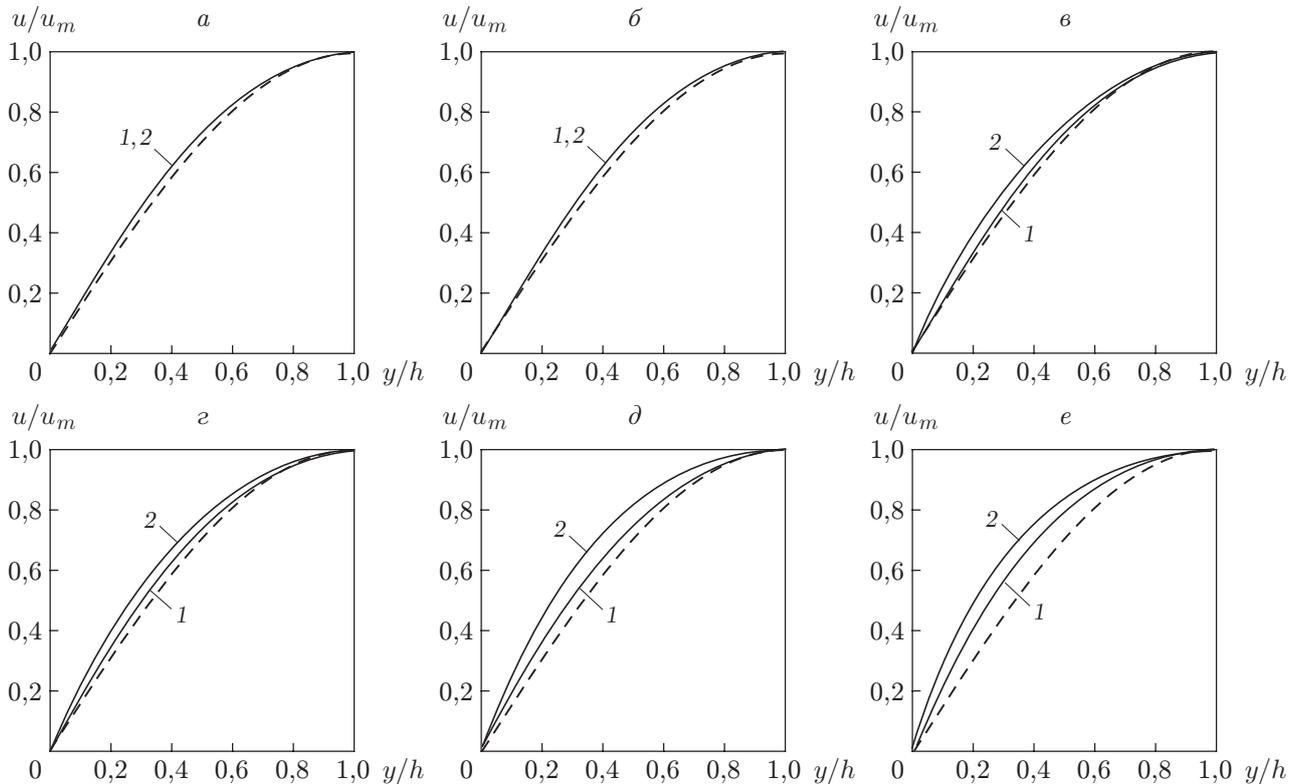


Рис. 3. Радиальные профили продольной скорости при $f = 943$ Гц, $\phi = 0,02$ для различных сечений по осевой координате:

a — $x/h = 5$, b — $x/h = 10$, $в$ — $x/h = 15$, $г$ — $x/h = 20$, $д$ — $x/h = 25$, e — $x/h = 30$; 1 — стационарное поле течения, 2 — поле течения при наличии внешних гармонических колебаний; штриховые линии — поле течения при наличии вдува

Распределения продольной скорости и кинетической энергии турбулентности по радиальной координате при $f = 943$ Гц, $\phi = 0,02$ для различных сечений по осевой координате показаны на рис. 3, 4.

Вынужденные колебания давления оказывают существенное влияние на нестационарное поле течения, вызывая, в частности, флуктуации параметров течения с широкополосным спектром и приводя к дополнительной генерации турбулентности за счет переноса кинетической энергии от акустического поля к полю турбулентности [3]. Влияние колебаний давления заключается также в более раннем переходе ламинарного режима течения в турбулентный. Положение точки перехода зависит от частоты и амплитуды колебаний [10]. Обмен энергией более интенсивно происходит при низких частотах. Косвенным признаком ламинарно-турбулентного перехода в канале при наличии вдува служит изменение формы профиля продольной скорости (см. рис. 3), который является более наполненным при наличии вынужденных колебаний давления. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода требует использования более сложных математических моделей, таких как метод крупных вихрей или прямое численное моделирование [10].

Частицы оказывают двойное воздействие на характеристики турбулентности. С одной стороны, происходит дополнительная по отношению к турбулентному течению чистого газа диссипация кинетической энергии турбулентности, а также гашение турбулентности, с другой — наличие частиц уменьшает толщину пограничного слоя, увеличивая таким образом градиент средней скорости газовой фазы вблизи стенки, что приводит к дополнительной генерации турбулентности.

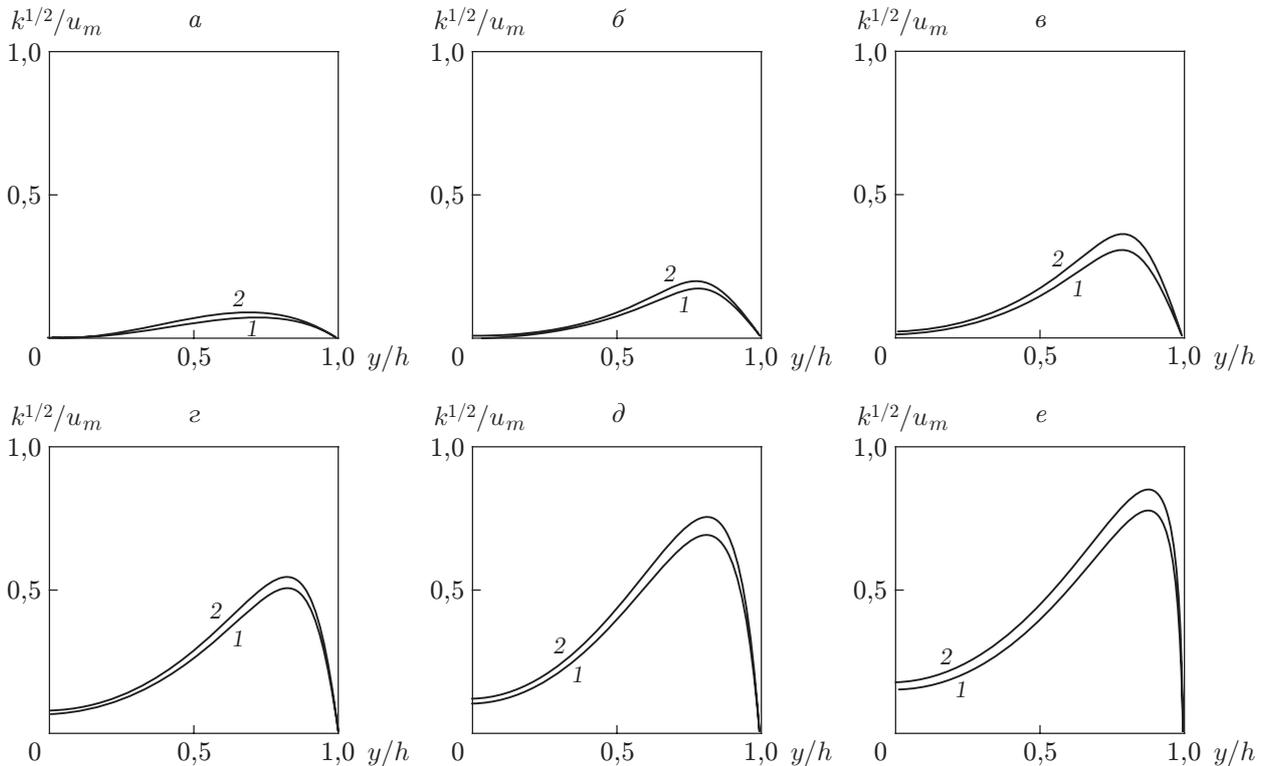


Рис. 4. Радиальные профили кинетической энергии турбулентности при $f = 943$ Гц, $\phi = 0,02$ для различных сечений по осевой координате: $a - x/h = 5$, $b - x/h = 10$, $в - x/h = 15$, $г - x/h = 20$, $д - x/h = 25$, $e - x/h = 30$; 1 — стационарное поле течения, 2 — поле течения при наличии внешних гармонических колебаний

Профили кинетической энергии турбулентности показаны на рис. 5. Влияние примеси на поле турбулентности определяется отношениями временных микро- и макромасштабов турбулентности в различных областях потока и времени релаксации частицы. Наличие двух масштабов в уравнениях $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности обуславливает различный характер воздействия частиц в зависимости от их массы. Турбулизирующее воздействие частиц малого размера ($r_p < 5$ мкм), которые движутся практически равновесно с газом, обусловлено уменьшением вязкой диссипации. Такие частицы, не взаимодействуя с энергоемкими пульсациями газа, подавляют высокочастотную часть спектра, оказывающую влияние на диссипацию турбулентной энергии. Уменьшение кинетической энергии турбулентности при введении в поток сравнительно крупных частиц ($r_p > 10$ мкм) объясняется дополнительной диссипацией в результате межфазного осредненного и пульсационного скольжения.

3.4. *Коэффициент демпфирования.* Вследствие межфазного обмена импульсом и теплом полный коэффициент демпфирования можно представить в виде суммы коэффициентов демпфирования.

При взаимодействии частиц с акустическими колебаниями большое значение имеет отношение характерных времен динамической и тепловой релаксации частицы и характерного времени акустических колебаний τ_a , имеющего смысл числа Стокса [8] (акустическое число Стокса). Времена динамической и тепловой релаксации частицы находятся

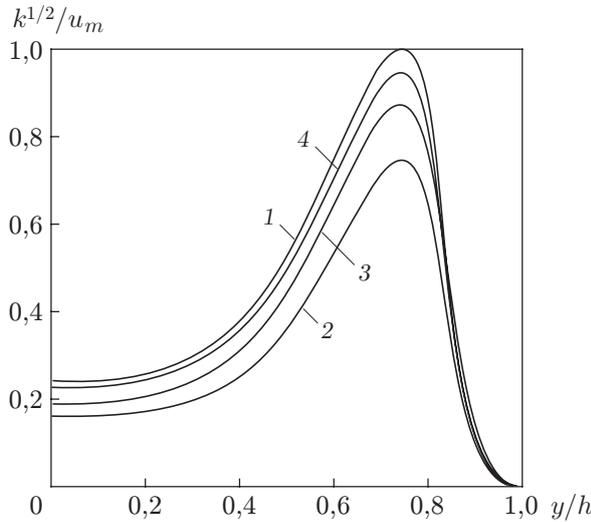


Рис. 5

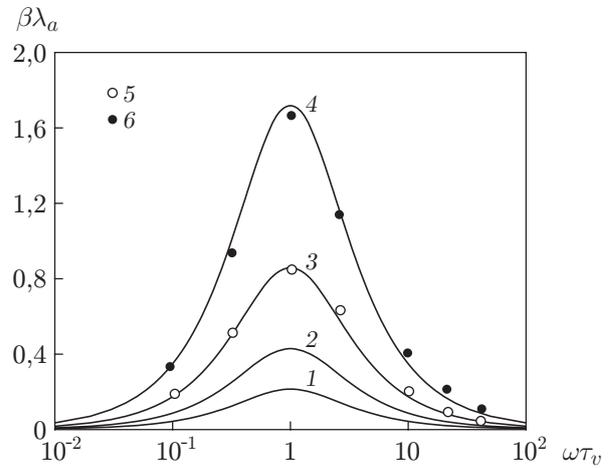


Рис. 6

Рис. 5. Распределения кинетической энергии турбулентности в канале с интенсивным вдувом при $x/h = 30$, $C_m = 0,18$:

1 — течение чистого газа, 2–4 — течение газа с частицами различного радиуса (2 — $r_p = 5$ мкм, 3 — $r_p = 10$ мкм, 4 — $r_p = 15$ мкм)

Рис. 6. Зависимость коэффициента демпфирования от акустического числа Стокса при различных значениях массовой концентрации частиц:

1 — $C_m = 0,05$, 2 — $C_m = 0,1$, 3, 5 — $C_m = 0,2$, 4, 6 — $C_m = 0,4$; линии — расчет, выполненный в работе [8], точки — расчет, выполненный в настоящей работе

из соотношений

$$\tau_v = \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho\nu}, \quad \tau_t = \frac{\rho_p c_p^m d_p^2}{12\rho c_p a},$$

где $a = \lambda/(\rho c_p)$ — температуропроводность. В расчетах $\tau_a = 0,5$ мс, $\tau_v = 0,1; 10,0$ мс для частиц малого ($d_p = 10$ мкм) и большого ($d_p = 100$ мкм) диаметров.

Помимо акустического числа Стокса существенное влияние на акустические процессы оказывают массовая концентрация частиц C_m и длина волны акустических колебаний λ_a [8].

На рис. 6 приведены зависимости коэффициента демпфирования акустических колебаний от массовой концентрации конденсированной фазы. Видно, что результаты расчетов (точки), полученные в настоящей работе, достаточно хорошо согласуются с результатами расчетов по теоретической зависимости [8] (линии) в широком диапазоне значений параметров задачи (частота колебаний, размер частицы, отношение плотностей газовой и дисперсной фаз). Несмотря на хорошее согласование результатов, при достаточно высокой концентрации примеси полученные данные имеют качественный характер вследствие увеличения вероятности столкновений частиц в этих условиях.

Определен оптимальный размер частиц (при $\omega\tau_v = 1$), обуславливающий наиболее существенное демпфирование акустических колебаний. Для частиц малого размера, которые полностью вовлекаются в волновое движение, перемещаясь практически в равновесии с газом и в максимальной степени изменяя теплофизические характеристики смеси, относительная скорость и температура фаз становятся малыми, а вязкая и тепловая диссипация играет пренебрежимо малую роль. Частицы малого размера оказывают наиболее

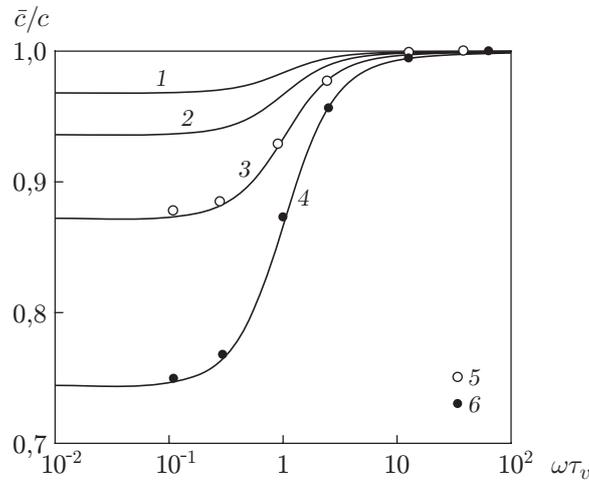


Рис. 7. Зависимость скорости звука от размера частиц при различных значениях массовой концентрации частиц:

1 — $C_m = 0,05$, 2 — $C_m = 0,1$, 3, 5 — $C_m = 0,2$, 4, 6 — $C_m = 0,4$

значительное демпфирующее воздействие при высоких частотах колебаний. Для крупных частиц, которые не вовлекаются в волновое движение (замороженное течение), обмен импульсом и теплом с газовой фазой пренебрежимо мал, и воздействия частиц на акустические колебания в канале не наблюдается. Частицы промежуточного размера обуславливают диссипацию энергии акустических колебаний.

При малой концентрации дисперсной фазы коэффициент демпфирования описывается соотношением [8]

$$\beta = -\frac{C_m \omega}{2} \frac{\omega \tau_v}{1 + (\omega \tau_v)^2}.$$

Максимальное значение коэффициента демпфирования имеет место при $\omega \tau_v = 1$, что соответствует оптимальному размеру частиц

$$d_p^* = 18\mu/(\rho\omega).$$

При этом $\beta_{\max} = -C_m \omega/4$.

Для частиц окиси алюминия при частоте колебаний 6000 Гц оптимальный размер частиц составляет 3,3 мкм, коэффициент демпфирования — 108 с^{-1} . При уменьшении частоты колебаний до 500 Гц оптимальный размер частиц равен 11 мкм, коэффициент демпфирования уменьшается до $1,6 \text{ с}^{-1}$.

Влияние частиц на скорость звука в газодисперсной смеси показано на рис. 7. Распространение акустических волн в канале, заполненном газодисперсной смесью, приводит к обмену импульсом и теплом между газом и частицами. Частицы малого размера движутся равновесно с газом, и газодисперсная смесь описывается уравнениями движения совершенного газа с эффективными теплофизическими свойствами. Для смеси с крупными частицами, наличие которых не оказывает влияния на течение газа, скорость звука соответствует ее значению в чистом газе.

Акустический импеданс двухфазной смеси $\bar{\rho}\bar{c}$ имеет приблизительно постоянное значение во всем диапазоне значений акустического числа Стокса (параметр $\omega\tau_v$) и практически не зависит от массовой концентрации примеси. Эффективные параметры разреженной газодисперсной смеси представляются в виде суммы параметров, соответствующих чистому газу, и поправки, обусловленной наличием частиц. В случае низких частот или частиц

малого размера ($\omega\tau_v \rightarrow 0$) эффективная плотность смеси стремится к предельному значению в равновесном течении $\bar{\rho} = \rho(1 + C_m)$. В случае высоких частот или крупных частиц ($\omega\tau_v \rightarrow \infty$) поправка к плотности за счет наличия частиц становится пренебрежимо малой, поэтому $\bar{\rho} = \rho$.

В целом имеет место хорошее согласование результатов численного моделирования с данными [8] в широком диапазоне значений акустического числа Стокса и массовой концентрации частиц.

3.5. Динамика частиц. Поскольку для мелких частиц отношение времени релаксации к акустическому времени ($St \rightarrow 0$) сравнительно мало, они реагируют на турбулентные пульсации скорости несущего потока, а следовательно, на изменение его параметров и следуют за флуктуациями акустической скорости. Частицы большого размера ($St \rightarrow \infty$) не реагируют на турбулентные пульсации скорости несущего потока.

В неравновесных течениях при произвольных числах Стокса наличие относительно малоинерционных частиц приводит к уменьшению интенсивности турбулентности несущего потока (это влияние возрастает при увеличении концентрации примеси). Причиной подавления турбулентных пульсаций частицами является их вовлечение в пульсационное движение вследствие взаимодействия с турбулентными вихрями. Максимальное затухание пульсаций продольной и поперечной скоростей наблюдается вблизи оси канала, а степень подавления турбулентности возрастает с увеличением массовой концентрации дисперсной фазы и уменьшением ее инерционности. Имеет место тенденция к смещению максимума в распределении пульсаций поперечной скорости газовой фазы в направлении стенки по сравнению с распределением в чистом газе.

3.6. Акустическое поле. На рис. 8 показаны радиальные профили амплитуды флуктуаций осевой скорости в ламинарном течении в точке, расположенной приблизительно посередине канала ($x/L = 0,5$), при $f = 1885$ Гц, $\phi = 0,02$. Течение является ламинарным, массовая концентрация частиц полагается равной $C_m = 0,2$, начальная скорость частиц — $0,1$ м/с, что соответствует примерно 10 % скорости вдува.

Выделяются две характерные зоны течения. В пристенной зоне течения (при $y/h > 0,6$) имеют место существенные колебания акустической скорости и завихренности. В приосевой области (при $y/h < 0,6$) вследствие вязкой диссипации волны завихренности

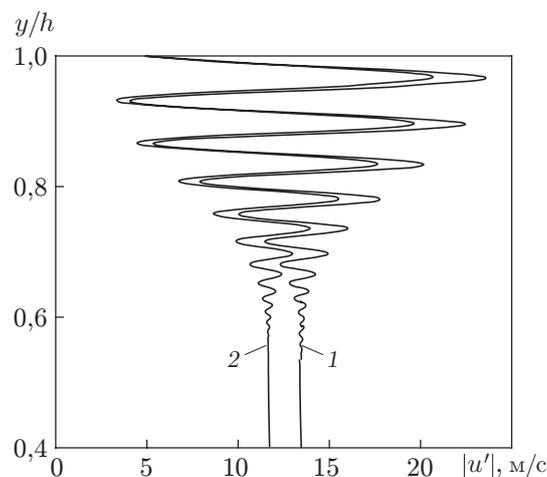


Рис. 8. Радиальные профили амплитуды флуктуаций осевой скорости при $f = 1885$ Гц, $\phi = 0,02$, $C_m = 0,2$:

1 — в потоке чистого газа, 2 — в двухфазном течении ($d_p = 10$ мкм)

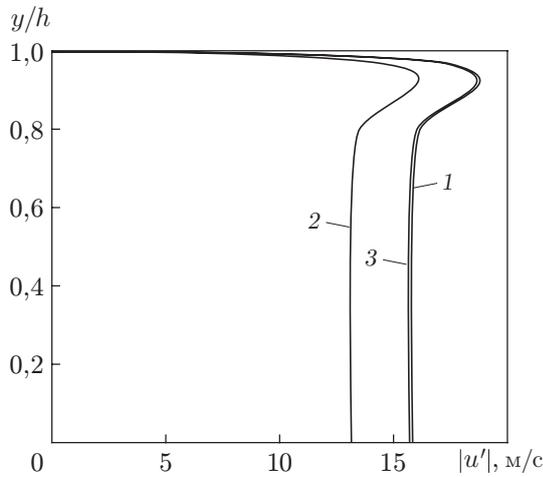


Рис. 9

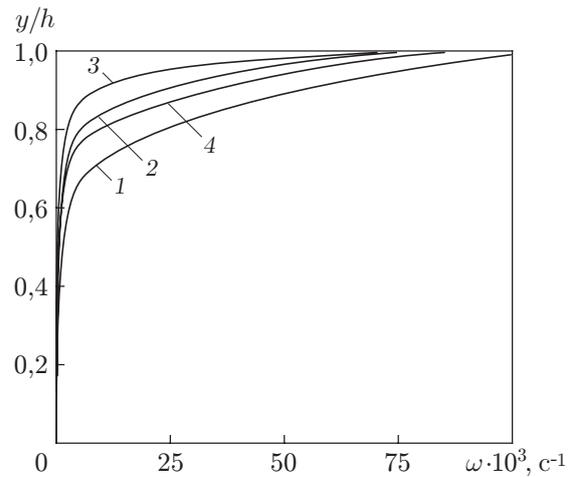


Рис. 10

Рис. 9. Радиальные профили амплитуды флуктуаций осевой скорости при $f = 3770$ Гц, $\phi = 0,02$, $C_m = 0,2$:

1 — в потоке чистого газа, 2, 3 — в двухфазном течении (2 — $d_p = 10$ мкм, 3 — $d_p = 100$ мкм)

Рис. 10. Радиальные профили амплитуды завихренности при $f = 943$ Гц, $\phi = 0,02$, $C_m = 0,2$:

1 — в потоке чистого газа, 2–4 — в двухфазном течении (2 — $\omega\tau_v = 0,1$, $d_p = 2$ мкм, 3 — $\omega\tau_v = 1$, $d_p = 8$ мкм, 4 — $\omega\tau_v = 10$, $d_p = 22$ мкм)

затухают, и влияние акустических эффектов становится доминирующим. Наличие частиц приводит к подавлению флуктуаций акустической скорости за счет обмена импульсом и энергией с газовой фазой. Общее влияние дисперсной фазы определяется массовой концентрацией, временами динамической и тепловой релаксации и частотой акустических колебаний. Частицы малого размера оказывают существенное влияние на акустическое поле течения, быстро достигая равновесия с газовой фазой и эффективно изменяя ее плотность, влияние частиц большого диаметра оказывается несущественным. Максимальное значение амплитуды флуктуаций осевой скорости составляет $|u'|_{\max} = 13,2$ м/с при $d_p = 10$ мкм и $|u'|_{\max} = 15,5$ м/с при $d_p = 100$ мкм (это значение практически не отличается от соответствующего значения в чистом газе).

На рис. 9 показаны распределения амплитуды флуктуаций осевой скорости по радиальной координате при $x/L = 0,5$, $f = 3770$ Гц, $\phi = 0,02$, $C_m = 0,2$ (течение является турбулентным). Видно, что частицы большого диаметра оказывают пренебрежимо малое влияние на поле течения, в то время как наличие мелких частиц обуславливает подавление флуктуаций скорости. На фазу флуктуаций осевой скорости частицы оказывают меньшее влияние, чем на амплитудные характеристики.

3.7. *Вихревое поле.* Поля скорости и температуры можно представить в виде суммы акустической и вихревой компонент. На рис. 10 показано влияние частиц на распределение завихренности при $x/L = 0,5$, $f = 943$ Гц, $\phi = 0,02$, $C_m = 0,2$. Максимальное влияние частиц на распределение завихренности достигается при размере частиц $d_p \approx 8$ мкм, что приблизительно соответствует $\omega\tau_v = 1$. Приведенные значения согласуются с теоретическими оценками [8].

Заключение. Проведено численное моделирование нестационарного турбулентного течения газозвеси в канале при наличии вдува в рамках стохастического варианта дискретно-траекторного подхода. Нестационарность потока возникает в результате вынужденных периодических колебаний давления вблизи левого (закрытого) торца канала.

Полученные результаты показывают, что акустические колебания служат дополнительным механизмом генерации турбулентности (энергия передается от периодического движения к хаотическому), приводя к увеличению уровня турбулентности в канале заряда и более раннему переходу ламинарного режима течения в турбулентный. В то же время увеличение вихревой вязкости приводит к подавлению вихревого движения в камере сгорания, вызванного акустическими волнами.

Частицы малого размера (равновесное течение) наиболее существенное демпфирующее воздействие оказывают при высоких частотах колебаний. Для крупных частиц, которые не вовлекаются в волновое движение (замороженное течение), обмен импульсом и теплом с газовой фазой пренебрежимо мал, и воздействия частиц на акустические колебания в канале не наблюдается. Наличие частиц промежуточного размера приводит к диссипации энергии акустических колебаний.

Представленные результаты отражают основные тенденции и закономерности процессов, имеющих место в турбулентных потоках газозвеси в каналах при наличии вдува, и являются основой для построения более общей модели, учитывающей ряд дополнительных факторов (столкновения, дробление и коагуляцию частиц) и расширяющей границы области применимости вычислительного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dupaes J.** Two-phase unsteady flow in solid rocket motors // *Aerospace Sci. Technol.* 2002. V. 6, N 6. P. 413–422.
2. **Flandro G. A.** Effects of vorticity on rocket combustion stability // *J. Propulsion Power.* 1995. V. 11, N 4. P. 607–625.
3. **Apte S.V., Yang V.** Unsteady flow evolution and combustion dynamics of homogeneous solid propellant in a rocket motor // *Combust. Flame.* 2002. V. 131, N 1/2. P. 110–131.
4. **Vuillot F.** Vortex-shedding phenomena in solid rocket motors // *J. Propulsion Power.* 1995. V. 11, N 4. P. 626–639.
5. **Culick F. E. C.** The stability of one-dimensional motions in a rocket motor // *Combust. Sci. Technol.* 1973. V. 7, N 4. P. 165–175.
6. **Dupaes J., Vuillot F.** Propagation of acoustic waves in a two-phase vaporizing mixture // *J. Propulsion Power.* 2002. V. 18, N 1. P. 222–224.
7. **Brooks K. P., Beckstead M. W.** Dynamics of aluminum combustion // *J. Propulsion Power.* 1995. V. 11, N 4. P. 769–780.
8. **Temkin S.** Attenuation and dispersion of sound in dilute suspensions of spherical particles // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2000. V. 108, N 1. P. 126–146.
9. **Волков К. Н.** Течения газа с частицами / К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. М.: Физматлит, 2008.
10. **Волков К. Н.** Газовые течения с массоподводом в каналах и трактах энергоустановок / К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. М.: Физматлит, 2011.
11. **Шрайбер А. А.** Турбулентные течения газозвеси / А. А. Шрайбер, Л. Б. Гавин, В. А. Наумов, В. П. Яценко. Киев: Наук. думка, 1987.
12. **Вараксин А. Ю.** Турбулентные течения газа с твердыми частицами. М.: Физматлит, 2003.
13. **Cousteix J., Desopper A., Houdeville R.** Structure and development of a turbulent boundary layer in an oscillating external flow // *Proc. of the 1st Intern. symp. on turbulent shear flows, Pennsylvania (USA), 18–20 Apr. 1977.* N. Y.: Springer-Verlag, 1977. P. 154–171.
14. **Ramaprian B. R., Tu S. W.** An experimental study of oscillatory pipe flow at transitional Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* 1980. V. 100, N 3. P. 513–544.

15. **Cai W., Ma F., Yang V.** Two-phase vorticoacoustic flow interactions in solid-propellant rocket motors // J. Propulsion Power. 2003. V. 19, N 3. P. 385–396.
16. **Tseng I.-S., Yang V.** Combustion of a double-base homogeneous propellant in a rocket motor // Combust. Flame. 1994. V. 96, N 4. P. 325–342.
17. **Chen X.-Q., Pereira J. C. F.** Prediction of evaporating spray in anisotropically turbulent gas flow // Numer. Heat Transfer. 1995. N 27. P. 143–162.
18. **Волков К. Н.** Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях / К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. М.: Физматлит, 2010.

*Поступила в редакцию 20/V 2011 г.,
в окончательном варианте — 22/VI 2012 г.*
