

ЛИТЕРАТУРА

1. Бекстед М. В., Дерр Р. Л., Прайс К. Ф. Модель горения смесевых твердых ракетных топлив, базирующаяся на нескольких типах пламен // РТК.— 1970.— № 12.— С. 107—117.
2. Коэн Н. С. Обзор моделей горения смесевых твердых ракетных топлив // Там же.— 1980.— № 4.— С. 186—209.
3. Моделирование процессов горения твердых топлив/Л. К. Гусаченко, В. Е. Зарко, В. Я. Зырянов, В. П. Бобрышев.— Новосибирск: Наука, 1985.— 181 с.
4. Beckstead M. V. A model for solid propellant combustion // 18th Int. Combust. Symp., The Combust. Inst., Pittsburg, Pa., 1981.— P. 175—185.
5. Коэн Н. С., Стрэнд Л. Д. Уточненная модель горения смесевых твердых топлив на основе перхлората аммония // Аэрокосм. техника.— 1983.— № 7.— С. 100—112.
6. Glick R. L., Condon J. A. Statistical analysis of polydispersed heterogeneous propellant combustion: steady state // 13th JANNAF Combust Meet., CPIA 281.— 1976.— 11.— P. 313—345.
7. Kumar R. N. Condensed phase details in the time independent combustion of AP/composite propellants // Combust. Sci. Technol.— 1973.— 8.— P. 133—148.
8. Струнин В. А., Манелис Г. Б. Механизм горения смесевых твердых топлив // ФГВ.— 1979.— 15, № 5.— С. 24—33.

г. Москва

Поступила в редакцию 18/XII 1991,
после доработки — 29/IV 1992

УДК 536.46

С. А. Рашковский

К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ БЕЗМЕТАЛЬНЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СМЕСЕЙ

Предложена феноменологическая модель нестационарного горения безметалльных конденсированных смесей (КС), обобщающая теорию Зельдовича — Новожилова. Получены феноменологические соотношения для скоростей горения и температур поверхностей связующего и окислителя. Рассмотрено нестационарное взаимодействие компонентов КС через газовую и конденсированную фазы. Сформулированы краевые задачи, описывающие нестационарное горение КС. В линейном приближении исследовано нестационарное горение КС при гармоническом изменении внешнего давления.

Теория нестационарного горения [1, 2] справедлива для квазигомогенных конденсированных систем, у которых характерный размер дисперсных компонентов существенно меньше толщины прогреваемого слоя. В реальных конденсированных смесях (КС), содержащих дисперсный наполнитель (окислитель) и связующее (горючее), размер дисперсного компонента обычно превышает или соизмерим с толщиной прогреваемого слоя. Это приводит к тому, что собственная частота колебаний скорости горения обратно пропорциональна не времени релаксации прогреваемого слоя, а времени сгорания частиц наполнителя [3].

Проблема описания нестационарного горения КС — сложная многопараметрическая задача. Эта сложность усиливается случайной структурой КС и отсутствием надежной информации о кинетических параметрах химических реакций, происходящих при разложении и горении компонентов. Поэтому наряду с уточнением кинетики и разработкой точных, но трудоемких методов изучения нестационарного горения КС возникает необходимость построения приближенных, а в ряде случаев качественных моделей, позволяющих понять роль различных процессов при горении КС.

Первая попытка учесть влияние гетерогенности на нестационарное горение КС предпринята в работе [4], где получена зависимость для функции отклика поверхности горения компонентов на гармоническое изменение давления. Предложенная упрощенная модель [4] предпола-

гает известными функциями отклика скоростей горения компонентов.

При нестационарном горении наполнитель и связующее взаимодействуют, что приводит к тому, что функции отклика их скоростей горения заранее неизвестны и, более того, взаимно коррелируют. Взаимодействуют компоненты КС, главным образом, по двум механизмам: через газовую и конденсированную фазы. Взаимодействие через газ связано со смешением газообразных продуктов разложения компонентов в определенных пропорциях, образованием реагирующей газовой смеси, сгоранием ее в газовом факеле и распределением тепловых потоков от газовой фазы к поверхностям компонентов.

В свою очередь скорости разложения компонентов зависят от теплового потока из газовой фазы к их поверхности. Этот поток определяется долей продуктов разложения, смешивающихся в газе. При нестационарном горении КС массовые доли компонентов в газе могут заметно колебаться и отличаются от соответствующих долей при стационарном горении КС. Это приводит к дополнительной «раскачке» или стабилизации скорости горения, и функции отклика компонентов в составе КС могут существенно отличаться от таковых при горении индивидуальных компонентов. Взаимодействие через ж-фазу связано со взаимным влиянием тепловых слоев компонентов. В настоящей работе компоненты считаются активными (способными к самостоятельному горению).

Горение конденсированных смесей характеризуется скоростью их уноса, определяющей линейную скорость перемещения поверхности горения, и массовой скоростью газификации КС (скоростью поступления газа от горения). Эти значения совпадают только при стационарном горении.

В дальнейшем речь будет идти только о скорости газификации, определяющей рабочие параметры энергетических установок.

Массовая скорость горения КС $m = m_1 + m_2$, где m_1, m_2 — массовые скорости разложения связующего и наполнителя с единицы поверхности КС. Массовые скорости уноса компонентов определяются соотношением

$$m_i = \rho_i S_i u_i + m_{yi}, \quad (1)$$

где $i = 1$ — связующее; $i = 2$ — наполнитель; ρ_i — плотность компонента; S_i — удельная поверхность горения компонента (на единицу плоского сечения КС); m_{yi} — массовая скорость уноса с единицы поверхности КС недогоревших частиц, связанная с диспергированием поверхности горения и догоранием компонентов в газодисперсной фазе.

Отметим, что S_i отличаются от удельных поверхностей соответствующих исходных порошков, рассчитанных на единицу поверхности горения; в общем случае $S_1 + S_2 \geq 1$.

Аналогично массовые скорости газификации компонентов определяются как

$$m_i = m_i^+ + m_i^-,$$

где m_i^+, m_i^- — массовые скорости газификации компонента i , горящего соответственно на поверхности горения и в газодисперсной фазе. Далее принимается, что диспергироваться с поверхности горения может только наполнитель ($m_{y1} = m_1^- = 0$).

Тепловые потоки q_i к единице поверхности горения компонентов в составе КС на квазистационарном режиме в общем случае зависят от давления p , скоростей разложения m_i , температур поверхностей T_{si} горения компонентов:

$$q_i = q_i^0(p, m_1, m_2, S_1, S_2, T_{s1}, T_{s2}). \quad (2)$$

Так как процесс разложения частиц наполнителя происходит как на поверхности горения КС, так и в газодисперсной фазе после отрыва

частицы от поверхности, то под скоростью m_2 подразумевается скорость разложения частиц непосредственно у поверхности горения.

Если полное догорание диспергированной частицы наполнителя заканчивается на больших расстояниях от поверхности, то в формулу (2) входит величина m_2^+ , если же после отрыва частица быстро сгорает, не успевая далеко улететь от поверхности КС, то в (2) следует считать $m_2 = m_2^+ + m_2^-$. Последний случай соответствует горению в поле перегрузок и случаю $\frac{u_2^0}{u_1^0} \approx 1$.

Функциональная связь (2) получена при следующих допущениях:

— температура поверхности горения наполнителя T_{s2} и скорость горения u_2 одинаковы для всех горящих частиц наполнителя и имеют однородное распределение по поверхности горения частиц;

— температура поверхности горения связующего T_{s1} и скорость горения u_1 принимают постоянные значения на всей поверхности горения связующего;

— величины T_{s1} и T_{s2} отличаются.

Первые два допущения эквивалентны замене локальных значений параметров T_{si} и u_i их осредненными (по соответствующим поверхностям) величинами. Подобные допущения лежат в основе большинства моделей стационарного горения КС, начиная с работы [6], и имеют ту же область применения (см., например, [5]).

Кроме параметров, перечисленных в (2), тепловые потоки во всех известных моделях стационарного горения КС зависят от «среднего» диаметра сечения частиц наполнителя плоской поверхностью связующего. Легко видеть, что в силу статистической однородности КС «средний» диаметр сечения частиц наполнителя остается постоянным при любых законах горения $u_1(t)$ и $u_2(t)$.

Таким образом, предложенную в настоящей работе модель следует рассматривать как феноменологическое обобщение известных моделей стационарного горения, использующих указанные допущения, на случай нестационарного горения КС.

Ограничиваясь не слишком высокими частотами колебания скорости горения, будем считать газовую фазу безынерционной [1, 2]. Для КС это означает, что зависимости (2) справедливы как при стационарном, так и при нестационарном горении.

Энергетические соотношения для поверхности разложения компонентов будут также безынерционными:

$$q_i(p, m_1, m_2, S_1, S_2, T_{s1}, T_{s2}) = \lambda_i \varphi_i + m_i \Delta H_i, \quad (3)$$

где φ_i — градиент температуры в k -фазе у поверхности горения соответствующего компонента; ΔH_i — энтальпия газификации компонента, зависящая в общем случае от давления и T_{si} .

Формальное решение системы (3) относительно m_1, m_2 имеет вид

$$m_i = m_i(p, \varphi_1, \varphi_2, S_1, S_2, T_{s1}, T_{s2}). \quad (4)$$

Температуры T_{si} определяются решением уравнений для реакционного слоя k -фазы.

Считая реакционный слой k -фазы безынерционным, как и в феноменологической теории нестационарного горения [1, 2], можно записать аналогично (4) соотношения, справедливые как на стационарном, так и на нестационарном режимах:

$$T_{si} = T_{si}(p, \varphi_1, \varphi_2, S_1, S_2, m_1, m_2). \quad (5)$$

Из (4), (5) следуют основные безынерционные соотношения теории нестационарного горения КС, обобщающие теорию Зельдовича — Новожилова [1, 2].

$$m_i = m_i(p, \varphi_1, \varphi_2, S_1, S_2), \quad (6)$$

$$T_{si} = T_{si}(p, \varphi_1, \varphi_2, S_1, S_2). \quad (7)$$

Рассмотрим нестационарное горение без учета взаимодействия компонентов через к-фазу. Допущение об отсутствии взаимодействия компонентов через к-фазу означает, что тепловые слои к-фазы компонентов в составе КС описываются теми же уравнениями, что и тепловые слои при индивидуальном горении компонентов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial t} + \frac{m_i}{\rho_i S_i} \frac{\partial T_i}{\partial x} &= \kappa_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2}, \quad x < 0, \\ x = -\infty: T_1 &= T_2 = T_0, \\ x = 0: T_1 &= T_{s1}, T_2 = T_{s2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где κ_i — коэффициент температуропроводности компонента; m_i , T_{si} определяются соотношениями (6), (7). В частности, на квазистационарном режиме у поверхности горения компонентов реализуется профиль Михельсона, и справедливо соотношение, известное из теории горения гомогенных конденсированных систем:

$$S_i \varphi_i^0 = (T_{si}^0 - T_0) \frac{m_i^0}{\rho_i \kappa_i}. \quad (9)$$

Для замыкания системы (6) — (9) необходимо задать соотношения, определяющие изменение удельных поверхностей $S_i(t)$. Эти соотношения могут быть получены на основе какой-либо принятой модели выгорания частиц компонентов в предположении о их случайном распределении в объеме КС.

Для частного случая гармонически меняющейся скорости горения в предположении, что связующее выгорает быстрее наполнителя и $S_1 = \text{const}$, а частица наполнителя в каждый момент имеет сферическую поверхность, функция $S_2(t)$ неявно получена в работе [4]. Этот случай рассматривается далее.

Зависимости (6), (7) могут быть получены так же, как в теории нестационарного горения гомогенных конденсированных систем из стационарных зависимостей скорости горения от параметров, характеризующих КС. В общем случае при нестационарном горении независимо изменяются параметры φ_i , S_i , поэтому для получения формул (6), (7) необходимо иметь, по крайней мере, четыре параметра, приводящих к независимому изменению m_i , S_i , T_{si} на квазистационарном режиме.

Стационарная скорость горения безметалльной КС в общем случае зависит от давления, начальной температуры к-фазы T_0 , удельной поверхности частиц исходного порошка наполнителя S_0 , массовой доли наполнителя в КС ζ_0 и т. д.:

$$\begin{aligned} m &= m^0(p, T_0, S_0, \zeta_0, \alpha), \\ m_1 &= (1 - \zeta_0) m^0, \\ m_2 &= \zeta_0 m^0, \end{aligned} \quad (10)$$

где α — набор всех остальных возможных параметров КС и внешнего воздействия, влияющих на скорость горения; верхний индекс у параметра соответствует стационарному режиму.

Аналогично существуют зависимости для удельных поверхностей горения $S_i = S_i^0(p, T_0, S_0, \zeta_0, \alpha)$ и температур поверхностей

$$T_{si} = T_{si}^0(p, T_0, S, \zeta_0, \alpha). \quad (11)$$

Эти зависимости могут быть получены экспериментально или теоретически по модели горения КС.

Для построения безынерционных соотношений из всех параметров α должен быть выбран один, удовлетворяющий условию

$$\frac{\partial(S_1, S_2, T_{s1}, T_{s2})}{\partial(T_0, S_0, \zeta_0, \alpha)} \neq 0.$$

В этом случае, решая совместно уравнения (9) и $S_i = S_i^0(p, T_0, S_0, \zeta_0, \alpha)$ с учетом (11) относительно $T_0, S_0, \zeta_0, \alpha$ и подставляя их в (10), (11), получим зависимости (6), (7).

Если изменение параметров m_i, S_i, T_{si} связано некоторым соотношением, то для построения безынерционных соотношений достаточно знать зависимости стационарных параметров только от T_0, S_0, ζ_0 . Это относится, например, к модели, рассмотренной в работе [4], где дополнительное соотношение имеет простой вид

$$S_1 = \rho_\tau / \rho_1 (1 - \zeta_0) = \text{const}$$

(ρ_τ, ρ_1 — плотности КС и связующего соответственно).

Рассмотрим в линейном приближении функцию отклика скорости горения на гармонические изменения давления $\Delta p/p = \eta e^{i\omega t}$. Введем обозначения для функций отклика:

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{\Delta m}{m} \Big| \frac{\Delta p}{p}, & f_i(\omega) &= \frac{\Delta u_i}{u_i} \Big| \frac{\Delta p}{p}, \\ \Phi_i(\omega) &= \frac{\Delta S_i}{S_i} \Big| \frac{\Delta p}{p}, & G_i(\omega) &= \Delta T_{si} \Big| \frac{\Delta p}{p}. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом (1) имеем

$$\frac{\Delta m_i}{m_i} \Big| \frac{\Delta p}{p} = \Phi_i(\omega) + f_i(\omega).$$

Так как при малых колебаниях $\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta m_1}{m_1} (1 - \zeta_0) + \frac{\Delta m_2}{m_2} \zeta_0$, можно записать

$$F(\omega) = (1 - \zeta_0) [f_1(\omega) + \Phi_1(\omega)] + \zeta_0 [f_2(\omega) + \Phi_2(\omega)]. \quad (13)$$

Функция $F(\omega)$ удовлетворяет естественному граничному условию

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} F(\omega) = \left(\frac{\partial \ln m^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0, S_0, \zeta_0} \equiv v$$

и должна быть ограничена при $\omega \rightarrow \infty$.

Отклик удельной поверхности горения компонентов на изменение внешнего давления связан с изменением относительной линейной скорости горения компонентов и, следовательно, в линейном приближении функция отклика $\Phi_i(\omega)$ определяется соотношением

$$\Phi_i(\omega) = \psi_i [f_1(\omega) - f_2(\omega)], \quad (14)$$

где $\psi_i(\omega)$ — функции, зависящие от модели выгорания компонентов.

Ограничимся рассмотрением предельного случая, когда диспергированные частицы полностью сгорают в непосредственной близости от поверхности.

Если связующее выгорает быстрее наполнителя и поверхность горения связующего постоянна ($\psi_1 = 0$), для определения функции $\psi_2(\delta, \Omega)$ могут быть использованы результаты работы [4] $\left(\delta = \frac{u_2^0}{u_1^0} \right)$

$\Omega = \frac{\omega d}{u_1^0}$, d — средний размер частиц наполнителя в КС, u_1^0 равна линейной скорости горения КС). Без учета взаимодействия тепловых слоев к-фазы компонентов функции $f_i(\omega)$ определяются так же, как и в

теории нестационарного горения гомогенных конденсированных систем [1, 2].

Решая линеаризованные уравнения (8) в безразмерных переменных $\xi_i = \frac{u_i^0}{\gamma_i} x$; $\Theta_i = \frac{T_i - T_0}{T_{s2}^0 - T_0}$ и удовлетворяя условиям на $\xi = 0$ и $\xi = -\infty$, после простых преобразований с учетом (14) получим систему линейных уравнений относительно $f_n(\omega)$, $G_n(\omega)$:

$$f_n = \frac{\partial \ln m_{r1}}{\partial \ln p} + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial \ln m_{r2}}{\partial \ln \varphi_k} \left[(1 + z_k) G_n - i \frac{z_k}{\gamma_k} f_k \right] + \sum_{k=1}^2 \left(\frac{\partial \ln m_n}{\partial \ln S_k} - \delta_{nk} \right) \psi_k (f_1 - f_2), \quad (15)$$

$$(T_{sn}^0 - T_0) G_n = \frac{\partial T_{sn}}{\partial \ln p} + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial T_{sn}}{\partial \ln \varphi_k} \left[(1 + z_k) G_n - i \frac{z_k}{\gamma_k} f_k \right] + \sum_{k=1}^2 \frac{\partial T_{sn}}{\partial \ln S_k} \psi_k (f_1 - f_2). \quad (16)$$

Здесь $z_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_k}{R_k} - 1 \right) + i R_k$; $R_k = \sqrt{\frac{1}{8} \left(\sqrt{16\gamma_k^2 + 1} - 1 \right)}$; $\gamma_k = \omega \frac{\gamma_k}{(u_k^0)^2}$; $\delta_{nk} = 1$ при $n = k$ и $\delta_{nk} = 0$ при $n \neq k$; $n = 1, 2$; $i = \sqrt{-1}$. Частные производные берутся от функций (6), (7) при прочих постоянных параметрах.

Введем $E_\beta = (\ln m_1, \ln m_2, \ln S_1, \ln S_2, T_{s1}, T_{s2})$; $\varepsilon_\sigma = (\ln p, T_0, \ln S_0, \xi_0, \alpha)$, где $\beta = 1, \dots, 6$; $\sigma = 1, \dots, 5$. Частные производные, входящие в уравнения (15), (16), находятся решением системы линейных уравнений

$$\frac{\partial E_\beta^0}{\partial \varepsilon_\sigma} = \sum_{k=1}^2 \left(\frac{\partial E_\beta}{\partial \ln \varphi_k} \frac{\partial \ln \varphi_k^0}{\partial \varepsilon_\sigma} + \frac{\partial E_\beta}{\partial \ln S_k} \frac{\partial \ln S_k^0}{\partial \varepsilon_\sigma} \right) + \frac{\partial E_\beta}{\partial \varepsilon_\sigma} \delta_{1\sigma},$$

где производные $\frac{\partial E_\beta}{\partial \varepsilon_\sigma}$ определяются из стационарных зависимостей

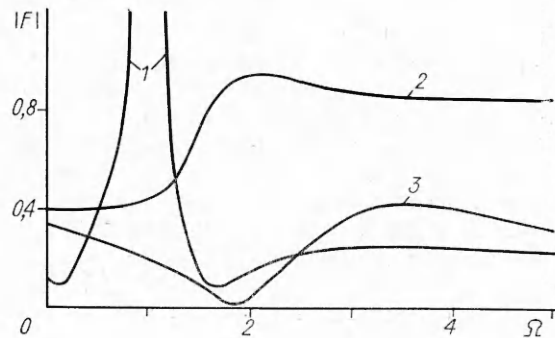
(9)–(11). Очевидно, $\frac{\partial \ln m_i^0}{\partial \varepsilon_\sigma} = \frac{\partial \ln m}{\partial \varepsilon_\sigma}$ для $\sigma \neq 4$; при $\sigma = 4$

$$\frac{\partial \ln m_1^0}{\partial \varepsilon_\sigma} = \frac{\partial \ln m^0}{\partial \varepsilon_\sigma} - \frac{1}{1 - \xi_0}; \quad \frac{\partial \ln m_2^0}{\partial \varepsilon_\sigma} = \frac{\partial \ln m^0}{\partial \varepsilon_\sigma} + \frac{1}{\xi_0}.$$

Нестационарное горение КС существенно отличается от нестационарного горения гомогенных конденсированных систем. Это видно уже на примере модели с постоянной температурой поверхности горения компонентов ($G_i = 0$), описываемой двумя уравнениями (15).

Для определения ψ_k использовалась модель [4]; функция $F(\omega)$ задавалась соотношением (13). В результате численного анализа для этого случая установлены три характерных режима (см. рисунок): один резонансный (линия 1) и два безрезонансных (2, 3).

Для гомогенных конденсированных систем в модели с постоянной температурой



поверхности горения резонанс отсутствует [1, 2]. Можно ожидать, что при переменном T_{si} в окрестности частот $\frac{(u_1^0)^2}{\kappa_1}$, $\frac{(u_2^0)^2}{\kappa_2}$ зависимость $|F(\omega)|$ также будет иметь резонансный вид, если нестационарное горение индивидуальных компонентов является резонансным.

Из графика видно, что характерная частота КС — не частота релаксации прогретого слоя $\omega_r = \frac{(u^0)^2}{\kappa}$, а «частота сгорания» дисперсного компонента $\omega_s = \frac{u_1^0}{d}$.

Неравномерный прогрев компонентов КС приводит к возникновению обменных тепловых потоков, направленных от компонента, имеющего большую локальную температуру, к компоненту с меньшей локальной температурой. Вследствие теплового взаимодействия к-фаз компонентов перераспределяется температура, что ведет к изменению скоростей выгорания компонентов. Температурные поля в компонентах пространственные и описываются трехмерными уравнениями теплопроводности.

Введем средние температуры компонентов в сечении $x = \text{const}$, параллельном поверхности горения КС:

$$T_i(x, t) = \frac{1}{S_i^*} \int_{S_i^*} T'_i dS_i^*, \quad (17)$$

где S_i^* — площадь сечения i -го компонента, приходящаяся на единицу площади сечения КС; $T'_i(x, y, z, t)$ — локальная температура компонента. В силу статистического характера распределения компонентов по объему КС можно записать

$$S_1^* = (1 - \zeta_0) \frac{\rho_1}{\rho_1}, \quad S_2^* = \zeta_0 \frac{\rho_2}{\rho_2}. \quad (18)$$

Интегрируя трехмерные уравнения теплопроводности по S_i^* с учетом (17), легко показать, что средние температуры удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + \frac{m_i}{\rho_i S_i^*} \frac{\partial T_i}{\partial x} = \kappa_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{q_i}{\rho_i c_i}, \quad (19)$$

где c_i — удельные теплоемкости компонентов; q_i — обменные тепловые потоки, определяемые соотношениями:

$$q_1 = -\frac{q}{S_1^*}, \quad q_2 = \frac{q}{S_2^*}, \quad (20)$$

$$q = -\lambda_i \frac{1}{S_i^*} \sum_{\gamma} \oint \frac{\partial T'_i}{\partial n_2} dl; \quad (21)$$

контуры γ — линии пересечения границ компонентов и плоскости $x = \text{const}$; S_i^* — площадь сечения КС; n_i — внешняя нормаль к границе i -го компонента на контуре γ ; dl — элемент длины контура; суммирование производится по всем контурам, лежащим на поверхности S_i^* .

Уравнение (19), являющееся обобщением (8), решается при тех же граничных условиях. Из (20) следует, что обменные тепловые потоки q_i обратно пропорциональны массовой доле компонентов в КС. Величина q , как видно из (21), одинакова при любом i .

Характер обменных тепловых потоков позволяет предположить, что они пропорциональны разности средних температур компонентов в рассматриваемом сечении:

$$q = k(T_1 - T_2), \quad (22)$$

k — коэффициент теплообмена.

Для простых моделей формула (22) может быть получена достаточно просто. Представим компоненты цилиндрами радиусом r_i , внутри которых температурное поле имеет параболическую зависимость от радиуса:

$$T'_i = T_{*i} + a_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^2,$$

где T_{*i} , a_i — некоторые функции t , x . Средняя температура компонента в соответствии с (17) определяется соотношением

$$T_i = \frac{1}{2} T_{*i} + \frac{1}{4} a_i. \quad (23)$$

Учитывая, что на смежных границах компонентов температуры и тепловые потоки равны:

$$T'_1(r=r_1) = T'_2(r=r_2), \quad \lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial r} \right)_{r=r_1} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r=r_2},$$

получим

$$T_{*1} + a_1 = T_{*2} + a_2, \quad \frac{\lambda_1 a_1}{r_1} = -\frac{\lambda_2 a_2}{r_2}. \quad (24)$$

Решая совместно (23), (24) относительно a_1 , T_{*i} , имеем

$$a_2 = \frac{4(T_1 - T_2)}{\left(1 + \frac{r_1 \lambda_2}{r_2 \lambda_1} \right)}. \quad (25)$$

Тепловой поток q определяется формулой (21), которая в рассматриваемой модели принимает вид

$$q = -4\pi n \lambda_2 a_2 r_2, \quad (26)$$

n — число частиц наполнителя в единице объема КС. Сравнивая (22), (25), (26), для коэффициента теплообмена получим

$$k = \frac{16\pi n r_2^2}{(r_1/\lambda_1 + r_2/\lambda_2)}. \quad (27)$$

Очевидно, r_2 равно среднему радиусу частиц наполнителя $r = 0,5d$.

Для определения среднего радиуса частиц связующего введем их эффективное количество в единице объема КС n_1 . Для связующего и наполнителя должно выполняться соотношение удельных объемов

$$\frac{n_1 r_1^3}{n r_2^3} = \frac{1 - \zeta_0}{\zeta_0} \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Величины q и k могут быть выражены через n_1 , a_1 , λ_1 и описываются формулами, аналогичными (26), (27). Сравнивая их, получим $n_1 r_1^2 = \frac{q}{4\pi \lambda_1 a_1}$, откуда следует

$$r_1 = r_2 \frac{1 - \zeta_0}{\zeta_0} \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Лейпунский Ф. И., Либрович Б. В. Теория нестационарного горения пороха.— М.: Наука, 1975.
2. Новожиллов Б. В. Теория нестационарного горения твердых ракетных топлив.— М.: Наука, 1973.
3. Илюхин В. С., Марголин А. Д., Мысов В. Г. и др. Роль гетерогенности смесового твердого топлива в механизме пульсационного горения // ФГВ.— 1975.— 11, № 3.— С. 489—501.
4. Гусаченко Л. К. Нестационарное горение безметаллических гетерогенных составов // Там же.— 1988.— 24, № 4.— С. 47—54.

5. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е., Зырянов В. Я. и др. Моделирование процессов горения твердых топлив.— Новосибирск: Наука, 1985.
 6. Коэн Н. С., Стрэнд Л. Д. Уточненная модель горения смесевых твердых топлив на основе перхлората аммония // Аэрокосм. техника.— 1983.— № 7.— С. 100—112.

г. Дзержинск

Поступила в редакцию 8/1 1992,
 после доработки — 29/IV 1992

УДК 533.6.011.3

В. Н. Вилюнов, А. Б. Ворожцов, Ю. В. Феценко

ЭВОЛЮЦИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОГО АНСАМБЛЯ ГОРЯЩИХ ЧАСТИЦ МЕТАЛЛА В ПОЛУЗАМКНУТОМ КАНАЛЕ

Работа посвящена моделированию двухфазных течений с горящими частицами алюминия в канале конденсированного вещества, горящего по боковой поверхности, при приходе частиц широкого спектра размеров с боковых стенок канала. Для учета эволюции дисперсной фазы при столкновении частиц различного размера принята модель коагуляции Эйлера в рамках непрерывного подхода.

В настоящей работе представлено развитие рассмотренных в [1] моделей внутреннего течения полидисперсной смеси газов и горящих частиц металла. Учет коагуляции и дробления дисперсной фазы позволяет описать эволюцию функции распределения частиц по размерам от поверхности горящего конденсированного вещества до выхода из канала и определить долю несгоревшего металла на выходе из канала. Основную трудность при моделировании течения с коагуляцией и дроблением обуславливает не только тот факт, что частицы горят, но и существование распределенного по длине внутренней поверхности горящего вещества прихода частиц металла.

Рассматривается полузамкнутый канал конденсированного вещества длиной L_0 , горящего по боковой поверхности S_i части канала длиной L с массовой скоростью \dot{m}_i и тепловым эффектом Q_i (рис. 1).

Через правую границу реализуется критический режим истечения. Частицы, поступающие в канал с горячей поверхности, представляют собой конгломерат $Al + Al_2O_3$ и образуют полидисперсную систему N фракций с заданными функцией распределения по размерам и начальной «полнотой сгорания», т. е. соотношением $Al + Al_2O_3$. Весь металл в конгломерате $Al + Al_2O_3$ считается собранным в одно эффективное ядро, и при горении отдельной частицы размер ее алюминиевого ядра уменьшается по эмпирическому закону [2]. При этом часть конденсированной окиси металла χ оседает на частице, а остальная часть $(1 - \chi)$ поступает в поток в виде субмикронных частиц. Совокупность сил, действующих на частицу в потоке, ограничивается силами давления и трения, а обмен энергией между конденсированной и газовой фазами определяется работой аэродинамических сил и теплообменом. Частицы одной фракции осредняются в пределах элементарного объема dW . Принята модель коагуляции Эйлера в рамках непрерывного подхода. Дробление частиц происходит при столкновении с мелкими частицами и под воздействием аэродинамических сил при достижении критического числа Вебера $We = 17$. При описании процессов дробления принята модель с монодисперсными осколками [3]. Суммарное из-

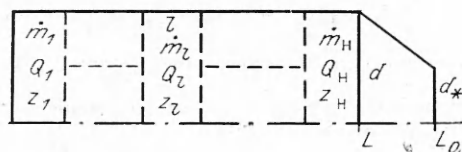


Рис. 1.