УДК 532.54.52; 532.57.7

СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ

Д. Г. Ахметов, Т. Д. Ахметов*,**

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

* Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

** Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

E-mails: akhmetov@hydro.nsc.ru, t.d.akhmetov@inp.nsk.su

Экспериментально исследована структура закрученного течения в вихревой камере. Получены распределения азимутальной и осевой компонент скорости практически во всем объеме камеры. Построена картина линий тока этого течения, выявлен механизм возникновения обратного течения, направленного к закрытому торцу камеры.

Ключевые слова: вихревая камера, измерение поля скорости, линии тока, структура течения.

DOI: 10.15372/PMTF20160515

Введение. Закрученное течение в вихревой камере имеет ряд важных технических приложений [1–4] и является простейшей экспериментальной моделью вихрей типа смерчей, торнадо и ураганов. Вихревая камера представляет собой цилиндрическую трубу, один торец которой закрыт, а другой заканчивается крышкой с отверстием на оси трубы. В камеру жидкость подается по касательной к поперечному сечению камеры через тонкий щелевой канал на боковой поверхности трубы. При входе в трубу жидкость закручивается вокруг ее оси и вытекает через центральное отверстие в крышке камеры. При движении закрученного потока к оси камеры азимутальная компонента скорости увеличивается вследствие сохранения циркуляции скорости, и в приосевой зоне радиусом, приблизительно равным радиусу выходного отверстия, образуется ядро вихря, в котором жидкость вращается вокруг оси камеры практически как твердое тело. Стационарное течение в вихревой камере можно рассматривать в цилиндрической системе координат как вращательно-симметричное, не зависящее от азимутальной координаты.

Исследованию течения в вихревой камере посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ, важнейшие результаты которых приведены в [1–4]. Из этих работ следует, что в основном объеме вихревой камеры вращательное движение является доминирующим, две другие составляющие скорости — осевая и радиальная малы. Центробежные силы уравновешены радиальным градиентом давления. Однако по мере приближения к торцевым крышкам камеры, где в результате трения вращательная скорость уменьшается до нуля, равновесие нарушается, и радиальный градиент давления вызывает течение, направленное к оси камеры, при этом образуются тонкие торцевые пограничные слои. Принципы расчета течения в торцевых пограничных слоях предложены в [5] и развиты в [2, 3, 6]. В работах [7–9] экспериментально определены распределения радиальной компоненты скорости в торцевых пограничных слоях, распределения азимутальной и осевой составляющих скорости в отдельных поперечных сечениях камеры, а также изучены особенности истечения закрученной струи из вихревой камеры [10, 11]. Теоретическое моделирование течения во всем объеме вихревой камеры затруднено вследствие его сложной структуры, поэтому исследования течения в вихревой камере проводятся в основном с использованием экспериментальных методов. Однако закрученность потока осложняет и экспериментальные измерения поля скорости течения. Возможности применения зондовых методов измерения скорости в закрученных потоках ограничены вследствие искажения течения вводимыми в него датчиками. Поэтому поля скорости закрученных потоков определяются преимущественно с помощью оптических методов измерения скорости течения (например, лазерная доплеровская анемометрия) или методов с использованием изображений частиц (particle image velocimetry), основанных на измерении смещений взвешенных в потоке микроскопических маркерных частиц в течение определенного промежутка времени. Азимутальная скорость в основном объеме вихревой камеры значительно больше осевой и радиальной скоростей, и ее измерение не вызывает сложностей. Однако определение малых компонент скорости при большой азимутальной скорости является более сложной задачей, так как смещения частиц вдоль радиуса и вдоль оси камеры малы для того, чтобы измерить их за время пересечения частицами области измерений в направлении доминирующей составляющей скорости. Поэтому подробно изучено вращательное движение жидкости в вихревой камере. Измерения осевой и радиальной скоростей проведены, как указывалось выше, лишь в некоторых небольших зонах камеры, где эти составляющие сопоставимы по значению с азимутальной скоростью. Имеющиеся фрагментарные данные не дают полного представления о структуре течения во всем объеме вихревой камеры.

Постановка экспериментов. В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования течения в вихревой камере на основе измерений распределений азимутальной и осевой компонент скорости практически во всем объеме камеры, которые определялись по трекам взвешенных в потоке маркерных частиц. Треки частиц регистрировались в виде прерывистых линий, получаемых при периодическом освещении течения. Подобный способ определения скорости частиц использовался ранее для определения поля скорости в вязком подслое турбулентного пограничного слоя [12]. В настоящей работе треки частиц фотографировались в течение времени, необходимого для углового перемещения частиц вокруг оси камеры приблизительно на 180°. За это время частицы успевают переместиться в осевом направлении на расстояние, которое можно измерить и по которому можно определить осевую составляющую скорости.

Исследования проводились на экспериментальной установке, схема которой показана на рис. 1 в двух проекциях. Вихревая камера 1 представляет собой прозрачный круговой цилиндр с внутренним радиусом R = 25 мм и длиной 138 мм, изготовленный из органического стекла с толщиной стенки 1 мм. Нижний торец цилиндра закрыт сплошной прозрачной крышкой, верхний торец — крышкой с центральным отверстием радиусом 7 мм и длиной 22 мм для выведения жидкости из камеры. Закрученное течение в камере возникает при подаче в нее жидкости (воды) из бака 2 через входной щелевой канал 3 прямоугольного сечения по касательной к поперечному сечению камеры. Щелевой канал толщиной 3 мм в радиальном направлении и шириной 20 мм в осевом направлении расположен на расстоянии 18 мм от нижнего торца камеры. Жидкость вытекает из камеры в расширительный бак 4, имитируя таким образом истечение струи в открытое пространство, и удаляется из бака по трубке 5. Расход жидкости q через камеру, определяемый по объему жидкости, вытекающей за определенное время, во всех опытах равен $q = (62,5 \pm 3,0)$ см³/с. По расходу q и площади поперечного сечения входного щелевого



Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — камера, 2 — бак с жидкостью, 3 — входной щелевой канал, 4 — расширительный

1 намера, 2 осак с жидкостно, 5 пледной истерой канан, 1 расширитендици бак, 5 — трубка, 6 — отверстие, 7 — призматический сосуд, 8 — точечная лампа, 9 линза, 10 — зеркало, 11 — дисковый обтюратор, 12 — фотокамера, 13 — плоский луч, 14 — лазер, 15 — цилиндрическая линза; заштрихованная область — неосвещенная половина камеры

канала, равной 0,6 см², определялась скорость V входа жидкости в камеру: $V \approx 1,04$ м/с. Число Рейнольдса втекающего в камеру потока $\text{Re} = VR/\nu \approx 2.6 \cdot 10^4$. В качестве маркерных частиц для определения поля скорости течения использовались сферические частицы полистирола диаметром $0.2 \div 0.5$ мм, плотность которых отличалась от плотности воды не более чем на 5 %. Небольшие порции водной суспензии частиц вводились во втекающий в камеру поток через отверстие 6 (см. рис. 1). Треки частиц фотографировались через боковую стенку камеры. Вихревая камера установлена внутри заполненного водой призматического сосуда 7 с прозрачными плоскими стенками, что позволяет исключить искажения изображений треков частиц, вызванные цилиндрической формой камеры. Смещения изображений частиц в радиальном направлении, обусловленные преломлением световых лучей при прохождении через цилиндрическую стенку камеры с коэффициентом преломления, отличным от коэффициента преломления воды, незначительны вследствие малой толщины стенки камеры и малой разности коэффициентов преломления воды и материала стенки камеры. Измеренные значения радиальных координат частиц корректировались с учетом таких аберраций световых лучей. С целью наблюдения и фотографирования треков частиц внутренний объем камеры освещался через ее нижнюю прозрачную крышку параллельным пучком света, формируемым точечной лампой 8, линзой 9 и зеркалом 10. Этот пучок света периодически прерывался вращающимся дисковым обтюратором 11 с фиксированной частотой 260 ÷ 325 Гц, вследствие чего треки частиц регистрировались в виде прерывистых линий при экспозиции 0,4 с фотокамерой Sony " α 100" 12 (фотоматрица 3872 × 2592 пикселя). Для того чтобы исключить возможность наложения изображений



Рис. 2. Треки частиц

Рис. 3. Схема измерения скорости частиц: полые стрелки — направление движения частицы; 1, 2 — точки входа и выхода частицы соответственно; заштрихованная область — неосвещенная половина камеры

треков частиц вследствие вращения частиц вокруг оси камеры, в опытах треки частиц регистрировались только во время их азимутального движения в ближайшей к фотокамере половине вихревой камеры. С этой целью одна половина дна камеры закрывалась полукруглой диафрагмой (заштрихованная область на рис. 1), и отраженный от зеркала 10 световой пучок освещал лишь ближнюю к фотоаппарату половину объема камеры. По трекам частиц определялись их осевые и азимутальные перемещения. Для определения радиальных координат частиц применялась дополнительная система освещения. Осевая плоскость, разделяющая освещенную и затемненную половины вихревой камеры, выделялась плоским лучом 13 толщиной приблизительно 1 мм зеленого цвета, получаемым с помощью лазера 14 и цилиндрической линзы 15 (см. рис. 1). При каждом обороте вокруг оси камеры частицы пересекают плоскость лазерного луча два раза, поэтому точки пересечения регистрируются на фотографии в виде отчетливых зеленых точек, что позволяет определить радиальные координаты точки входа частицы в освещенную половину камеры и точки выхода из нее. Одна из фотографий треков частиц приведена на рис. 2. За время движения в освещенной прерывистым светом половине камеры частицы смещаются в осевом направлении на расстояния, которые можно измерить, что позволяет определить осевую компоненту скорости. Величины, используемые при определении координат и скорости одной из частиц по ее треку, приведены на рис. 3 (R — радиус камеры; частицы из неосвещенной половины камеры не регистрируются). Также на рис. 3 показаны точка входа частицы в освещенную зону камеры радиусом r_1 и точка выхода частицы из этой зоны радиусом r_2 . Полученные фотографии обрабатывались на компьютере с помощью программы Corel Draw. При обработке на фотографии выделялся отрезок, представляющий собой часть прерывистого трека частицы, и измерялись начальная и конечная координаты z_1, z_2 этого отрезка в осевом направлении, координаты x_1, x_2 , а также количество штрихов *п* между этими точками. Прерывистый характер треков частиц, обусловленный периодичностью освещения области течения, позволяет определить время

движения частицы на выделенном участке ее траектории как отношение количества штрихов n на выделенном участке трека частицы к частоте f прерывания света обтюратором t = n/f. С использованием этих данных определяются средние значения координат частицы $\tilde{z} = (z_1 + z_2)/2$, $\tilde{r} = (r_1 + r_2)/2$ и осевая компонента скорости $w = (z_2 - z_1)/t$. По измеренным значениям x_1, x_2 можно вычислить азимутальную компоненту скорости u. С этой целью определяются углы $\varphi_1 = \arcsin |x_1/\tilde{r}|$ и $\varphi_2 = \arcsin |x_2/\tilde{r}|$, длины дуг $s_1 = \tilde{r}\varphi_1$ и $s_2 = \tilde{r}\varphi_2$ траектории частицы (см. рис. 3), затем — азимутальная компонента скорости $u = (s_1+s_2)/t$. Согласно этой схеме точность измерения координат треков частиц, так как погрешности измерения частоты прерывания света f несущественны. При определении координат треков частиц с погрешностью $\pm 0,2$ мм погрешность определения скорости отдельной частицы составляет $\pm 0,05$ м/с. Радиальная компонента скорости по данной схеме измерений не определяется.

Из описания методики измерений следует, что на фотографиях регистрируются треки частиц, появляющихся в случайных точках камеры. Поэтому для определения поля скорости течения требуется проанализировать треки большого количества частиц, достаточно равномерно и плотно распределенных в исследуемом течении. В данной работе проанализированы треки приблизительно 1000 частиц и построены распределения компонент скорости по радиальной координате при фиксированных значениях осевой координаты z, отсчитываемой от закрытого торца камеры. С этой целью для каждого значения $z = z_j$ выделялся тонкий слой $(z_j - h, z_j + h)$, и осевые координаты всех случайно распределенных точек внутри этого слоя, в которых измерены компоненты скорости, принимались равными z_j . При всех значениях z_j половина толщины слоя h выбрана равной 2 мм. Таким способом построены радиальные распределения азимутальной и осевой составляющих скорости при значениях осевой координаты z, изменяющейся с шагом 2 мм в диапазоне $4 \div 134$ мм, т. е. практически на всей плоскости осевого сечения камеры.

Азимутальная и осевая компоненты скорости. Результаты измерений азимутальной компоненты скорости u, полученные при всех указанных выше значениях осевой координаты z, представлены на рис. 4 в зависимости от радиальной координаты r. Видно,



Рис. 4. Зависимость азимутальной компоненты скорости от радиальной координаты:

точки — эксперимент; штриховая линия — экстраполяция экспериментальной зависимости до оси камеры



Рис. 5. Зависимость осевой компоненты скорости от радиальной координаты: a - z = 100 мм, $\delta - z = 12$ мм; точки — эксперимент, линии — интерполяционные кривые

что азимутальная компонента скорости в основном объеме вихревой камеры практически не зависит от осевой координаты. Такой результат согласуется с данными работы [7], полученными при измерении азимутальной составляющей скорости с помощью ЛДА. Причина выбросов экспериментальных точек вблизи стенки камеры при 20 мм $\leq r \leq 24$ мм не установлена. Экспериментальная кривая из точек на рис. 4 продолжена штриховой линией до оси вращения r = 0, где окружная компонента скорости равна нулю. На этом линейном участке зависимости азимутальной компоненты скорости и от радиальной координаты жидкость вращается практически как твердое тело. Более полное представление о структуре вращательного движения жидкости дает распределение завихренности ω , которая связана с азимутальной скоростью и выражением $\omega = \partial (ru)/r\partial r$. Из рис. 4 следует, что завихренность в вихревой камере сосредоточена в тонкой приосевой области, которая называется ядром вихря, по мере удаления от ядра завихренность быстро уменьшается. Положение точки, в которой азимутальная компонента скорости принимает максимальное значение, можно принять в качестве радиуса ядра вихря. Течения, в которых завихренность локализована в тонких трубкообразных областях пространства, называются концентрированными вихрями. Наиболее яркими примерами концентрированных вихрей являются интенсивные атмосферные вихри. Таким образом, течение в вихревой камере можно рассматривать в качестве простейшей экспериментальной модели атмосферных вихрей.

Основное внимание в работе уделено измерению осевой компоненты скорости w, поскольку по полю осевой компоненты скорости вращательно-симметричного течения можно определить функцию тока ψ и построить линии тока течения. Зависимость осевой компоненты скорости w от радиальной координаты r в двух сечениях камеры (z = 12 мм, z = 100 мм) показана на рис. 5. Разброс точек на рис. 5, возможно, обусловлен тем, что распределения скорости построены не по результатам измерений скорости при одном фик-



Рис. 6. Зависимость азимутальной координаты частицы от количества периодов времени при различных значениях z и r: 1 - z = 11, r = 15, 2 - z = 27, r = 27, 3 - z = 99, r = 22

сированном значении осевой координаты, а по результатам нескольких измерений в слое толщиной 4 мм в осевом направлении.

Чтобы ввести функцию тока, необходимо убедиться, что вращательная компонента скорости исследуемого течения не зависит от азимутальной координаты. С этой целью построены зависимости азимутальной координаты φ нескольких частиц в разных частях камеры от количества периодов n освещения, которое пропорционально времени: n = ft (рис. 6). Видно, что азимутальная координата φ каждой частицы линейно зависит от n (т. е. и от времени), следовательно, азимутальной координаты, несмотря на то что жидкость втекает в вихревую камеру через один щелевой канал. В этом случае уравнение неразрывности записывается в виде $\partial (rv)/\partial r + \partial (rw)/\partial z = 0$, и можно ввести функцию тока ψ , связанную с осевой w и радиальной v компонентами скорости соотношениями $rw = \partial \psi/\partial r$, $rv = \partial \psi/\partial z$. По измеренному полю осевой компоненты скорости функция тока определяется интегралом

$$\psi(z,r) = \int_{0}^{r} w(z,r)r \, dr.$$

Линии тока и структура течения. Линии тока течения в вихревой камере, представляющие собой линии равного уровня ψ , построенные по распределению функции тока, приведены на рис. 7. На стенке камеры справа (r = R, 18 мм $\leq z \leq$ 38 мм) показано положение щелевого канала, через который жидкость втекает в камеру. На верхней торцевой крышке камеры (z = 138 мм) показано осевое отверстие для выхода жидкости. Линии тока построены с шагом $\Delta \psi = 0.1q/(2\pi)$, где q — расход жидкости через вихревую камеру, т. е. расход жидкости между соседними линиями тока равен 0,1 полного расхода через камеру. Следовательно, по числу линий тока можно оценить расход жидкости в той или иной зоне вихревой камеры. Жирными линиями на рис. 7 соединены точки, в которых осевая компонента скорости равна нулю. Из рис. 7 следует, что часть втекающей в камеру жидкости сразу устремляется вниз к ее закрытому торцу, растекаясь тонким кольцевым слоем по стенке камеры. Достигнув дна камеры, этот поток в виде пограничного слоя





Рис. 8

Рис. 7. Линии тока течения в вихревой камере: стрелки — направление течения жидкости Рис. 8. Структура ядра вихря

на торцевой поверхности камеры направляется к оси камеры, где преобразуется в осевую струю, текущую в ядре вихря вверх к выходному отверстию. Другая часть жидкости, поступающей в камеру, течет в виде широкой кольцевой струи вдоль стенки камеры к ее верхнему торцу, затем также направляется к выходному отверстию камеры. По числу линий тока можно оценить, что приблизительно половина расхода жидкости поступает в осевой струе через торцевой пограничный слой на нижней крышке камеры, вторая половина расхода — в пристенной струе над входной щелью к верхней крышке камеры. Эти выводы согласуются с результатами [6, 7]. В работе [7] с помощью измерений радиальной компоненты скорости в торцевом пограничном слое показано, что до 45 % общего расхода жидкости через вихревую камеру составляет расход через пограничный слой на торцевой крышке с отверстием.

Из рис. 7 следует, что линии тока в осевой струе (т. е. в ядре вихря) являются практически прямыми и параллельными оси камеры. Следовательно, в ядре вихря отсутствуют значительные радиальные течения и перемешивание жидкости, что может быть обусловлено действием сил Кориолиса. Как показано в [13], во вращающейся как твердое тело жидкости медленные установившиеся течения должны быть двумерными, не зависящими от осевой координаты. Об этом свидетельствует представленная на рис. 8 картина ядра вихря (визуализация течения осуществлялась с помощью обезжиренного молока, вводимого в камеру через тонкое отверстие 6 (см. рис. 1)). Поперечные затемненные области на рис. 8 являются следствием механической обработки прозрачной стенки вихревой камеры. Окрашенное ядро вихря имеет отчетливые границы, что свидетельствует об отсутствии значительной диффузии жидкости из ядра. Следовательно, ядро вихря представляет собой осевую струю, вращающуюся как твердое тело и практически не смешивающуюся с окружающей жидкостью. Отсутствие конвективной диффузии вещества из ядра вихря является, по-видимому, эффектом, характерным для всех видов концентрированных вихрей. В работах [14, 15] экспериментально показано, что красящие вещества, вводимые для визуализации течения в ядра различных концентрированных вихрей, сохраняются в ядре в течение длительного времени без значительной диффузии, в то время как из внешней незавихренной области потока краска быстро вымывается течением. Данное явление предложено называть подавлением турбулентности в ядрах концентрированных вихрей [14, 15].

Из рис. 7 также следует, что выше входного щелевого канала (z > 38 мм) между ядром вихря и пристенной кольцевой струей существует широкая область $(0,3 \leq r/R \leq 0,7)$, где жидкость течет в обратном направлении, к закрытому торцу камеры. Обратное течение неоднородно, на извилистой вертикальной границе этой области с пристенной струей наблюдается вытянутая в осевом направлении цепочка замкнутых линий тока с одним и тем же направлением циркуляции жидкости (на рис. 7 — против часовой стрелки). Очевидно, что области с замкнутыми линиями тока представляют собой поперечные сечения тороидальных вихрей, охватывающих ось камеры. Малая плотность линий тока в зоне обратного течения и в поперечных сечениях тороидальных вихрей свидетельствует о том, что скорость обратного течения и интенсивности вихрей невелики. Однако тороидальные вихри играют основную роль в формировании обратного осевого течения. Жидкость втекает в область обратного течения вдоль замкнутых линий тока из пристенной струи, затем возвращается в пристенный поток, т. е. возникновение обратного течения между пристенной струей и ядром вихря обусловлено перекачкой жидкости из пристенной струи системой тороидальных вихрей. Причиной возникновения цепочки тороидальных вихрей с одним и тем же направлением вращения можно считать распад внутренней свободной поверхности кольцевой пристенной струи на отдельные тороидальные вихри вследствие сдвиговой неустойчивости. Аналогичная картина наблюдается также ниже входного щелевого канала. Здесь втекающий поток распространяется в виде тонкой пристенной струи вниз к закрытому торцу камеры, внутренняя поверхность этой струи также состоит из системы замкнутых линий тока, т. е. тороидальных вихрей. Однако направление вращения этих вихрей противоположное (по часовой стрелке). В этом случае направление течения между ядром вихря и нижней кольцевой пристенной струей также противоположно направлению течения в пристенной струе.

Заключение. Описана структура течения в вихревой камере. Показано, что основными структурными элементами течения в вихревой камере являются осевая струя, вращающаяся как твердое тело; пристенные кольцевые струи, текущие в осевом направлении в различные стороны; промежуточные между этими струйными потоками кольцевые области, где осевое течение жидкости противоположно направлению течения в пристенных струях. Показано также, что внутренняя свободная поверхность каждой из кольцевых пристенных струй состоит из системы тороидальных вихрей, циркуляция жидкости в которых является причиной возникновения кольцевых зон обратного течения между ядром вихря и пристенными струями. Существенное влияние на течение в вихревой камере оказывают торцевые пограничные слои, вдоль которых к оси камеры притекает практически весь расход жидкости.

Авторы выражают благодарность В. И. Якушеву за помощь при проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гупта А. Закрученные потоки / А. Гупта, Д. Лилли, Р. Сайред. М.: Мир, 1987.
- 2. Гольдштик М. А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981.
- Кутателадзе С. С. Аэродинамика и тепломассообмен в ограниченных вихревых потоках / С. С. Кутателадзе, Э. П. Волчков, В. И. Терехов. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1987.
- 4. Смульский И. И. Аэродинамика и процессы в вихревых камерах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.
- Wormley D. N. An analytical model for the incompressible flow in short vortex chambers // Trans. ASME. Ser. D. 1969. V. 91, N 2. P. 264–276.
- 6. Волчков Э. П., Семенов С. В., Терехов В. И. Аэродинамика торцевого пограничного слоя в вихревой камере // ПМТФ. 1986. № 5. С. 117–126.
- 7. Багрянцев В. И., Волчков Э. П., Терехов В. И. и др. Исследование течения в вихревой камере лазерным доплеровским измерителем скорости. Новосибирск, 1980. (Препр. / СО АН СССР. Ин-т теплофизики; № 55-80).
- Kotas T. J. An experimental study of the three dimensional boundary layer on the end wall of a vortex chamber // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1976. V. 352. P. 169–187.
- Лебедев В. П., Лукашов В. В., Абдрахманов Р. Х. Структура течения в диафрагмированной вихревой камере // Тез. докл. 26-го Сиб. теплофиз. семинара, Новосибирск, 17–19 июля 2002 г. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 2002. С. 3–4.
- 10. **Лебедев А. В., Правдина М. Х.** Экспериментальное исследование давления в приосевой области вихревой камеры // Теплофизика и аэромеханика. 1995. Т. 2, № 1. С. 21–27.
- 11. Ахметов Д. Г., Никулин В. В. Механизм генерации автоколебаний, возникающих при истечении закрученной струи // Докл. АН. 2004. Т. 4. С. 486–489.
- Хабахпашева Е. М. Исследование пристенной турбулентности методом стробоскопической визуализации // Пристенная турбулентность. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1968. С. 142–148.
- 13. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
- 14. Владимиров В. А., Тарасов В. Ф. Структура турбулентности вблизи ядра кольцевого вихря // Докл. АН СССР. 1979. Т. 245, № 6. С. 1325–1328.
- 15. Владимиров В. А., Луговцов Б. А., Тарасов В. Ф. Подавление турбулентности в ядрах концентрированных вихрей // ПМТФ. 1980. № 5. С. 69–76.

Поступила в редакцию 21/I 2015 г., в окончательном варианте — 1/X 2015 г.