Численное решение задачи (2.3), (2.4), (3.11) получается с помощью следующего простого алгоритма. Для выбранного значения параметра β решается двухточечная краевая задача (2.3), (2.4). Затем проверяется условие (3.11). Путем варьирования β достигается удовлетворение условия (3.11). В итоге определяются τ, β и Λ. На основании численных расчетов на рис. 4 построены графики $\beta(\alpha)$ и $p(\alpha)$ для изотропного (штриховая линия) и анизотропного (сплошная) материалов для параметров анизотропии $G/N = 6$, $H/N = 2{,}5$ при $m = 0{,}5$. В случае изотропного материала $G/N = H/N = 2$. Графики показывают существенное влияние анизотропии на распределение пластической зоны и удельное давление конуса на среду.

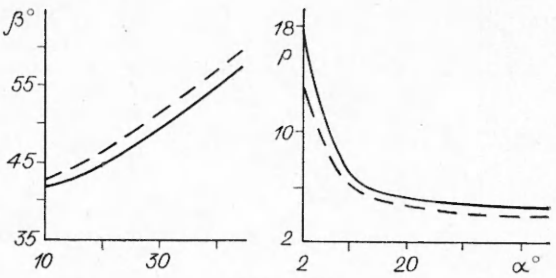


Рис. 4

Проведено также численное изучение границ изменения α. При $\alpha \to \pi/2$ $\beta \geqslant \pi/2$, что недопустимо согласно постановке задачи, так как $R_2 \to \infty$. Это зависит также от параметров анизотропии и значения m. Для всех рассмотренных в численных исследованиях возможных значений параметров анизотропии при $\alpha < 80°$ такое явление не наблюдалось, т. е. полученное решение для этих α вполне применимо.

Автор благодарит М. А. Задояна за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хилл Р.** Математическая теория пластичности.— М.: Гостехиздат, 1956.
2. **Задоян М. А.** Вдавливание жесткого конуса в идеальное жесткопластическое полупространство // Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1984.
3. **Новиков С. С.** Внедрение жесткого клина в анизотропное полупространство // Исследования в области пластичности и обработки металлов давлением.— Тула: ТПИ, 1980.
4. **Дудукаленко В. В.** О вдавливании жесткого штампа в анизотропную пластическую среду // ПММ.— 1960.— Т. 24, № 5.
5. **Багдоев А. Г., Ванцян А. А.** Исследование проникания тонкого твердого тела в трансверсально-изотропную среду // Изв. АН АрмССР. Механика.— 1987.— № 4.
6. **Акопян А. Г.** Внедрение жесткого цилиндрического тела в пластически анизотропную трубу // Изв. АН АрмССР. Механика.— 1986.— № 5.
7. **Качанов Л. М.** Основы теории пластичности.— М.: Наука, 1969.
8. **Ивлев Д. Д., Ершов Л. В.** Метод возмущений в теории упругопластического тела.— М.: Наука, 1978.

г. Ереван — *Поступила 29/IX 1989 г., в окончательном варианте — 25/IV 1990 г.*

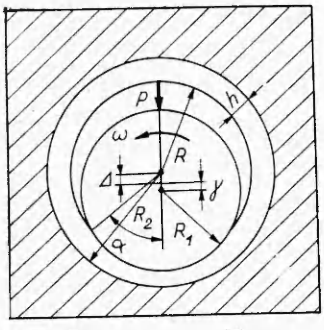
УДК 539.375

Е. В. КОВАЛЕНКО

РАСЧЕТ ИЗНОСА ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ С ТОНКИМ ПОРИСТО-УПРУГИМ ВКЛАДЫШЕМ

В рамках модели Био пористо-упругой среды рассматривается контактная задача с износом для тонкого кольца, поры которого заполнены вязкой сжимаемой жидкостью. По внешнему контуру кольцо соединено с недеформируемой обоймой, а по части внутренней поверхности контактирует с валом, вращающимся вокруг своей оси. Предполагается, что износ вала пренебрежимо мал по сравнению с износом втулки, инерционными эффектами в кольце можно пренебречь, сила трения связана с контактным давлением законом Кулона. Получены явные асимптотические разложения для основных характеристик контактного взаимодействия (осадки точек кольца под валом, угла контакта, контактного давления), справедливые при малом и большом временах. Выявлены диапазоны их стыковки.

1. Рассмотрим плоскую (случай плоской деформации) контактную задачу об изнашивании тонкого кольца (втулки подшипника скольжения) внутреннего радиуса R и наружного R_2. По внешнему контуру кольцо соединено с недеформируемой обоймой, а по части внутренней поверхности контактирует с валом радиуса $R_1 = R - \Delta\left(\Delta R_2^{-1} \ll 1,\ hR_2^{-1} \ll 1\right)$, вращающимся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω и передающим на втулку усилие $F(t) = PH(t)$, где $H(t)$ — функция Хеви-



сайда (см. рисунок). Предположим, что износ вала пренебрежимо мал по сравнению с износом втулки, инерционными эффектами в кольце можно пренебречь, сила трения связана с контактным давлением законом Кулона, причем, как показано в [1], силы трения $\tau_{r\varphi}$, развивающиеся в области контакта, при значениях коэффициента трения $f \leqslant 0{,}2$ мало влияют на закон распределения контактных давлений и величину угла контакта, поэтому при определении радиальных перемещений втулки они не учитываются.

Реологические свойства материала кольца будем описывать уравнениями модели Био [2], считая, что движение вязкой (η — коэффициент вязкости) сжимаемой жидкости в порах подчиняется закону фильтрации Дарси с коэффициентом проницаемости k:

$$(1.1)\qquad \mu\left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2}\right) + (\mu + \lambda_c)\frac{\partial e}{\partial r} - \frac{2\mu}{r^2}\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \alpha M\frac{\partial \zeta}{\partial r} = 0,$$

$$\mu\left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2}\right) + (\mu + \lambda_c)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial \varphi} + \frac{2\mu}{r^2}\frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\alpha M}{r}\frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} = 0;$$

$$(1.2)\qquad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{kM_c}{\eta}\nabla^2\zeta \quad \left(M_c = \frac{M(2\mu + \lambda)}{2\mu + \lambda_c}\right);$$

$$(1.3)\qquad p = -\alpha Me + M\zeta, \quad e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \varphi},$$

$$\zeta = -\left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\right);$$

$$(1.4)\qquad \tau_{ij} = 2\mu e_{ij} + \delta_{ij}(\lambda_c e - \alpha M\zeta), \quad \lambda_c = \lambda + \alpha^2 M.$$

Здесь $\mathbf{u} = \{u, v\}$ — вектор перемещений точек упругого скелета; $\mathbf{w} = f(\mathbf{U} - \mathbf{u}) = \{U, V\}$ ($\mathbf{U}$ — вектор перемещений точек жидкости, а f — пористость); p — гидростатическое давление жидкости в порах; τ_{ij} — тензор напряжений в пористой среде; e_{ij} — тензор деформаций в упругом скелете (индексы i и j пробегают значения 1, 2, при этом 1 соответствует r, а 2 — φ); μ, λ, α и M — упругие коэффициенты пористой среды, физический смысл которых и методы нахождения изложены в [3].

Условие контакта между валом и втулкой вследствие изнашивания последней запишем в виде [1]

$$(1.5)\qquad -u(R, \varphi, t) - u_*(R, \varphi, t) = [\Delta + \gamma(t)]\cos\varphi - \Delta \quad (|\varphi| \leqslant \alpha(t)),$$

где $u_*(R, \varphi, t)$ — линейный износ втулки за время t по направлению радиуса-вектора с угловой координатой φ; $\gamma(t)$ — поступательное перемещение шипа под действием силы $F(t)$. Далее будем считать $0 \leqslant t < T < \infty$, причем T такова, что $\gamma(t)$ имеет порядок перемещений в линейной теории упругости.

Для определения упругого перемещения точек кольца $u(r, \varphi, t)$ примем, что его внутренняя поверхность проницаема, а внешняя абсолютно непроницаема. Рассмотрим вспомогательную задачу о действии нормальной сосредоточенной силы $PH(t)$, приложенной в точке $\varphi = 0$, $r = R$ втулки. Математически она сводится к интегрированию уравнений (1.1)—(1.4) с граничными условиями ($\delta(\varphi)$ — дельта-функция Дирака)

$$(1.6)\qquad r = R\colon\ p = 0,\ \tau_{r\varphi} = 0\ (|\varphi| \leqslant \pi),\ \tau_{rr} = -P\delta(\varphi)H(t),$$

$$r = R_2\colon\ u = v = \partial p/\partial r = 0$$

и начальным условием

$$(1.7)\qquad \alpha e = \zeta - M^{-1}p \quad (t = 0).$$

Для решения задачи (1.1)—(1.4), (1.6), (1.7) введем две неизвестные функции $E(r, \varphi, t)$ и $S(r, \varphi, t)$, связанные с компонентами вектора перемещений в упругом скелете $\{u, v\}$ и давлением p выражениями

$$(1.8)\qquad u = \frac{\partial E}{\partial r} + \sin\varphi\left(r\frac{\partial S}{\partial r} - S\right),$$

$$v = \frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \varphi} + \sin\varphi\frac{\partial S}{\partial \varphi} - S\cos\varphi,$$

$$p\alpha = (2\mu + \lambda)\nabla^2 E + 2\mu\left(\sin\varphi\frac{\partial S}{\partial r} + \frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial \varphi}\right), \quad e = \nabla^2 E.$$

Подставляя (1.8) в (1.1)—(1.3), приходим к выводу, что исходные уравнения превратятся в тождества, если функции S и E удовлетворяют уравнениям

$$\nabla^2 S = 0,\ \frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 E = c\nabla^4 E \quad \left(c = \frac{kM_c}{\eta}\right). \tag{1.9}$$

Внося (1.8) в (1.4), получим

$$\tau_{rr} = 2\mu\left[-\frac{1}{r}\left(\frac{\partial E}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 E}{\partial\varphi^2}\right)+\sin\varphi\left(r\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}-\frac{\partial S}{\partial r}\right)-\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right], \tag{1.10}$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{2\mu}{r}\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial E}{\partial r}-\frac{E}{r}\right)+r\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial S}{\partial r}-\frac{S}{r}\right)\right].$$

Принимая теперь во внимание формулы (1.8) и (1.10), преобразуем (1.6) и (1.7) к виду

$$r = R:\ (2\mu+\lambda)\nabla^2 E + 2\mu\left(\sin\varphi\frac{\partial S}{\partial r}+\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)=0, \tag{1.11}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial E}{\partial r}-\frac{E}{r}\right)+r\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial S}{\partial r}-\frac{S}{r}\right)=0,$$

$$-\frac{1}{r}\left(\frac{\partial E}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 E}{\partial\varphi^2}\right)+\sin\varphi\left(r\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}-\frac{\partial S}{\partial r}\right)-\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial\varphi}=-\frac{P}{2\mu}\delta(\varphi)H(t),$$

$$r = R_2:\ \frac{\partial E}{\partial r}+\sin\varphi\left(r\frac{\partial S}{\partial r}-S\right)=0,\quad \frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial\varphi}+\sin\varphi\frac{\partial S}{\partial\varphi}-S\cos\varphi=0;$$

$$(2\mu+\lambda)\frac{\partial}{\partial r}\nabla^2 E + 2\mu\left(\sin\varphi\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}-\frac{\cos\varphi}{r^2}\frac{\partial S}{\partial\varphi}+\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial^2 S}{\partial r\,\partial\varphi}\right)=0, \tag{1.12}$$

$$\nabla^2 E = -\frac{2\mu}{2\mu+\lambda}\left(\sin\varphi\frac{\partial S}{\partial r}+\frac{\cos\varphi}{r}\frac{\partial S}{\partial\varphi}\right)+\frac{\alpha p}{2\mu+\lambda}\quad (t=0).$$

Применим к обеим частям (1.9), (1.11) и (1.12) интегральное преобразование Лапласа — Карсона по времени

$$E = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{E^L}{s}e^{st}\,ds,\quad S = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{S^L}{s}e^{st}\,ds \tag{1.13}$$

и будем искать функции $E^L(r, \varphi, s)$ и $S^L(r, \varphi, s)$, входящие в представления (1.13), в форме

$$E^L = \frac{E_0^L}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}E_n^L\cos n\varphi,\quad S^L = \sum_{n=1}^{\infty}S_n^L\sin n\varphi, \tag{1.14}$$

$$E_n^L(r, s) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}E^L\cos n\varphi\,d\varphi,\quad S_n^L(r, s) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}S^L\sin n\varphi\,d\varphi.$$

Внося соотношения (1.13), (1.14) в уравнения (1.9) и решая получающиеся при этом обыкновенные дифференциальные уравнения, найдем

$$E_n^L = A_n r^n + B_n r^{-n} + C_n r^{\nu_n} + D_n r^{-\nu_n},$$

$$S_n^L = E_n r^n + F_n r^{-n},\quad \nu_n^2 = n^2 + s/c.$$

Удовлетворяя выбором функций $A_n(s)$, $B_n(s)$, $C_n(s)$, $D_n(s)$, $E_n(s)$ и $F_n(s)$ граничным условиям (1.11), записанным в терминах преобразования Лапласа — Карсона, и ограничиваясь удержанием в решении членов порядка $O(\Lambda)$ $\left(\Lambda = hR_2^{-1} \ll 1\right)$, характеризующих деформацию упругого скелета, с учетом того, что в тонком слое при $t = 0$ $p = f^{-1}P\delta(\varphi)$, имеем

$$u^L(R, \varphi, s) = -\frac{\varepsilon h}{\mu}\left(c_1 + c_2\frac{\operatorname{th}\sqrt{ms}}{\sqrt{ms}}\right)P\delta(\varphi), \tag{1.15}$$

$$m = \frac{h^2}{c},\quad c_1 = 1 - c_2,\quad c_2 = \frac{\alpha}{f} < 1,\quad \varepsilon = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

(ν — коэффициент Пуассона материала скелета).

Переходя к случаю распределенной на участке $|\varphi| \leqslant \alpha$ нормальной нагрузки $q(\varphi)$, из равенства (1.15) найдем

$$u^L(R, \varphi, s) = -\frac{\varepsilon h}{\mu}\left(c_1 + c_2 \frac{\operatorname{th}\sqrt{ms}}{\sqrt{ms}}\right) q(\varphi) \quad (|\varphi| \leqslant \alpha). \tag{1.16}$$

Отсюда следует, что относительно тонкий пористый упругий кольцевой слой работает на сжатие подобно вязкоупругому основанию Фусса — Винклера с операторным коэффициентом постели, вид которого можно определить, взяв от обеих частей (1.16) обратное преобразование Лапласа — Карсона [4]. В результате

$$u(R, \varphi, t) = -\frac{\varepsilon h}{\mu} q(\varphi)\left[c_1 + \frac{c_2}{m}\int_0^t \theta_2\left(0, \frac{t-\tau}{m}\right) d\tau\right], \tag{1.17}$$

$$\theta_2(x, y) = 2\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\pi^2\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 y\right] \cos \pi(2n+1)x$$

($\theta_2(x, y)$ — тета-функция).

Решение для мгновенной нагрузки $\tau_{rr} = -q(\varphi)\delta(t)$, приложенной на участке $|\varphi| \leqslant \alpha$ внутренней поверхности кольца, находится дифференцированием (1.17) по t:

$$\dot{u}(R, \varphi, t) = -\frac{\varepsilon h}{\mu} q(\varphi)\left[c_1\delta(t) + \frac{c_2}{m}\theta_2\left(0, \frac{t}{m}\right)\right]. \tag{1.18}$$

Если в выражении (1.18) $tm^{-1} \to \infty$, то

$$\dot{u}(R, \varphi, t) = -\frac{\varepsilon h}{\mu} q(\varphi)\left[c_1\delta(t) + \frac{2c_2}{m}\exp\left(-\frac{\pi^2 t}{4m}\right)\right]. \tag{1.19}$$

При $tm^{-1} \to 0$ с учетом того, что

$$u^L(R, \varphi, s) \sim -\frac{\varepsilon h}{\mu}\left(c_1 + \frac{c_2}{\sqrt{ms}}\right) q(\varphi),$$

получим [4]

$$\dot{u}(R, \varphi, t) = -\frac{\varepsilon h}{\mu} q(\varphi)\left[c_1\delta(t) + \frac{c_2}{\sqrt{\pi m t}}\right]. \tag{1.20}$$

Предположим, что износ втулки носит абразивный характер [5]. Тогда скорость ее изнашивания пропорциональна работе сил трения и в случае $\tau_{rr} = -q(\varphi)$ примет вид

$$\dot{u}_*(R, \varphi, t) = -lR_2 q(\varphi)\mu^{-1}. \tag{1.21}$$

Здесь l — постоянная, характеризующая износостойкость материала кольца, условия работы пары вал — втулка и зависящая от комбинации трущихся поверхностей.

2. Зная функции $\dot{u}(R, \varphi, t)$ и $\dot{u}_*(R, \varphi, t)$ (1.18)—(1.21), изучим контактную задачу, поставленную в п. 1. Поскольку с течением времени область контакта шипа с подшипником $2\alpha(t)$ монотонно возрастает, то существует обратная к $\alpha = \alpha(t)$ функция $t = \beta(\alpha)$, а ее однозначность позволяет использовать $\alpha(t)$ в качестве временного параметра. Применяя условие контакта (1.5) и обозначая

$$t^* = tm^{-1}, \quad \Delta^* = \Delta R_2^{-1}, \quad b = c_2 c_1^{-1}, \quad \gamma^*(t^*) = \gamma[\alpha(t)] R_2^{-1}, \quad q^*(\varphi, t^*) =$$
$$= q[\varphi, \alpha(t)]\mu^{-1}, \quad \varepsilon\Lambda c_1 = a, \quad l^* = lm(ab)^{-1}, \quad N = P(\mu R_2)^{-1}$$

(звездочку ниже опустим), получим интегральное уравнение задачи относительно неизвестного контактного давления $q(\varphi, t)$ в форме

$$a\left[q(\varphi, t) + b\int_0^t q(\varphi, \tau) k(t-\tau) d\tau\right] = [\Delta + \gamma(t)]\cos\varphi - \Delta \quad (0 \leqslant \varphi \leqslant \alpha(t), \tag{2.1}$$
$$0 \leqslant t \leqslant T < \infty),$$

где ядро $k(t-\tau)$ дается одной из формул

$$k(t) - l = \theta_2(0, t), \; 2\exp(-\pi^2 t/4), \; (\pi t)^{-1/2} \tag{2.2}$$

соответственно для вариантов (1.18)—(1.20). К уравнению (2.1), (2.2) необходимо еще добавить условие квазистатики

$$N = 2\int_0^{\alpha(t)} q(\varphi, t)\cos\varphi\, d\varphi, \tag{2.3}$$

а также равенство

$$q(\varphi,\ t) = 0 \quad (\varphi \geqslant \alpha), \tag{2.4}$$

служащее для определения неизвестной зоны контакта вала и втулки.

Заметим, что соотношение (2.4) позволяет переписать интегральное уравнение (2.1) в виде системы

$$a\left[q(\varphi,\ t) + b\int\limits_{\psi(\varphi)}^{t} q(\varphi,\ \tau)\, k(t-\tau)\, d\tau\right] = [\Delta + \gamma(t)]\cos\varphi - \Delta \tag{2.5}$$

$$(\psi(\varphi) \leqslant t \leqslant T < \infty),$$

$$\psi(\varphi) = \begin{cases} 0 & (0 \leqslant \varphi \leqslant \alpha_0), \\ \beta(\varphi) & (\alpha_0 < \varphi \leqslant \alpha), \end{cases} \quad \alpha_0 = \alpha\ (0),$$

для решения которой воспользуемся алгоритмом, изложенным в [6, 7].

Из (2.5) при помощи (2.4) найдем

$$\gamma(t) = \Delta[1 - \cos\alpha(t)]\cos^{-1}\alpha(t). \tag{2.6}$$

Умножим обе части (2.1) на $\cos\varphi$ и проинтегрируем в пределах от 0 до $\alpha(t)$. Принимая во внимание формулы (2.2), (2.3), (2.6) и изменяя порядок интегрирования, что справедливо [8] в случае монотонно возрастающей области контакта, имеем

$$\frac{\Delta}{abN}\,\frac{\alpha - (1/2)\sin 2\alpha}{\cos\alpha}\,\frac{1}{b} - lt = \tag{2.7}$$

$$= \begin{cases} 1 - \dfrac{2}{\pi^2}\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\pi^2(n+1/2)^2 t}}{(n+1/2)^2}, \\ 2\sqrt{\dfrac{t}{\pi}} \quad (t \to 0), \\ \dfrac{8}{\pi^2}\left(1 - e^{-\pi^2 t/4}\right) \quad (t \to \infty). \end{cases}$$

Последние выражения представляют собой трансцендентные уравнения для определения угла контакта шипа и подшипника соответственно при $0 \leqslant t \leqslant T < \infty$, $T_1 \leqslant t \leqslant T$ и $0 \leqslant t \leqslant T_0$. В частности, из (2.7) следует, что при достаточно большом времени $\alpha(t) \to \pi/2$.

Решение системы интегральных уравнений (2.5) при $T_1 \leqslant t \leqslant T$ можно получить методом [6, 7]:

$$q(\varphi,\ t) = \frac{\Delta}{a}\left[\frac{\cos\varphi - \cos\alpha(t)}{\cos\alpha(t)} + \frac{1}{p_1 - p_2}\sum_{n=1}^{2}(-1)^n p_n \times\right. \tag{2.8}$$

$$\left.\times\left(p_n - \frac{\pi^2}{4}\right)\int\limits_0^t \frac{\cos\varphi - \cos\alpha(\tau)}{\cos\alpha(\tau)}\, e^{-p_n(t-\tau)}\, d\tau\right] \quad (0 \leqslant \varphi \leqslant \alpha_0),$$

$$q(\varphi,\ t) = \frac{\Delta}{a(p_1 - p_2)}\sum_{n=1}^{2}(-1)^n p_n\left(p_n - \frac{\pi^2}{4}\right) \times$$

$$\times\int\limits_{\beta(\varphi)}^{t}\frac{\cos\varphi - \cos\alpha(\tau)}{\cos\alpha(\tau)}\, e^{-p_n(t-\tau)}\, d\tau \quad (\alpha_0 < \varphi \leqslant \alpha(t)),$$

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}\left[l + 2b + \frac{\pi^2}{4} \mp \sqrt{\left(l + 2b + \frac{\pi^2}{4}\right)^2 - l\pi^2}\right],$$

причем функция $\beta(\varphi)$, входящая в формулы (2.8), удовлетворяет уравнению

$$\Phi - \frac{1}{b} - l\beta = \frac{8}{\pi^2}\left(1 - e^{-\pi^2\beta/4}\right), \quad \Phi(\varphi) = \frac{\Delta}{abN}\,\frac{\varphi - (1/2)\sin 2\varphi}{\cos\varphi} \quad (\alpha_0 < \varphi \leqslant \alpha). \tag{2.9}$$

При $0 \leqslant t \leqslant T_0$ решение системы (2.5) можно построить с помощью интегрального преобразования Лапласа — Карсона по времени. Опуская математические выкладки, запишем

$$q(\varphi,\ t) = \frac{\Delta}{a}\left\{\frac{\cos\varphi - \cos\alpha(t)}{\cos\alpha(t)} - \frac{1}{s_1 - s_2}\sum_{n=1}^{2}(-1)^n \times\right. \tag{2.10}$$

t	$\alpha(t)$			t	$\alpha(t)$		
0	0,998	0,998	0,998	0,8	1,158	1,171	1,135
0,05	1,053	1,053	1,021	0,9	1,162	1,179	1,139
0,1	1,073	1,073	1,039	1	1,165	1,186	1,143
0,2	1,098	1,099	1,067	2	1,182	1,234	1,163
0,3	1,116	1,117	1,088	3	1,193	1,265	1,174
0,4	1,129	1,131	1,102	4	1,202	1,288	1,184
0,5	1,139	1,143	1,113	5	1,211	1,306	1,194
0,6	1,147	1,154	1,122	10	1,249	1,361	1,233
0,7	1,153	1,163	1,129	∞	1,571	1,571	1,571

$$\times s_n^2 \int_0^t \frac{\cos\varphi - \cos\alpha(\tau)}{\cos\alpha(\tau)} \left[s_n e^{s_n^2(t-\tau)} \operatorname{erfc}\left(s_n \sqrt{t-\tau}\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right] d\tau \Bigg\} \quad (0 \leqslant \varphi \leqslant \alpha_0),$$

$$q(\varphi, t) = -\frac{\Delta}{a(s_1 - s_2)} \sum_{n=1}^{2} (-1)^n s_n^2 \int_{\beta(\varphi)}^{t} \frac{\cos\varphi - \cos\alpha(\tau)}{\cos\alpha(\tau)} \times$$

$$\times \left[s_n e^{s_n^2(t-\tau)} \operatorname{erfc}\left(s_n \sqrt{t-\tau}\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right] d\tau \quad (\alpha_0 < \varphi \leqslant \alpha(t)),$$

$$s_{1,2} = \frac{b}{2} \mp \sqrt{\frac{b^2}{4} - lb}, \quad \beta(\varphi) = \frac{\pi(\Phi - 1/b)^2}{\left[1 + \sqrt{1 + \pi l(\Phi - 1/b)}\right]^2}.$$

Здесь $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$; $\operatorname{erf}(x)$ — интеграл вероятности.

Таким образом, формулы (2.6)—(2.10) дают решение поставленной задачи об износе подшипника скольжения с пористым вкладышем при $T_1 \leqslant t \leqslant T$ и $0 \leqslant t \leqslant T_0$. Выясним вопрос, стыкуются ли между собой полученные формулы малого и большого времени, т. е. выполняется ли условие $T_1 \leqslant T_0$?

Положим в соотношениях (2.7), например, $\Delta(aN)^{-1} = 1$, $b = 1$, $l = 0{,}1$. В таблице приведены значения $\alpha(t)$, найденные из уравнений (2.7) ($t \to 0$ — 2-я колонка, $t \to \infty$ — 3-я колонка) при различных значениях $0 \leqslant t < \infty$. Видно, что асимптотика малого времени работает практически до $t = T_0 = 1$ (погрешность этого решения по сравнению с точным, приведенным в 1-й колонке, при $t = T_0$ не превосходит 1,8 %). В то же время асимптотическим решением при $t \to \infty$ можно пользоваться, когда $t = T_1 \geqslant 0{,}8$ (максимальная ошибка результатов составляет не более 2 %).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Коваленко Е. В.** К расчету изнашивания сопряжения вал — втулка // Изв. АН СССР. МТТ.— 1982.— № 6.
2. **Biot M. A.** Mechanics of deformation and acoustic propagtion in porous media // J. Appl. Phys.— 1962.— V. 33, N 4.
3. **Biot M. A., Willis D. G.** The elastic coefficients of the theory of consolidation // J. Appl. Mech.— 1957.— V. 24, N 4.
4. **Диткин В. А., Прудников А. П.** Справочник по операционному исчислению.— М.: Высш. шк., 1965.
5. **Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ.— М.: Машиностроение, 1977.
6. **Александров В. М., Коваленко Е. В.** Аналитическое решение контактной задачи об изнашивании сопряжения вал — втулка // Трение и износ.— 1987.— Т. 8, № 6.
7. **Александров В. М., Коваленко Е. В., Фурин В. В.** Контактная задача теории ползучести для стареющего слоя // Изв. АН СССР. МТТ.— 1989.— № 3.
8. **Белоконь А. В., Ворович И. И.** Контактные задачи линейной теории вязкоупругости без учета сил трения и сцепления // Изв. АН СССР. МТТ.— 1973.— № 6.

г. Москва *Поступила 8/I 1990 г., в окончательном варианте — 10/V 1990 г.*