УДК 539.3

ДИНАМИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ И ВРЕМЯ РЕЛАКСАЦИИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

Г. Г. Савенков

Научно-исследовательский институт "Поиск", 188662 Мурино Ленинградской области E-mail: sav-georgij@yandex.ru

С использованием представлений многоуровневой механики твердого тела определены коэффициент динамической вязкости и характерное время релаксации на различных масштабно-структурных уровнях деформирования ударно-нагружаемой среды. Введено понятие квазивременной фрактальной размерности, с помощью которой получены расчетные значения указанных характеристик. Приводятся расчетно-экспериментальные результаты определения коэффициента вязкости и времени релаксации для трех материалов: меди марки M2, алюминиевого сплава АМг6 и армко-железа.

Ключевые слова: динамическая вязкость, релаксация, структурный уровень, фрактальная размерность.

Введение. При исследовании быстропротекающих процессов пластической деформации, имеющих место при ударно-волновом нагружении металлических материалов, важную роль играет учет диссипативных потерь энергии, обусловленных динамической вязкостью, которая в общем случае является реакцией материала на скорость протекания процесса.

Физической характеристикой материала, определяющей вязкое сопротивление среды, является коэффициент пропорциональности при тензоре скоростей деформации в уравнениях для сопротивления деформации или для диссипативной функции, называемый коэффициентом динамической вязкости μ . В общем случае эта величина является тензором четвертого ранга.

Для многих металлов и сплавов в широком диапазоне значений скорости деформации $(\dot{\varepsilon} = 10^3 \div 10^6 \text{ c}^{-1})$ для коэффициента динамической вязкости существует достаточно большой банк данных (см. работу [1] и библиографию к ней). Однако, во-первых, эти данные различаются на несколько порядков (даже для одного и того же материала при одинаковых параметрах процесса нагружения), что, по-видимому, обусловлено использованием различных способов определения коэффициента динамической вязкости и зависимостью этой величины от масштаба структурного уровня, на котором она получена [1]. Во-вторых, коэффициент динамической вязкости определяется, как правило, в тех же экспериментах, для моделирования и прогнозирования которых он используется.

Характеристикой материала, обратно пропорциональной коэффициенту динамической вязкости, является время релаксации касательных напряжений. Следует отметить, что методы непосредственного экспериментального определения этой характеристики в условиях ударно-волнового нагружения до сих пор отсутствуют. Поэтому целесообразно создать теоретическую модель (по крайней мере, полуэмпирическую), позволяющую вычислить коэффициент динамической вязкости или характерное время релаксации через фундаментальные структурные микроконстанты материала и (или) минимальное количество экспериментальных параметров на наименьшем (наибольшем) структурном уровне. На других масштабно-структурных уровнях деформации (о которых сказано ниже) целесообразно определять характеристики вязкости и релаксации материала (эти параметры играют важную роль при моделировании процессов многоуровневой пластической деформации) через характерный временной или геометрический масштаб процесса.

Как известно, кристаллические материалы относятся к числу материалов с "затухающей памятью", которые можно описать с помощью обобщенной модели релаксирующей среды Максвелла [2]. В зависимости от параметров среды, входящих в эту обобщенную модель, можно получить различные частные определяющие уравнения, описывающие сопротивление деформированию упругопластической, вязкопластической и релаксирующей сред [3].

Как сказано выше, коэффициент динамической вязкости можно определить через характерное время релаксации t_p , которое в общем случае зависит от напряженного состояния среды и ее температуры T [2]. Для обобщенной среды Максвелла зависимость между μ и t_p имеет вид [3]

$$\mu = 2Gt_{\rm p}(\sigma_i, T),\tag{1}$$

где G — модуль сдвига; σ_i — главные напряжения.

В случае вязкоупругого тела в [4] предлагается определять коэффициент динамической вязкости по зависимости

$$\mu = Gt_{\mathbf{p}}(\sigma_i, T),$$

где $t_{\rm p}$ — время, в течение которого начальное напряжение уменьшается в $e \approx 2,71$ раза.

Согласно современным представлениям механики и физики деформируемого твердого тела пластическая деформация и разрушение происходят на нескольких структурных уровнях с различными физическими процессами, энергиями активации, характерными масштабами, характерными временами релаксации напряжений [5].

На каждом уровне характерное время релаксации определяется временем вязкого торможения носителей деформации — дефектов кристаллической структуры твердого тела данного масштабно-структурного уровня.

В соответствии с существующей классификацией масштабно-структурных уровней деформирование и разрушение происходят на нескольких уровнях: микроскопическом (атомном) — уровне точечных дефектов, одиночных дислокаций, зерен и их простейших комбинаций (характерный масштаб этого уровня L_1 приблизительно равен нескольким межатомным расстояниям), макроскопическом — уровне с характерным размером $L_4 = 10^{-3} \div 10^{-2}$ м и мезоскопическом (промежуточном) уровне с несколькими характерными размерами. Так, мезоуровень I включает уровень дислокационных скоплений размером $L_{I2} = 1$ нм ÷ 2 мкм и субзеренный, фрагментарный уровень с $L_{I3} = 2 \div 20$ мкм, а мезоуровень II — зеренный (характерный размер L_{II4} равен среднему размеру зерна) и так называемый суперструктурный ($L_{II5} = (2 \div 10)d_3$) [6] уровни.

1. Фрактальная модель процесса релаксации. В работе [1] показано, что

$$\mu = 2G \sum_{i=1}^{n} \mu_i,\tag{2}$$

где μ_i — коэффициент динамической вязкости *i*-го масштабно-структурного уровня; суммирование проводится по *n* уровням, существенным при пластической деформации.

С учетом (1), (2) выражение для величины μ можно представить в виде

$$\mu = 2G \sum_{i=1}^{n} t_i. \tag{3}$$

В свою очередь характерные масштабные времена релаксации t_i определяются соответствующими характерными масштабами структурных уровней деформации. Для того чтобы определить t_i , разобьем область деформации на одномерные ячейки размером $\Delta \varepsilon$. Уменьшая или увеличивая этот размер, можно получить различное количество ячеек. Принцип масштабной инвариантности пластической деформации [7] (для высокоскоростной деформации справедливость этого принципа подтверждена в работе [6]) позволяет установить связь между количеством ячеек N и их размером с помощью основного соотношения фрактального анализа

$$N(\Delta \varepsilon) \sim \Delta \varepsilon^{-D},$$
 (4)

где степенной показатель D — фрактальная размерность; характерный размер $\Delta \varepsilon$ — минимально выделенный масштаб области деформирования.

Предположим, что в такой системе деформирования реализуется дискретный спектр внутренних последовательных (пуассоновский поток событий) релаксационных диссипативных процессов. Как известно, для пуассоновского процесса время можно представить в виде фрактального множества времен событий [8], т. е. в рассматриваемом случае характерное время релаксации должно удовлетворять соотношению

$$t_{\rm p}(\Delta \varepsilon) \sim \Delta t^{-D_t}$$

где Δt — выбранный масштаб времени; D_t — дробный показатель степени, являющийся временной фрактальной размерностью.

Поскольку масштаб Δt можно представить в виде $\Delta t = \Delta \varepsilon / V$ (V — скорость релаксации), выражение $t_p(\Delta \varepsilon) \sim \Delta t^{-D_t}$ аналогично (4) можно записать в следующем виде:

$$t_{\rm p}(\Delta\varepsilon) \sim \Delta\varepsilon^{-D_t}.$$
 (5)

Здесь D_t можно назвать квазивременной фрактальной размерностью, так как, несмотря на то что этот показатель определяет время, основанием степенной функции (5) является параметр с пространственной размерностью.

Зная время t_p всего процесса релаксации, из соотношения (5) путем логарифмирования можно определить квазивременную фрактальную размерность D_t (устремляя при этом $\Delta \varepsilon$ к нулю):

$$D_t = -\lim_{\Delta \varepsilon \to 0} \frac{\log t_{\rm p}}{\log \Delta \varepsilon} \tag{6}$$

(основание логарифма произвольное). Определяя таким образом квазивременную размерность, в качестве $\Delta \varepsilon \to 0$ целесообразно выбрать среднее расстояние между двумя равновесными положениями атома $\delta \approx 10^{-10}$ м [4].

Сложнее определить время $t_{\rm p}$. В [2] и других, более ранних работах того же автора указано, что при высокоскоростных динамических процессах для металлических материалов время релаксации касательных напряжений равно $t_{\rm p} = 10^{-6} \div 10^{-5}$ с. Однако в этом случае при скоростях деформации $\dot{\varepsilon} = 10^5 \div 10^6$ с⁻¹ вязкая составляющая сопротивления деформированию $\sigma_g \approx \mu \dot{\varepsilon}$ для любых металлов и сплавов равна 2G (или G, по Я. И. Френкелю), чего не наблюдается в экспериментах. (Динамические пределы текучести превышают статические значения в среднем в $3 \div 4$ раза, в некоторых случаях — в 6 раз (например, для алюминия) и в 9 раз (для магния) [9], но это скорее исключение, чем правило, поскольку в [9] приводятся также данные по уменьшению предела текучести при ударно-волновом нагружении. Аналогичная тенденция к резкому уменьшению предела текучести была отмечена в [10].)

По-видимому, наиболее достоверными данными по времени релаксации всего процесса следует считать значения t_p , найденные по формуле (1) после подстановки в нее значений

коэффициента динамической вязкости, полученных в экспериментах, описанных в [11] (см. также [12]). Из этих экспериментов следует, что для простых сталей (Ст. 6, Ст. 20, Ст. 45) $t_{\rm p} = 0.25$ мкс при $\dot{\varepsilon} = 6 \cdot 10^3 \, {\rm c}^{-1}$ и $t_{\rm p} \approx 0.0135$ мкс при $\dot{\varepsilon} = 10^4 \div 5 \cdot 10^4 \, {\rm c}^{-1}$. Для алюминиевого сплава Д16 $t_{\rm p} = 0.6$ мкс при $\dot{\varepsilon} = 6 \cdot 10^3 \, {\rm c}^{-1}$ и $t_{\rm p} \approx 0.03$ мкс при $\dot{\varepsilon} = 10^4 \div 5 \cdot 10^4 \, {\rm c}^{-1}$.

После определения квазивременной фрактальной размерности для характерного суммарного времени релаксации напряжений на каждом уровне можно записать более точное соотношение

$$t_{\rm pi}(L_i) = K_i(L_i, D_t) \Delta \varepsilon^{-D_t},\tag{7}$$

где $K_i(L_i, D_t)$ — коэффициент, определяющий структурный масштаб физических процессов и согласовывающий размерности.

Характерное время релаксации t_i на данном структурном уровне равно

$$t_i = t_{\mathrm{p}\,i+1} - t_{\mathrm{p}i}.\tag{8}$$

Для того чтобы определить коэффициент $K_i(L_i, D_t)$ на каждом масштабноструктурном уровне, в первом приближении примем, что он изменяется по линейному закону в зависимости от масштаба.

Наиболее просто определяется коэффициент K_1 для микроскопического и макроскопического уровней. Так как характерное суммарное время релаксации для микроскопического уровня можно определить из соотношения [4] (в работе [4] приводятся также другие зависимости для t_{p1})

$$t_{\rm p1} = \alpha B / (2Gb^2 N_m),\tag{9}$$

где $\alpha \approx 3$ — коэффициент, учитывающий размножение систем скольжения и различные ориентации кристалла в поликристалле [13]; В — коэффициент вязкого торможения дислокаций; N_m — плотность подвижных дислокаций, то

$$K_1 = \alpha B \Delta \varepsilon^{D_t} / (2Gb^2 N_m). \tag{10}$$

Таким образом, основными параметрами, определяющими процесс релаксации, являются коэффициент вязкого торможения *B* и плотность подвижных дислокаций *N*_m.

Полагая, что при больших скоростях нагружения основной вклад в торможение дислокаций вносит фононная вязкость, коэффициент B можно определить по приближенной зависимости [13] (формула примерно на порядок занижает значения B, но позволяет определять искомые характеристики с помощью микроконстант материалов)

$$B = 3bkT/(10a^{3}C_{2}), (11)$$

где k — постоянная Больцмана; T — температура; a^3 — объем атомной ячейки; C_2 — скорость поперечной волны.

На начальном этапе пластической деформации (описываемом уравнениями дислокационной пластичности) в условиях ударно-волнового нагружения с учетом двух механизмов размножения дислокаций (регенеративного и гетерогенного) плотность подвижных дислокаций определяется соотношением [14]

$$N_m = (N_{m0} + \alpha_1 \gamma) \exp\left(H_1 \dot{\gamma} / \tau\right),\tag{12}$$

где N_{m0} — начальная плотность подвижных дислокаций; α_1 — коэффициент размножения дислокаций; γ , $\dot{\gamma}$ — деформация сдвига и ее скорость; H_1 — константа; τ — напряжение сдвига.

Анализ формул (7), (10)–(12) показывает, что характерное время релаксации увеличивается с увеличением структурного масштаба деформации, температуры, деформации сдвига и ее скорости и с уменьшением напряжения сдвига.

$\dot{\varepsilon} \cdot 10^{-5}$. c⁻¹ $\sigma_{\rm B}, \, {\rm M}\Pi{\rm a}$ ρ , T/M^3 *b*, нм $G, \Gamma \Pi a$ Δu_{10} , м/с Материал Δu_{50} , м/с M246,0 220 0,240 22,62,060 8,9 49,4АМг6 27,7370 2,70,286 17,030,40,190Армко-железо 81,4 365 7,80,250 19,622,30,873

Характеристики материалов и исходные данные для расчета при $B=10^{-4}~{\rm Пa}\cdot{\rm c},~N_m=10^{13}~{\rm m}^{-2}$

Оценим коэффициент K_1 по порядку величины, например для стали Ст. 20. Будем полагать, что параметры, входящие в (10), имеют следующие порядки: $B \approx 10^{-4}$ Па·с, $N_m \approx 10^{13}$ м⁻², $G \approx 8 \cdot 10^{10}$ Па, $b = 2.5 \cdot 10^{-10}$ м, $\Delta \varepsilon_1 \approx 10^{-10}$ м. При $\dot{\varepsilon} = 10^4 \div 5 \cdot 10^4$ с⁻¹ квазивременная фрактальная размерность для стали Ст. 20, определенная по формуле (6), равна $D_t = -0.79$. Подставляя эти значения в формулу (10), получаем $K_1 \approx 2.4 \cdot 10^{-2}$.

Для макроскопического уровня коэффициент $K_4 = 1$.

Подставляя в полученные соотношения более точные экспериментально-расчетные значения параметров, можно получить достаточно реалистичные значения характерных времен релаксации и коэффициентов динамической вязкости. При этом возникает проблема определения времени релаксации по зависимости (9), поскольку в этом случае необходимо найти значение плотности подвижных дислокаций N_m . Подвижные дислокации составляют определенную долю полного числа всех дислокаций N_n . Можно предположить, что при ударно-волновом нагружении плотность дислокаций N достигает насыщения на уровне предельных значений $N_n = 10^{14} \div 10^{15} \text{ м}^{-2}$ [5]. В этом случае значение $N_m = 10^{13} \div 5 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-2}$ (полученное в работе [15] расчетное предельное значение плотности подвижных дислокаций равно $3 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-2}$, в работе [16] в случае сильных ударных волн для алюминия, меди и стали найдено значение $N_m \approx 10^{13} \text{ м}^{-2}$).

2. Расчетно-экспериментальная проверка модели. Для оценки адекватности предлагаемой модели с использованием расчетно-экспериментальных методов определены коэффициенты динамической вязкости (и соответственно характерные времена релаксации) для трех материалов: меди марки M2, алюминиевого сплава AMr6 и армко-железа (исходные данные приведены в табл. 1).

Характеристики для макроструктурного уровня в меди и алюминиевом сплаве определялись с помощью методики составного стержня Гопкинсона (основные параметры приведены в [17]), данные для армко-железа взяты из работы [12]. Определив динамический предел прочности $\sigma_{\text{в.д.}}$, коэффициент динамической вязкости можно найти по соотношению

$$\mu_4 = (\sigma_{\text{в.д}} - \sigma_0)/(3\dot{\varepsilon}),$$

где σ_0 — статический предел прочности; $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$ — скорость деформации, определенная на составном стержне Гопкинсона. Характерное время релаксации определялось по выражению (1).

С помощью полученного в [1] соотношения для коэффициента динамической вязкости

$$\mu \approx \rho(\Delta u_i)^3 / (\varepsilon_i \dot{\varepsilon}^2) \tag{13}$$

 $(\rho$ — плотность материала образца; Δu_i — разброс скорости на *i*-м масштабном уровне) определялись коэффициент динамической вязкости и время релаксации на мезоуровнях I и II.

Таблица 1

Примечание. Данные по Δu_{10} и Δu_{50} для армко-железа предоставлены Ю. И. Мещеряковым (Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург).



Рис. 1. Интерферограмма (a), зависимость скорости свободной поверхности от времени (b) и разброс скоростей (b) для образца из меди марки М2 при скорости удара 261 м/с



Рис. 2. Фрактограмма ротационных ячеек, образовавшихся в образце из меди марки M2 в результате удара

Таблица 2

Вязкие и релаксационные характеристики мет	галлов
--	--------

Материал	t ₁ , нс	µ1, Па•с	t ₁₂ , нс	<i>µ</i> 12, Па•с	t _{з3} , нс	µ33, ∏a∙c	t _{П4} , нс	µ _{П4} , Па∙с	t _{II5} , вс	µ ₁₁₅ , Па•с	t4, вс	<i>μ</i> 4, Па•с	t ₁ , нс	μ ₁ , Πa·c	µ ₁₀ , Па•с	µ50, Па∙с
M2	5,66	521	5,67	522	5,76	530	5,93	546	7,89	726	100	10^{4}	1,75÷ 4,00	165 ÷ 370 [16, 20]	490	505
AMr6	6,60	365	6,70	370	7,00	387	7,80	431	16,30	901	135	7,5 · 10 ³	1,4÷ 15,0*	75 ÷ 800* [16, 21]	385	440
Армио- железо	2,95	480	2,97	483	2,98	485	3,00	488	3,20	529	15,3	2,5 · 10 ³	2,2 ÷ 3,7	360 ÷ 600 [10, 22]	702	216

Примечания. 1. Расчеты проводились при значения
х $D_t=-0.73;\,-0.67;\,-0.81$ для меди мархи M2, атколиниевого сплава AMr6 н армо-женева соответственно. 2. Характерные масштабы для уровені 12, 13, 114, 115 в расчетах принимались равныли 2, 20, 60 и 500 мкм.

*Данные для технически чистого алюминия и алюминиевого сплава 6061-Тб.

Разброс скоростей частиц среды Δu_i определялся по методике скоростного лазерного интерферометра [1, 18]. Данная методика позволяет определять разброс скоростей носителей пластической деформации на двух масштабных уровнях. Первый уровень соответствует движению носителей, размер которых существенно меньше диаметра лазерного луча, сфокусированного на свободную поверхность мишени. В проведенных экспериментах диаметр луча составлял 50 мкм. Нижний предел определяется законами геометрической оптики, в соответствии с которыми получить четкое отражение луча можно в том случае, если размеры неоднородностей поверхности существенно больше длины волны лазерного излучения (в данном случае 0,6 мкм). Таким образом, размер структурного элемента (и соответственно характерного масштаба) находится в диапазоне 0,6 мкм $\ll L_i \ll 50$ мкм. Принимая нормальное распределение размеров в этом диапазоне, можно оценить средний размер структурного элемента $L_i = (L_{\max} - L_{\min})/\beta$, где β — коэффициент, значения которого приведены в [19] (в данном случае $\beta = 5$). В результате получаем средний характерный размер структурного элемента $L_i \approx 10$ мкм. Такая оценка соответствует также наблюдаемым с помощью световой и электронной растровой микроскопии неоднородностям, сдвиговым и ротационным элементам. На рис. 1 приведены интерферограмма, зависимость скорости свободной поверхности от времени и разброс скоростей для образца из меди марки М2 при скорости удара 261 м/с. На рис. 2 представлена фрактограмма ротационных ячеек, образовавшихся в образце из меди марки M2 в результате удара.

Второй масштабный уровень, на котором возможна регистрация временной характеристики процесса динамического деформирования, соответствует движению как единого целого всего элемента поверхности, зондируемого лазерным лучом, причем это движение является стохастичным, т. е. скорости соседних участков свободной поверхности также имеют некоторый разброс. Этот вывод подтверждается интерферограммами, на которых видно уменьшение числа биений интерференционного сигнала по сравнению с числом биений, соответствующим средней макроскопической скорости [18]. Определенные по изложенной выше методике характеристики вязкости и времени релаксации приведены в табл. 2. Как отмечено выше, в экспериментах лазерный луч был сфокусирован до диаметра, равного 50 мкм. В табл. 2 представлены значения параметров вязкости μ_{10} , μ_{50} для уровней с характерными масштабами, равными 10 и 50 мкм.

Сравнение полученных результатов с экспериментально-расчетными данными, приведенными в работах [10, 16, 20–22] (см. табл. 2), показывает удовлетворительное соответствие (с учетом того, что формула (13) является достаточно приближенной) получаемых по предлагаемой модели расчетных характеристик (следует отметить, что автору данной работы неизвестны параметры структуры материалов, для которых получены данные в работах [10, 16, 20–22]).

3. Выводы. В работе предложена модель релаксации напряжений, позволяющая определять коэффициенты динамической вязкости и характерный спектр времен релаксации с помощью введенной квазивременной фрактальной размерности.

Введение квазивременной размерности позволяет значительно упростить определение указанных выше характеристик для промежуточных структурно-масштабных уровней деформации при разработке и использовании многоуровневых моделей деформирования среды.

Автор выражает благодарность Ю. И. Мещерякову за предоставленные экспериментальные данные и плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенков Г. Г., Мещеряков Ю. И. Структурная вязкость твердых тел // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 3. С. 113–118.

14

- 2. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
- 3. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Структура ударных волн и определяющие уравнения металлов // ПМТФ. 1987. № 6. С. 119–128.
- 4. Френкель Я. И. Введение в теорию металлов. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986.
- Владимиров В. И., Иванов В. Н., Приемский Н. Д. Мезоскопический уровень пластической деформации // Физика прочности и пластичности. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986. С. 69–80.
- Барахтин Б. Г., Савенков Г. Г. Ротационное упрочнение и деформации стали в механическом поле высокоскоростного ударника // Сплавы с эффектом памяти формы и другие перспективные материалы. СПб.: Науч.-исслед. ин-т математики и механики С.-Петерб. гос. ун-та, 2001. С. 326–332.
- Панин В. Е. Физическая мезомеханика материалов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1999. № 5. С. 88–108.
- Блюмен А., Клафтер Дж., Цумофен Г. Реакции в фрактальных моделях неупорядоченных систем // Фракталы в физике. М.: Мир, 1988. С. 561–574.
- Глушак Б. Л., Новиков С. А., Батьков Ю. В. Определяющее уравнение для Al и Mg для описания высокоскоростного деформирования УВ // Физика горения и взрыва. 1992. № 1. С. 84–88.
- Taylor J. W. Dislocation dynamics and dynamic yielding // J. Appl. Phys. 1965. V. 36, N 10. P. 3145–3150.
- 11. Попов С. М. Абсолютная вязкость стали // Инж. сб. 1941. Т. 1, № 1. С. 27–36.
- 12. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении. Киев: Наук. думка, 1991.
- Клифтон Р. Дж. Динамическая пластичность // Успехи прикладной механики. М.: Мир, 1986. С. 49–84.
- 14. Мещеряков Ю. И., Савенков Г. Г. Осцилляции фронта пластической волны в условиях высокоскоростного нагружения // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 6. С. 117–123.
- 15. Сарафанов Г. Ф. Корреляционные эффекты в ансамбле краевых дислокаций // Физика твердого тела. 2008. Т. 50, № 10. С. 1793–1799.
- Chhabildas L. C., Asay J. R. Rise-rime measurements of shock transitions in aluminium, copper, and steel // J. Appl. Phys. 1979. V. 50, N 4. P. 934–941.
- 17. Савенков Г. Г. Критические напряжения при отколе и динамическом разрыве металлов // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 6. С. 103–107.
- 18. Мещеряков Ю. И., Диваков А. К. Интерференционный метод регистрации скоростной неоднородности частиц в упругопластических волнах нагрузки в твердых телах. Л., 1989. (Препр. / АН СССР. Ленингр. филиал Ин-та машиноведения; № 25).
- 19. Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 1970.
- 20. Альтшулер Л. В., Чекин Б. С. Реология волновой деформации металлов // Физика горения и взрыва. 1983. № 5. С. 140–143.
- 21. Огородников В. А., Садовой А. А., Тюнькин Е. С., Чулков Н. М. О вязкости алюминия и свинца в ударно-волновых экспериментах // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 1. С. 5–11.
- 22. Писаренко Г. С., Красовский А. Е. К физической теории динамического предела текучести кристаллических материалов // Пробл. прочности. 1970. № 11. С. 11–14.

Поступила в редакцию 16/III 2009 г., в окончательном варианте — 19/V 2009 г.