

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СОСТАВНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ТРЕЩИНЫ И ТОНКИЕ ЖЕСТКИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ

В. Н. Максименко, Г. В. Недогибченко

Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск

С использованием комплексных потенциалов решается смешанная задача линейной теории упругости для бесконечной пластины, составленной из двух анизотропных полуплоскостей и содержащей разрез и тонкие абсолютно жесткие включения, расположенные произвольно вдоль незамкнутых гладких кривых, не пересекающихся и не выходящих на линию соединения полуплоскостей.

Постановка задачи. Рассматривается кусочно-однородная пластина, занимающая плоскость $z = x + iy$ и составленная из двух анизотропных полуплоскостей, непрерывно соединенных вдоль линии $x = 0$. На бесконечности заданы напряжения, при которых для пластины без дефектов и подкреплений выполняются условия сопряжения на линии соединения полуплоскостей

$$\sigma_x^{(1)} = \sigma_x^{(2)}, \quad \tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)}, \quad u_y^{(1)} = u_y^{(2)}, \quad v_y^{(1)} = v_y^{(2)}. \quad (1)$$

Предполагается, что в полуплоскости $x > 0$ вдоль гладких кривых $L_j = (a_j, b_j)$ при $j = 1, \dots, k_1$ расположены сквозные разрезы (трещины), при $j = k_1 + 1, \dots, k$ — тонкие абсолютно жесткие включения; $L = \bigcup_{j=1}^{k_1} L_j$, $C = \bigcup_{j=k_1+1}^k L_j$. Кривые не пересекаются и не выходят на линию соединения полуплоскостей. Для каждой кривой выбраны нормали $\mathbf{n}(t)$ ($t \in L_j$), направленные вправо при движении от a_j к b_j . По предположению берега разрезов не контактируют между собой и подвержены действию самоуравновешенных непрерывно распределенных нагрузок

$$X_n^\pm(t) + iY_n^\pm(t) = \pm P(t), \quad t \in L. \quad (2)$$

Криволинейные включения могут перемещаться как единое жесткое целое:

$$u^\pm(t) + iv^\pm(t) = g_1(t) + ig_2(t) = G(t), \quad t \in C; \quad G(t) = c_j + i\varepsilon_j t, \quad t \in L_j. \quad (3)$$

Здесь c_j — комплексная константа; ε_j — неизвестный или заданный угол поворота жесткого включения L_j . Знаки “+” и “-” соответствуют левому и правому берегам разреза или включения.

Требуется определить напряженно-деформированное состояние пластины. Для решения задачи применяются развитые в [1–5] методы исследования напряженно-деформированного состояния анизотропных пластин с дефектами и подкреплениями различной формы. В [6] приведена система интегральных уравнений аналогичной задачи для пластины, составленной из двух изотропных полуплоскостей.

Вид потенциалов. Пусть $\mu_1^{(r)}$ и $\mu_2^{(r)}$ — неравные корни характеристического уравнения [7] $a_{11}^{(r)}\mu^4 - 2a_{16}^{(r)}\mu^3 + (2a_{12}^{(r)} + a_{66}^{(r)})\mu^2 - 2a_{26}^{(r)}\mu + a_{22}^{(r)} = 0$, $a_{ij}^{(r)}$ — коэффициенты деформации в законе Гука ($r = 1$ для полуплоскости $x > 0$, $r = 2$ для полуплоскости $x < 0$). Считаем, что $\text{Im } \mu_1^{(r)} > 0$, $\text{Im } \mu_2^{(r)} > 0$.

Потенциалы Лехницкого [7] по аналогии с [3, 4] предлагается искать в виде

$$\Phi_{\nu}^{(r)}(z_{\nu}^{(r)}) = \Phi_{\nu 0}^{(r)} + \Phi_{\nu 1}^{(r)}(z_{\nu}^{(r)}) + \Phi_{\nu 2}^{(r)}(z_{\nu}^{(r)}), \quad \nu = 1, 2, \quad r = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь $z_{\nu}^{(r)} = x + \mu_{\nu}^{(r)}y$; $\Phi_{\nu 0}^{(r)}$ определяются усилиями на бесконечности для плоскости без дефектов и подкреплений;

$$\begin{aligned} \Phi_{\nu 1}^{(1)}(z_{\nu}^{(1)}) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_{\nu}(\tau)}{\tau_{\nu}^{(1)} - z_{\nu}^{(1)}} d\tau_{\nu}^{(1)} - \frac{l_{\nu}^{(1)} s_{\nu}^{(1)} \overline{\omega_1(\tau)}}{\bar{\tau}_1^{(1)} - s_{\nu}^{(1)} z_{\nu}^{(1)}} d\bar{\tau}_1^{(1)} - \frac{n_{\nu}^{(1)} m_{\nu}^{(1)} \overline{\omega_2(\tau)}}{\bar{\tau}_2^{(1)} - m_{\nu}^{(1)} z_{\nu}^{(1)}} d\bar{\tau}_2^{(1)}; \\ \Phi_{\nu 2}^{(1)}(z_{\nu}^{(1)}) &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\mu_{\nu}(\tau)}{\tau_{\nu}^{(1)} - z_{\nu}^{(1)}} d\tau_{\nu}^{(1)} - \frac{l_{\nu}^{(1)} s_{\nu}^{(1)} \overline{\mu_1(\tau)}}{\bar{\tau}_1^{(1)} - s_{\nu}^{(1)} z_{\nu}^{(1)}} d\bar{\tau}_1^{(1)} - \frac{n_{\nu}^{(1)} m_{\nu}^{(1)} \overline{\mu_2(\tau)}}{\bar{\tau}_2^{(1)} - m_{\nu}^{(1)} z_{\nu}^{(1)}} d\bar{\tau}_2^{(1)}; \\ \Phi_{\nu 1}^{(2)}(z_{\nu}^{(2)}) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{l_{\nu}^{(2)} s_{\nu}^{(2)} \omega_1(\tau)}{\tau_1^{(1)} - s_{\nu}^{(2)} z_{\nu}^{(2)}} d\tau_1^{(1)} + \frac{n_{\nu}^{(2)} m_{\nu}^{(2)} \omega_2(\tau)}{\tau_2^{(1)} - m_{\nu}^{(2)} z_{\nu}^{(2)}} d\tau_2^{(1)}; \\ \Phi_{\nu 2}^{(2)}(z_{\nu}^{(2)}) &= \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{l_{\nu}^{(2)} s_{\nu}^{(2)} \mu_1(\tau)}{\tau_1^{(1)} - s_{\nu}^{(2)} z_{\nu}^{(2)}} d\tau_1^{(1)} + \frac{n_{\nu}^{(2)} m_{\nu}^{(2)} \mu_2(\tau)}{\tau_2^{(1)} - m_{\nu}^{(2)} z_{\nu}^{(2)}} d\tau_2^{(1)}; \\ s_{\nu}^{(1)} &= \frac{\bar{\mu}_1^{(1)}}{\mu_{\nu}^{(1)}}; \quad m_{\nu}^{(1)} = \frac{\bar{\mu}_2^{(1)}}{\mu_{\nu}^{(1)}}; \quad s_{\nu}^{(2)} = \frac{\mu_1^{(1)}}{\mu_{\nu}^{(2)}}; \quad m_{\nu}^{(2)} = \frac{\mu_2^{(1)}}{\mu_{\nu}^{(2)}}; \\ d\tau_{\nu}^{(1)} &= (\mu_{\nu}^{(1)} \cos \varphi(\tau) - \sin \varphi(\tau)) ds = M_{\nu}^{(1)}(\tau) ds; \end{aligned} \quad (5)$$

$\varphi(\tau)$ — угол, образуемый нормалью $\mathbf{n}(\tau)$ с осью x ; ds — дифференциал длины дуги кривой. Векторы $\{\bar{l}_1^{(1)}, \bar{l}_2^{(1)}, l_1^{(2)}, l_2^{(2)}\}$ и $\{\bar{n}_1^{(1)}, \bar{n}_2^{(1)}, n_1^{(2)}, n_2^{(2)}\}$ определяются условиями (1) и являются решениями системы $A\mathbf{X} = \mathbf{B}^{(\nu)}$ (при $\nu = 1$ и $\nu = 2$ соответственно), где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ -\bar{\mu}_1^{(1)} & -\bar{\mu}_2^{(1)} & \mu_1^{(2)} & \mu_2^{(2)} \\ -\bar{p}_1^{(1)} & -\bar{p}_2^{(1)} & p_1^{(2)} & p_2^{(2)} \\ -\bar{q}_1^{(1)} & -\bar{q}_2^{(1)} & q_1^{(2)} & q_2^{(2)} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}^{(\nu)} = \{1, \mu_{\nu}^{(1)}, p_{\nu}^{(1)}, q_{\nu}^{(1)}\};$$

$$p_{\nu}^{(r)} = a_{11}^{(r)}(\mu_{\nu}^{(r)})^2 - a_{16}^{(r)}\mu_{\nu}^{(r)} + a_{12}^{(r)}; \quad q_{\nu}^{(r)} = a_{12}^{(r)}\mu_{\nu}^{(r)} + a_{22}^{(r)}/\mu_{\nu}^{(r)} - a_{26}^{(r)}; \quad \nu = 1, 2.$$

Тем самым обеспечивается автоматическое выполнение условий (1) на линии соединения полуплоскостей независимо от краевых условий (2), (3) на разрезах и жестких включениях.

Система интегральных уравнений задачи. Используя представления (4) и формулы Сохоцкого — Племяля, из краевых условий (2), (3) получаем систему сингулярных интегральных уравнений для определения неизвестных плотностей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\mu_1(t)$

и $\mu_2(t)$, а также соотношения для $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ на разрезах и $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ на жестких включениях:

$$\begin{aligned} & \int_L \frac{\omega_1(\tau)}{\tau_1^{(1)} - t_1^{(1)}} d\tau_1^{(1)} + \int_L \omega_1(\tau) K_{11}(t, \tau) ds + \int_L \overline{\omega_1(\tau)} K_{12}(t, \tau) ds + \\ & \quad + \int_C \mu_1(\tau) K_{13}(t, \tau) ds + \int_C \overline{\mu_1(\tau)} K_{14}(t, \tau) ds = f_1(t), \quad t \in L, \\ & \int_C \frac{\mu_1(\tau)}{\tau_1^{(1)} - t_1^{(1)}} d\tau_1^{(1)} + \int_C \mu_1(\tau) K_{21}(t, \tau) ds + \int_C \overline{\mu_1(\tau)} K_{22}(t, \tau) ds + \\ & \quad + \int_L \omega_1(\tau) K_{23}(t, \tau) ds + \int_L \overline{\omega_1(\tau)} K_{24}(t, \tau) ds = f_2(t), \quad t \in C, \\ & a(t)\omega_1(t) + b(t)\overline{\omega_1(t)} + \omega_2(t) = 0, \quad t \in L, \\ & A(t)\mu_1(t) + B(t)\overline{\mu_1(t)} + \mu_2(t) = 0, \quad t \in C, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \frac{\pi i \overline{F(t)}}{b(t)} - \pi i \left[\frac{\overline{a(t)}}{b(t)} \overline{\Phi}_{10}^{(1)} + \Phi_{10}^{(1)} + \frac{1}{b(t)} \overline{\Phi}_{20}^{(1)} \right], \quad t \in L; \\ f_2(t) &= \frac{\pi i \overline{W(t)}}{B(t)} - \pi i \left[\frac{\overline{A(t)}}{B(t)} \overline{\Phi}_{10}^{(1)} + \Phi_{10}^{(1)} + \frac{1}{B(t)} \overline{\Phi}_{20}^{(1)} \right], \quad t \in C; \\ a(t) &= a_0 \frac{M_1^{(1)}(t)}{M_2^{(1)}(t)}; \quad b(t) = b_0 \frac{\overline{M_1^{(1)}(t)}}{\overline{M_2^{(1)}(t)}}; \quad a_0 = \frac{\mu_1^{(1)} - \bar{\mu}_2^{(1)}}{\mu_2^{(1)} - \bar{\mu}_2^{(1)}}; \quad b_0 = \frac{\bar{\mu}_1^{(1)} - \bar{\mu}_2^{(1)}}{\mu_2^{(1)} - \bar{\mu}_2^{(1)}}; \\ A(t) &= A_0 \frac{M_1^{(1)}(t)}{M_2^{(1)}(t)}; \quad B(t) = B_0 \frac{\overline{M_1^{(1)}(t)}}{\overline{M_2^{(1)}(t)}}; \quad A_0 = \frac{\bar{p}_2^{(1)} q_1^{(1)} - p_1^{(1)} \bar{q}_2^{(1)}}{\bar{p}_2^{(1)} q_2^{(1)} - p_2^{(1)} \bar{q}_2^{(1)}}; \quad B_0 = \frac{\bar{p}_2^{(1)} \bar{q}_1^{(1)} - \bar{p}_1^{(1)} \bar{q}_2^{(1)}}{\bar{p}_2^{(1)} q_2^{(1)} - p_2^{(1)} \bar{q}_2^{(1)}}; \\ F^\pm(t) &= F(t) = \pm \frac{X_n^\pm(t) + \bar{\mu}_2^{(1)} Y_n^\pm(t)}{(\mu_2^{(1)} - \bar{\mu}_2^{(1)}) M_2^{(1)}(t)}; \quad W^\pm(t) = W(t) = \frac{\bar{p}_2^{(1)} dg_2/ds - \bar{q}_2^{(1)} dg_1/ds}{(\bar{p}_2^{(1)} q_2^{(1)} - p_2^{(1)} \bar{q}_2^{(1)}) M_2^{(1)}(t)}. \end{aligned}$$

Систему дополним уравнениями

$$\int_{L_j} \omega_1(\tau) d\tau_1^{(1)} = 0, \quad j = 1, \dots, k_1, \quad \int_{L_j} \mu_1(\tau) d\tau_1^{(1)} = 0, \quad j = k_1 + 1, \dots, k, \quad (7)$$

представляющими собой условия однозначности смещений при обходе контура каждого из разрезов и равенства нулю главного вектора всех сил, действующих на каждое жесткое включение.

Неизвестные углы поворота жестких включений при нагружении пластины определяются условием равенства нулю главного момента сил, действующих на каждое включение. Это условие приводится к виду

$$2\operatorname{Re} \left\{ \int_{L_j} (\tau_1^{(1)} - \tau_2^{(1)}) A_0 - \bar{\tau}_2^{(1)} \bar{B}_0 \right\} \mu_1(\tau) d\tau_1^{(1)} = 0, \quad j = k_1 + 1, \dots, k. \quad (8)$$

Таким образом, для определения плотностей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ получена система (6)–(8).

Из представлений (5) и системы (6)–(8) путем предельного перехода в параметрах анизотропии аналогично [1] могут быть получены потенциалы и система уравнений для решения задачи в случаях, когда одна или обе полуплоскости изотропные.

Численное решение. При введении параметризации кривых $L_j = \{t = \tau^j(\xi), \xi \in [-1, 1]\}$ и обозначений $\omega_1(\tau^j(\xi)) = \chi_j(\xi) = \chi_j^0(\xi)/\sqrt{1 - \xi^2}$, $j = 1, \dots, k_1$, $\mu_1(\tau^j(\xi)) = \chi_j(\xi) = \chi_j^0(\xi)/\sqrt{1 - \xi^2}$, $j = k_1 + 1, \dots, k$ система (6)–(8) сводится к канонической системе интегральных уравнений

$$\sum_{p=1}^k \int_{-1}^1 \{K_1^{jp}(\xi, \eta)\chi_p(\eta) + K_2^{jp}(\xi, \eta)\overline{\chi_p(\eta)}\} d\eta = f_j(\xi), \quad j = 1, \dots, k,$$

$$\int_{-1}^1 \chi_j(\eta)(\tau_1^j(\eta))' d\eta = 0, \quad j = 1, \dots, k, \quad \operatorname{Re} \left\{ \int_{-1}^1 K^j(\eta)\chi_j(\eta) d\eta \right\} = 0, \quad j = k_1 + 1, \dots, k,$$

где функции $K_1^{jj}(\xi, \eta)$ имеют особенности типа Коши.

Система решается с помощью квадратурных формул по схеме, описанной в [3], после чего с заданной точностью могут быть определены значения потенциалов и напряжений в любой точке пластины [7] и вычислены значения коэффициентов интенсивности напряжений K_1 , K_2 в вершинах трещин и жестких включений [3]:

$$(\sigma_x^{(r)}, \tau_{xy}^{(r)}, \sigma_y^{(r)}) = 2\operatorname{Re} \left\{ \sum_{\nu=1}^2 ((\mu_\nu^{(r)})^2, -\mu_\nu^{(r)}, 1)\Phi_\nu^{(r)}(z_\nu^{(r)}) \right\},$$

$$K_1 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ \theta = 0}} \sigma_n \sqrt{2\pi r}, \quad K_2 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ \theta = 0}} \tau_n \sqrt{2\pi r}.$$

Здесь r и θ — полярные координаты точки в системе с полюсом в вершине кривой и полярной осью, направленной по касательной к ней; $\sigma_n = 0,5(\sigma_x + \sigma_y) + 0,5(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi$; $\tau_n = -0,5(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi$; φ — угол между нормалью к кривой в ее вершине и осью x .

Результаты вычислений. В приводимых ниже примерах рассматриваются пластины, составленные из ортотропных материалов с различной степенью анизотропии, из ортотропного и изотропного материалов, а также полубесконечная пластина со свободным краем. Для изотропного материала при вычислениях вводится “слабая анизотропия” ($G = 0,4999E/(1+\nu)$). При этом полуплоскость $x > 0$ всегда состоит из ортотропного материала с характеристиками $E_1 = 53,84$ ГПа, $E_1/E_2 = 3$, $G = 8,63$ ГПа, $\nu = 0,25$; направление главной оси анизотропии, соответствующей модулю $E_1^{(1)}$, совпадает с направлением оси Ox . Пластина равномерно растягивается вдоль линии соединения полуплоскостей с напряжениями на бесконечности σ_1 и $\sigma_2 = k\sigma_1$ (рис. 1, 2).

На рис. 3, 4 приводятся зависимости коэффициентов интенсивности напряжений в вершине a разреза (рис. 3) или тонкого жесткого включения (рис. 4), имеющих форму полуокружности, от угла поворота α (см. рис. 1). Отношение радиуса полуокружности к расстоянию до линии соединения полуплоскостей $R/d = 0,7$. Полуплоскость $x < 0$ заполнена из ортотропного материала с характеристиками $E_1 = 276,1$ ГПа, $E_1/E_2 = 10$, $G = 10,35$ ГПа, $\nu = 0,25$ (кривые 1) или отсутствует (кривые 2). В первом случае направления главных осей анизотропии, соответствующих модулям $E_1^{(1)}$ и $E_1^{(2)}$ совпадают с

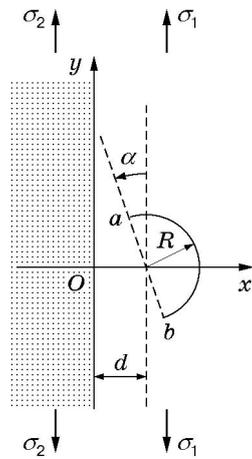


Рис. 1

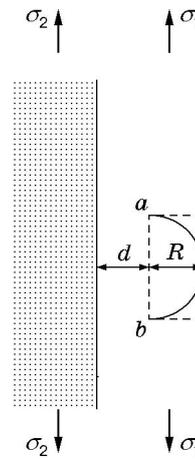


Рис. 2

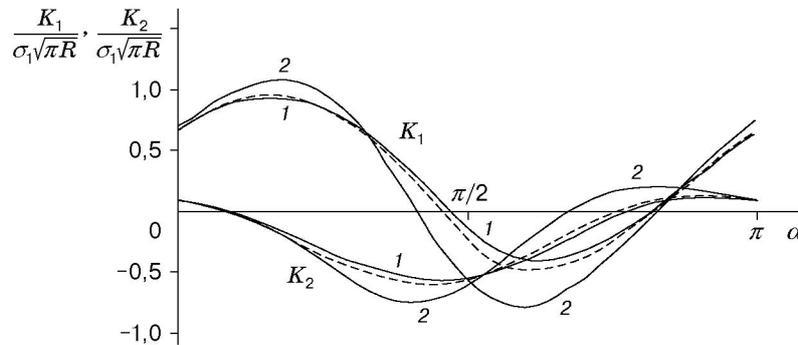


Рис. 3

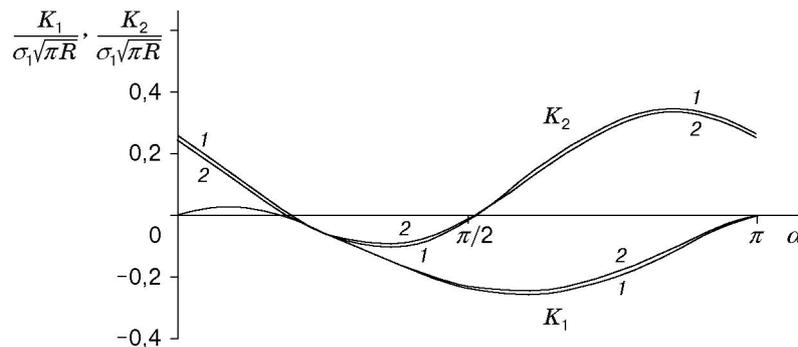


Рис. 4

направлением оси Ox и $k = E_2^{(2)}/E_2^{(1)}$. Для разреза в полуплоскости задача решена в [3]. Приведенные на рис. 3 штриховые кривые соответствуют однородной пластине (плоскости) из материала, составляющего правую полуплоскость, с напряжениями σ_1 на бесконечности. Для жесткого включения (рис. 4) кривые 1 и 2 различаются мало; кривые, соответствующие растягиваемой усилиями σ_1 однородной пластине, на рис. 4 сливаются с кривыми 1.

На рис. 5, 6 представлены зависимости коэффициентов интенсивности напряжений в вершине a разреза (рис. 5) или жесткого включения (рис. 6), имеющих форму полуокруж-

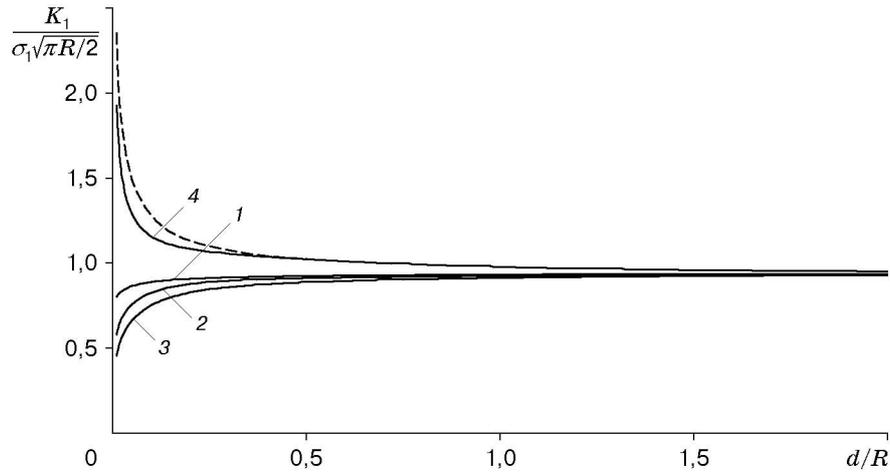


Рис. 5

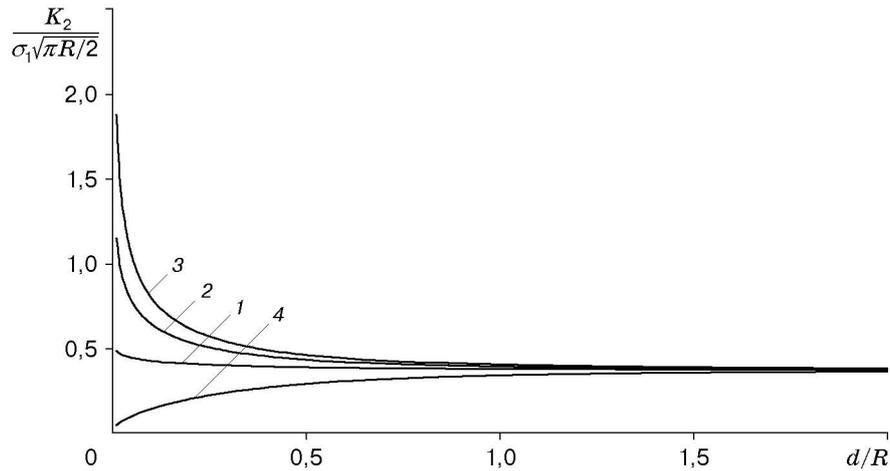


Рис. 6

ности (сплошные кривые), от отношения расстояния от вершины до линии соединения полуплоскостей (см. рис. 2) к радиусу полуокружности d/R . Полуплоскость $x < 0$ выполнена из ортотропного материала с характеристиками $E_1 = 276,1$ ГПа, $E_1/E_2 = 10$, $G = 10,35$ ГПа, $\nu = 0,25$ (кривые 1 соответствуют направлению оси модуля $E_1^{(2)}$ вдоль оси Ox , кривые 2 — вдоль оси Oy), из изотропного материала с характеристиками $E_1 = 276,10$ ГПа, $E_1/E_2 = 1$, $\nu = 0,25$ (кривые 3) или отсутствует (кривые 4). При этом для кривых 1–3 $k = E_2^{(2)}/E_2^{(1)}$, $k = E_1^{(2)}/E_2^{(1)}$, $k = E^{(2)}/E_2^{(1)}$ соответственно. Абсолютные значения коэффициентов $K_2(a)$ в случае разреза при $d/R = 0,02 \div 2,0$ не превышают 0,15; соответствующие зависимости на рис. 5 не изображены. На рис. 6 не изображены зависимости коэффициента $K_1(a)$ (абсолютные значения этих коэффициентов не превышают 0,04).

Представляет интерес сравнение полученных зависимостей с зависимостями коэффициентов интенсивности в вершине a прямолинейного отрезка длины R от отношения d/R в задаче с двумя прямолинейными разрезами или включениями, перпендикулярными линии соединения полуплоскостей (см. рис. 2). Для всех рассматриваемых составных пластин в случае разрезов зависимости коэффициента $K_1(a)$ для полуокружности и отрезка практически совпадают. Для полуплоскости при $d < 0,5R$ наблюдается их существенное различие

k	d/a	$K_1(A)/(\sigma\sqrt{\pi a})$		$K_1(B)/(\sigma\sqrt{\pi a})$	
		Настоящая работа	Данные [8]	Настоящая работа	Данные [8]
0,5	1,04	1,0557	1,056	1,2497	1,250
	1,2	1,0396	1,040	1,1116	1,112
	2,0	1,0147	1,015	1,0250	1,025
	4,0	1,0040	1,004	1,0051	1,005
2,0	1,04	0,9547	0,955	0,8058	0,806
	1,2	0,9656	0,966	0,9031	0,903
	2,0	0,9863	0,986	0,9767	0,977
	4,0	0,9962	0,996	0,9951	0,995

(на рис. 5 зависимость коэффициента $K_1(a)$ в вершине отрезка от отношения d/R показана штриховой кривой, которая при больших значениях d/R сливается с кривой 4). В случае жестких включений абсолютные значения коэффициентов $K_2(a)$ в вершине отрезка не превышают 0,04 при значениях $d/R = 0,02 \div 2,0$.

В таблице приведены результаты вычислений коэффициентов интенсивности напряжений в задаче о внутренней трещине AB длиной $2a$, перпендикулярной линии соединения двух изотропных полуплоскостей с различными упругими свойствами, при растяжении их вдоль границы усилиями σ_1 и $\sigma_2 = k\sigma_1$, $k = E^{(2)}/E^{(1)}$ ($\nu_1 = \nu_2 = 0,3$). Проведено сравнение результатов, полученных предлагаемым методом (с 20 интерполяционными точками) с данными работы [8, табл. 8.9] (B — вершина, ближайшая к линии соединения).

Значения коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах жесткого включения, приближающегося к краю изотропной полуплоскости перпендикулярно ему, вычисленные по данному методу, совпадают с приведенными в [9, табл. 6] с точностью до 10^{-3} . При этом следует учитывать различие в определении этих коэффициентов в данной работе и в [9].

Сравнение результатов проведенных расчетов с известными результатами свидетельствует о высокой эффективности и точности предлагаемого метода расчета напряженно-деформированного состояния составных пластин с разрезами и тонкими абсолютно жесткими включениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Максименко В. Н. Задача об анизотропной пластине, ослабленной криволинейными трещинами и усиленной ребрами жесткости // ПМТФ. 1982. № 2. С. 163–169.
2. Максименко В. Н., Цендровский А. В. Определение коэффициентов интенсивности напряжений для трещин сложной формы в анизотропных пластинах // ПМТФ. 1986. № 6. С. 124–128.
3. Максименко В. Н., Цендровский А. В. Предельно-равновесное состояние анизотропной пластины с вырезами и трещинами произвольной формы // Учен. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 2. С. 53–60.
4. Максименко В. Н., Недогибченко Г. В. Исследование напряженно-деформированного состояния анизотропной полуплоскости, содержащей криволинейные трещины и тонкие жесткие включения, методом интегральных уравнений // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. “Научные основы высоких технологий”, Новосибирск, 29 сент. — 3 окт. 1997 г. Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т, 1997. Т. 6. С. 60, 61.

5. Максименко В. Н., Недогибченко Г. В. Напряженно-деформированное состояние анизотропной пластины, содержащей криволинейные трещины и тонкие жесткие включения // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 3. С. 213–219.
6. Линьков А. М. Задачи теории упругости о связанных полуплоскостях // Прикл. математика и механика. 1999. Т. 63, вып. 6. С. 991–1000.
7. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
8. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990.
9. Бережницкий Л. Т., Панасюк В. В., Стацук Н. Г. Взаимодействие жестких линейных включений и трещин в деформируемом теле. Киев: Наук. думка, 1983.

Поступила в редакцию 24/І 2001 г.
