УДК 534.222.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ЭНЕРГОПОДВОДА НА АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН СФЕРИЧЕСКОГО ЗАТУПЛЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

В. А. Левин, В. Г. Громов*, Н. Е. Афонина*

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, 690041 Владивосток * Институт механики Московского государственного университета, 117192 Москва

Численно исследовано влияние локального источника энергии в сверхзвуковом потоке на аэродинамическое сопротивление и теплообмен сферического затупления. Расчеты выполнены на основе уравнений Навье — Стокса для термически равновесной модели воздуха. Получены данные о влиянии интенсивности и размера источника энергии на волновое сопротивление, трение и теплообмен. Особое внимание уделяется изучению эффекта снижения аэродинамического сопротивления с помощью сфокусированного теплового источника. Исследованы газодинамические основы этого эффекта. Получены оценки границ снижения сопротивления и найдены оптимальные условия теплоподвода.

Введение. В последние годы возрос интерес к изучению различных методов управляемого изменения структуры течения и аэродинамических характеристик летательных аппаратов с помощью дистанционного воздействия на газовый поток сфокусированного электромагнитного поля (газового разряда). Данная проблема впервые была поставлена в России, затем подобные исследования проводились и в других странах. В настоящее время возможность реализации этой идеи подтверждена лабораторными экспериментами [1-4]. Проведено численное исследование процесса взаимодействия газа с электромагнитным полем и газодинамических параметров этого процесса [5, 6]. Большая часть газодинамических результатов получена на основе модели теплового источника, когда поглощение электромагнитной энергии моделируется выделением тепла с интенсивностью, распределенной по заданному закону в конечной области течения. В [7] в линейной постановке показано, что подвод энергии на участке перед тонким осесимметричным телом весьма эффективен для снижения волнового сопротивления. Возможность радикального изменения поля течения и уменьшения волнового сопротивления путем подвода небольшого количества энергии в локальной области вверх по потоку от затупленного тела продемонстрирована в [8]. Влияние локального энергоподвода на волновое сопротивление осесимметричных острых и тупых тел различной формы изучено в [9–12]. Отмечено появление отрывных зон и существенное снижение (до 50%) волнового сопротивления. Установлено, что сэкономленная энергия многократно превышает затраченную.

В [13–15] рассмотрены невязкие пространственные течения с энергоподводом перед телами простой формы. Полученные результаты подтвердили возможность изменения подъемной силы и опрокидывающего момента с помощью подвода энергии в набегающий поток.

Результаты расчетов сверхзвукового обтекания сферического затупления вязким теплопорводным газом при наличии теплоподвода приведены в [15, 16]. Анализ полученных

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00002).

данных показал, что существенное снижение сопротивления может быть достигнуто при весьма малых значениях интенсивности теплоподвода, при этом тепловая нагрузка увеличивается незначительно.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования сверхзвукового осесимметричного течения воздуха около лобовой части сферы при наличии теплового источника в набегающем потоке. Вычисления проведены на основе уравнений Навье — Стокса для термически равновесной модели воздуха с использованием метода конечного объема для численного интегрирования уравнений. Изучено влияние локального энергоподвода на структуру течения, аэродинамические силы и теплообмен в зависимости от интенсивности теплоподвода, размера теплового источника, чисел Маха и Рейнольдса.

Газофазная модель. Воздух рассматривается как идеальная смесь $O_2 - N_2$ с постоянными значениями молярных концентраций X_m , равными соответственно 0,21 и 0,79. Вращательные и колебательные степени свободы этих молекул описываются моделью "жесткий ротатор — гармонический осциллятор" с характеристическими колебательными температурами $T_{\nu,O_2} = 2228$ К и $T_{\nu,N_2} = 3336$ К. В данной газофазной модели состояние газа во временно-пространственной точке (t, r) может быть описано набором независимых переменных $\mathbf{Z} = (p, \mathbf{u}, T)$, где p — давление; \mathbf{u} — вектор скорости; T — температура. Уравнение состояния записывается в виде

$$p = \rho R_a T / M,$$

где ρ — плотность; R_a — универсальная газовая постоянная; \overline{M} — средняя молекулярная масса смеси. Внутренняя энергия e, отнесенная к единице массы, и теплоемкость при постоянном давлении c_p определяются выражениями

$$e = \frac{5}{2} \frac{R_a}{\bar{M}} T + \frac{R_a}{\bar{M}} \sum_m \frac{T_{\nu,m} X_m}{\exp(T_{\nu,m}/T) - 1},$$
$$c_p = \frac{7}{2} \frac{R_a}{\bar{M}} + \frac{R_a}{\bar{M}} \sum_m \frac{(T_{\nu,m}/T)^2 \exp(T_{\nu,m}/T) X_m}{(\exp(T_{\nu,m}/T) - 1)^2}.$$

Вязкость смеси вычисляется как степенная функция температуры $\mu = a_{\mu}T^{0,683}$. Теплопроводность смеси λ определяется из условия, что число Прандтля $\Pr = 0,7$.

Основные уравнения. Рассматриваемое осесимметричное течение газа рассчитывается на основе уравнений Навье — Стокса для описанной выше газофазной модели. Основные уравнения в цилиндрических координатах (x, y, φ) записываются в интегральном виде

$$\frac{d}{dt} \int_{S} \boldsymbol{U} y \, dS + \int_{\delta S} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{F} y \, dl = \int_{S} \boldsymbol{\Omega} y \, dS,$$

где S — фиксированная контрольная область в меридиональной плоскости (x, y); δS — граница этой области; $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$ — внешняя единичная нормаль к δS ; \mathbf{U} — вектор консервативных переменных, отнесенных к единице объема; $\mathbf{F} = \mathbf{F}^{inv} + \mathbf{F}^{vis}$ — сумма невязких и вязких потоков вектора \mathbf{U} через границу области; $\mathbf{\Omega}$ — вектор источниковых членов уравнений. Для предложенной газофазной модели эти векторы задаются в виде

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} eta & e$$

$$\boldsymbol{U} = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho e_0\}^{\mathrm{T}}, \qquad \boldsymbol{\Omega} = \{0, 0, (p + \tau_{\varphi, \varphi})/y, \omega_h\}^{\mathrm{T}}.$$

Здесь u, v — компоненты вектора скорости $u; e_0 = e + 0,5(u \cdot u)$ — полная энергия единицы массы; $h_0 = e_0 + p/\rho$ — полная энтальпия; $\tau_x = (\tau_{xx}, \tau_{xy}), \tau_y = (\tau_{yx}, \tau_{yy})$ — вязкие потоки количества движения в осевом и радиальном направлениях соответственно; $\tau_{\varphi,\varphi}$ азимутальная составляющая вектора вязкого потока количества движения в осевом направлении; q — поток тепла. Компоненты векторов вязких потоков количества движения соответствуют взятым с обратным знаком ненулевым компонентам тензора вязких напряжений, определяемого выражением

$$\hat{\tau} = \mu \Big[\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{r}} + \Big(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{r}} \Big)^{\mathrm{T}} - \frac{2}{3} \Big(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} \cdot \boldsymbol{u} \Big) \hat{I} \Big],$$

где \hat{I} — единичный тензор. Тепловой поток \boldsymbol{q} задается в виде

$$\boldsymbol{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{r}}.$$

Предполагается, что интенсивность нагрева газа ω_h распределена в пространстве по закону Гаусса с центром, размещенным на оси течения:

$$\omega_h = a_h \rho \exp{[-(y^2 + (x - x_h)^2)/r_h^2]},$$

где a_h, x_h, r_h — заданные параметры источника.

Численный метод. Численное интегрирование уравнений проводится методом конечного объема с использованием криволинейной структурированной сетки. При таком подходе система конечно-разностных уравнений состоит из численных аналогов законов сохранения массы, импульса и энергии для четырехугольных ячеек, покрывающих расчетную область, и разностной аппроксимации граничных условий. Данным методом определяется приближенное решение $oldsymbol{Z}_{i,j}$ в центре каждой ячейки $(x_{i,j},y_{i,j})$ и в центре каждой стороны ячейки $(x_{w,j}, y_{w,j})$, лежащей на поверхности обтекаемого тела. Ячейки образуются пересечением двух дискретных наборов кривых. Невязкие потоки F_G^{inv} через границы ячеек вычисляются по результату точного решения задачи о распаде разрыва $Z_G = \mathcal{R}(Z_G^L, Z_G^R)$ (\mathcal{R} — оператор решения задачи). Левые и правые граничные значения Z_G^L и Z_G^R внутри ячеек определяются с помощью лимитированной одномерной экстраполяции вектора Z от центра ячейки к границе. Численные значения вязких потоков F_G^{vis} через границы ячеек вычисляются с использованием центральных и односторонних разностных формул второго порядка точности. Разностные уравнения решаются по двухслойной неявной итеративной схеме, основанной на неявной аппроксимации нестационарных уравнений Навье — Стокса. При построении неявного итерационного оператора используется (±)-расщепление матриц Якоби численных потоков. Его приближенное обращение реализуется с помощью блочного варианта метода последовательной релаксации (метода Гаусса — Зейделя) с LU-разложением блочно-трехдиагональных матриц.

Результаты расчета течения около сферического затупления в тепловом следе. Вначале проведем анализ структуры поля течения около сферы радиуса R, помещенной в дальний тепловой след. В качестве определяющих параметров течения выбираются следующие безразмерные величины: число Маха набегающего потока M_{∞} ; число Рейнольдса $\text{Re}_{R,\infty}$, вычисленное по параметрам набегающего потока и радиусу сферы R; безразмерные колебательные температуры $T_{\nu,O_2}/T_{\infty}$, $T_{\nu, N_2}/T_{\infty}$; отношение r_h/R ; отношение расстояния между центром источника и точкой торможения на сфере к радиусу сферы d/R; температурный фактор T_w/T_{∞} , где T_w — температура поверхности; параметр интенсивности теплоподвода Q_H , определяемый выражением

$$Q_H = 2\pi \int \frac{\omega_h y}{\rho_\infty u_\infty h_\infty \pi r_h^2} \, dx \, dy$$



(интегрирование проводится по всей расчетной области). Параметр Q_H представляет собой отношение суммарной мощности энергоподвода к потоку энтальпии набегающего газа через характерное сечение теплового источника.

Вычисления проведены для некоторых комбинаций чисел Маха и Рейнольдса ($M_{\infty} = 1,5; 3; 6, Re_{R,\infty} = 10^3; 10^4; 10^5$) при $d/R = 7,5 \div 30$ и значениях безразмерной интенсивности теплового источника $Q_H = 0 \div 63$. Температурный фактор полагался постоянным и равным 1,2.

Согласно [15] можно выделить три режима обтекания сферы, помещенной в след теплового источника: квазиравномерный, переходный и аномальный. Типичные для этих режимов распределения вдоль поверхности сферы коэффициента давления C_p , коэффициента трения C_f и числа Стентона C_h , умноженных на $\operatorname{Re}_{R,\infty}^{0,5}$, представлены на рис. 1,a-6 соответственно в виде функций расстояния *s* от точки торможения. Указанные параметры вычислялись по формулам

$$C_p = p_w / (0.5\rho_\infty u_\infty^2), \quad C_f = \tau_w / (0.5\rho_\infty u_\infty^2), \quad C_h = q_w / (\rho_\infty u_\infty (h_{0,\infty} - h_{0,w})),$$

где p_w, τ_w, q_w — давление, трение и тепловой поток на стенке.

Приведенные данные получены при $M_{\infty} = 3$, $\text{Re}_{R,\infty} = 10^4$, $Q_H = 2$. Аномальному режиму на рис. 1 соответствуют кривые 1 для $r_h/R = 0.05$, $d/r_h = 30$, переходному — кривые 2 для $r_h/R = 0.35$, $d/r_h = 17$, квазиравномерному — кривые 3 для $r_h/R = 0.8$, $d/r_h = 7.5$. Для сравнения на рис. 1 приведены также значения указанных параметров без теплоподвода (кривые 4).

Квазиравномерный режим реализуется при $r_h/R \gtrsim 1$. В этом случае набегающий на сферу поток с параметрами, близкими к осевым значениям в тепловом следе, почти однородный. Поскольку число Маха в следе и осевая компонента потока импульса меньше, чем их значения в невозмущенном потоке, расстояние от головного скачка уплотнения до поверхности тела увеличивается, а давление на стенке и волновое сопротивление могут быть

меньше их значений без подвода тепла. Максимальное значение и суммарный тепловой поток к поверхности тела увеличиваются с ростом интенсивности теплового источника.

Переходный режим течения реализуется, когда поток перед телом существенно неоднородный, но течение в ударном слое остается безотрывным (величина C_f остается положительной (рис. 1, δ)). В этом случае вблизи центральной части поверхности сферы образуется застойная зона с почти постоянным давлением и относительно высокой температурой газа. Она имеет форму затупленного конуса, гладко сопряженного с поверхностью сферы. В этой зоне распределение давления вдоль поверхности имеет характерное плато с пониженным значением давления, соответствующим параметрам набегающего потока вблизи оси (рис. 1,a). Максимум теплового потока расположен вблизи границы этого плато, а его значение определяется уровнем плотности потока энергии вдоль оси.

Дальнейшее уменьшение отношения r_h/R приводит к появлению в ударном слое области рециркуляционного течения с одним или несколькими вихрями различной интенсивности, что видно по распределению коэффициента трения (рис. 1, δ). В работе [15] этот режим назван аномальным. Отрывная зона возникает начиная с некоторого минимального значения Q_H и с увеличением подвода тепла расширяется в продольном и радиальном направлениях.

Развитая отрывная зона также имеет форму затупленного конуса, но сопрягается с поверхностью сферы под некоторым углом. Волны сжатия, появляющиеся вблизи места сопряжения, сходятся в висячий скачок уплотнения. Скачок, взаимодействуя с головной ударной волной, отклоняет ее навстречу потоку с образованием центрированной волны разрежения и тангенциального разрыва. При достаточно больших углах отклонения за головной ударной волной возникает локальная дозвуковая зона.

Отличительное свойство распределения поверхностного давления при аномальном режиме — появление периферийного максимума, инициирующего основное рециркуляционное течение (рис. 1, a). Локальный пик давления на стенке расположен вблизи границы зоны рециркуляции. Внутри этой зоны давление понижено и близко к значению давления при переходном режиме и том же параметре теплоподвода. Периферийный максимум давления частично или полностью (при малых значениях Q_H) компенсирует падение давления в центральной части поверхности тела. Поэтому заметное влияние подвода тепла на снижение сопротивления начинается с относительно больших значений Q_H , когда отрывная зона достаточно развита. В области отрывного течения находится сравнительно холодный газ, так что интенсивность теплообмена в центральной части поверхности сферы при аномальном режиме может быть существенно ниже ее значения без подвода тепла. В месте присоединения потока интенсивность теплообмена увеличивается, и при достаточно больших значениях Q_H тепловой поток здесь может быть больше его максимального значения без подвода энергии (рис. 1, e).

Значения r_h/R , при которых происходит смена режимов обтекания, зависят от параметров подобия, влияющих на структуру теплового следа. Они уменьшаются при увеличении Q_H и уменьшении $\text{Re}_{R,\infty}$.

Аэродинамическое сопротивление и теплообмен. На рис. 2–4 представлены рассчитанные значения коэффициента лобового сопротивления C_x и максимального по поверхности сферы числа Стентона $C_{h,\max}$, определяемые формулами

$$C_x = C_{px} + C_{fx}, \quad C_{h,\max} = \max_{s} C_h(s),$$

$$C_{px} = -2\pi \int_{0}^{\pi R/2} \frac{p_w n_x y}{0.5\rho_\infty u_\infty^2 \pi R^2} \, dl, \quad C_{fx} = -2\pi \int_{0}^{\pi R/2} \frac{(\boldsymbol{\tau}_{xw} \cdot \boldsymbol{n}) y}{0.5\rho_\infty u_\infty^2 \pi R^2} \, dl.$$



Рис. 2

Указанные величины отнесены к их значениям без теплоподвода и представлены в зависимости от безразмерной интенсивности теплового источника Q_S . Параметр Q_S пропорционален отношению суммарной мощности теплоподвода к потоку кинетической энергии набегающего потока через миделево сечение обтекаемого тела:

$$Q_S = 2\pi \int \frac{\omega_h y}{0.5C_x(0)\rho_\infty u_\infty^3 \pi R^2} \, dx \, dy,$$

где $C_x(0)$ — коэффициент сопротивления без энергоподвода. Параметры теплоподвода Q_S и Q_H связаны соотношением (при $T_\infty \ll T_{\nu,m}$)

$$Q_S = \frac{2}{C_x(0)(\gamma_{\infty} - 1)M_{\infty}^2} \frac{r_h^2}{R^2} Q_H,$$

где γ — показатель адиабаты. Такое представление результатов позволяет оценить эффективность E вклада тепла в снижение сопротивления, которая определяется как отношение сохраненной энергии к энергии, вложенной в нагрев газа:

$$E = \frac{(C_x(0) - C_x(Q_S))0.5\rho_{\infty}u_{\infty}^3\pi R^2}{0.5Q_S C_x(0)\rho_{\infty}u_{\infty}^3\pi R^2} = \frac{1 - \bar{C}_x(Q_S)}{Q_S},$$

где $\bar{C}_x(Q_S) = C_x(Q_S)/C_x(0)$. Распределения этого параметра представлены на рис. 2,*a*-4,*a* штриховыми линиями.

На рис. 2 показано влияние размера источника тепла на снижение лобового сопротивления и теплообмен при $M_{\infty} = 3$, $\operatorname{Re}_{R,\infty} = 10^4$ и $Q_S = 0 \div 1$. Данные для $r_h/R = 0.05$ (кривые 1) получены при $d/r_h = 30$, для $r_h/R = 0.1$; 0,2; 0,4 (кривые 2–4) — при $d/r_h = 15$. Из рис. 2,*a* следует, что с уменьшением r_h/R эффективность теплоподвода, используемого для получения заданного снижения сопротивления, возрастает. Минимальное рассчитанное сопротивление для каждого размера источника соответствует максимальному значению теплового параметра $\bar{Q}_H = 63$ для всех r_h/R . Минимальное значение $C_x(Q_S)/C_x(0)$ уменьшается с ростом r_h/R , при этом эффективность теплоподвода значительно уменьшается. Проведенный анализ показал, что максимальное снижение сопротивления можно получить при использовании источника тепла размером порядка радиуса сферы R и достаточно большом параметре интенсивности Q_H . Предельные значения $C_x(Q_S)/C_x(0)$ уменьшаются от 0,68 при $M_{\infty} = 1,5$ до 0,32 при $M_{\infty} = 6$. Результаты вычислений показывают, что реализация таких режимов требует вклада энергии, во много раз превышающей энергию, затрачиваемую на преодоление сопротивления (без энергоподвода). Кроме того, при этих условиях в десятки раз возрастает интенсивность теплообмена с поверхностью.



На рис. 2, *а* видно, что при относительно малом размере теплового источника имеется тенденция к дальнейшему снижению аэродинамического сопротивления с ростом параметра теплоподвода при $Q_H > \bar{Q}_H$. Вероятно, это связано с ростом радиуса следа при увеличении Q_H .

На рис. 2,6 показано влияние размера источника на зависимость $C_{h,\max}(Q_S)$. Из приведенных данных следует, что максимальный тепловой поток к поверхности увеличивается с ростом Q_S , но характер этой зависимости отличается от зависимости $C_x(Q_S)$. В результате значительное снижение сопротивления может быть получено при относительно небольшом (в 2–3 раза) увеличении интенсивности нагрева поверхности.

На рис. 3 показано влияние числа Маха на снижение лобового сопротивления и теплообмен (кривые 1–3 соответствуют $M_{\infty} = 1,5; 3; 6$). Данные получены при $r_h/R = 0,1$, $\operatorname{Re}_{R,\infty} = 10^4, d/r_h = 15$. Видно, что эффективность использования теплоподвода для снижения лобового сопротивления значительно возрастает с увеличением M_{∞} (рис. 3, *a*). Например, эффективность использования теплоподвода для снижения сопротивления на 20 % возрастает более чем в 10 раз при увеличении числа Маха от 1,5 до 6. В то же время, как видно на рис. 3, *б*, относительный рост параметра $C_{h,\max}(Q_S)/C_{h,\max}(0)$, вызванный подводом энергии, с увеличением числа Маха существенно замедляется, за исключением области малых значений интенсивности теплоподвода ($Q_S < 0,02$).

На рис. 4 приведены зависимости $C_x(Q_S)$ и $C_{h,\max}(Q_S)$, рассчитанные при значениях $\operatorname{Re}_{R,\infty} = 10^3$; 10^4 ; 10^5 (кривые 1–3 соответственно) и $\operatorname{M}_{\infty} = 3$, $r_h/R = 0,1$, $d/r_h = 15$. Как



Рис. 4

видно на рис. 4,*a*, влияние вязкости газа на снижение сопротивления с помощью подвода энергии в набегающий поток становится заметным при $\operatorname{Re}_{R,\infty} \leq 10^4$. С уменьшением числа Рейнольдса эффективность использования теплоподвода для снижения сопротивления в целом уменьшается. Значительное влияние оказывает величина числа Рейнольдса на нагрев поверхности (рис. 4,*б*). Чем больше значение $\operatorname{Re}_{R,\infty}$, тем быстрее растут максимальные тепловые потоки к поверхности сферы при увеличении теплоподвода в набегающий поток.

Заключение. Проведены параметрические расчеты сверхзвукового обтекания сферического затупления при наличии в потоке источника энерговыделения. Расчеты выполнены на основе уравнений Навье — Стокса для модели термически равновесного воздуха в широком диапазоне параметров набегающего потока, интенсивности и размера теплового источника. Изучено влияние теплоподвода на поле течения, аэродинамическое сопротивление и нагрев поверхности тела.

Показано, что теплоподвод в набегающий поток приводит к существенному снижению аэродинамического сопротивления. Максимальное снижение сопротивления можно получить при использовании источника тепла достаточно большой интенсивности с характерным размером порядка радиуса сферы. Предельные значения снижения сопротивления уменьшаются от 0,68 при $M_{\infty} = 1,5$ до 0,32 при $M_{\infty} = 6$. Однако мощность теплового источника, необходимая для достижения этих предельных значений, намного превышает мощность двигателя, требуемую для преодоления аэродинамического сопротивления при движении в воздухе без теплоподвода.

Эффективность использования теплоподвода для снижения сопротивления возрастает с уменьшением относительного размера источника тепла и ростом чисел Маха и Рейнольдса. Так, при $M_{\infty} = 3$, $\text{Re}_{R,\infty} = 10^3$, $r_h/R = 0,1$ сопротивление полусферы можно снизить на 20% при эффективности теплоподвода, превышающей 2000% (E > 20).

Подвод тепла приводит к увеличению интенсивности теплообмена, но различный характер зависимостей сопротивления и нагрева от интенсивности теплоподвода позволяет получить значительное снижение сопротивления при сравнительно небольшом увеличении тепловых нагрузок на поверхность обтекаемого тела.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Мишин Г. И., Климов А. И., Гридин А. Ю. Продольный электрический разряд в сверхзвуковом потоке газа // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18, вып. 15. С. 86–92.
- Гридин А. Ю., Ефимов В. Г., Забродин А. В., Климов А. И. Расчетно-экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания затупленного тела с иглой при наличии электрического разряда в его головной части. М., 1995. (Препр. / РАН. Ин-т прикл. математики; № 19).
- 3. **Третьяков П. К., Гаранин А. Ф., Грачев Г. Н. и др.** Управление сверхзвуковым обтеканием тел с использованием мощного оптического пульсирующего разряда // Докл. РАН. 1996. Т. 351, № 3. С. 339, 340.
- 4. Гордеев В. П., Красильников А. В., Лагутин В. И. и др. Экспериментальное изучение возможности снижения сверхзвукового сопротивления с помощью плазмы // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 2. С. 177–182.
- Chernyi G. G. The impact of electromagnetic energy addition to air near the flying body on its aerodynamic characteristics (russian contribution) // Proc. of the 2nd Weakly ionized gases workshop, Norfolk (USA), 27–30 Apr., 1998. Norfolk: Amer. Inst. Aeronaut. and Astronaut., 1998. P. 1–31.

- Chernyi G. G. Some recent results in aerodynamic applications of flow with localized energy addition. N. Y., 1999. (Paper / AIAA; N 99-4819).
- 7. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. Сверхзвуковое обтекание тела при подводе тепла перед ним // Тр. Мат. ин-та АН СССР. 1989. Т. 186. С. 197–201.
- 8. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. Сверхзвуковое обтекание тел при наличии внешних источников тепловыделения // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 8. С. 684–687.
- Бергельсон В. И., Медведюк С. А., Немчинов И. В. и др. Аэродинамические характеристики тела с различным размещением теплового клина // Мат. моделирование. 1996. № 6. С. 3–9.
- 10. Баженова Т. В., Лахов И. Р., Панкова М. Б., Харитонов С. М. Численное моделирование влияния тепловых неоднородностей в сверхзвуковом потоке на коэффициент сопротивления сферического тела // Численное моделирование течений в нестационарной газовой динамике и МГД. М.: Ин-т высоких температур АН СССР, 1989. С. 53–64.
- 11. Борзов В. Ю., Рыбка И. В., Юрьев А. С. Влияние локального энергоподвода в гиперзвуковой поток на лобовое сопротивление тел с различным затуплением // Инж.-физ. журн. 1994. Т. 66, № 5. С. 355–361.
- Georgievsky P. Yu., Levin V. A. Modification of regime of the flow over a sphere by means of local energy supply upstream // Proc. of the Intern. conf. on methods of aerophys. res., Novosibirsk, 2–6 Sept., 1996. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mech., 1996. Pt 3. P. 67–73.
- 13. **Левин В. А., Терентьева Л. В.** Сверхзвуковое обтекание конуса при теплоподводе в окрестности его вершины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1993. № 2. С. 110–114.
- 14. Коротаева Т. А., Фомин В. М., Шашкин А. П. Численное исследование влияния локального энергоподвода на трехмерное течение около острых тел. Новосибирск, 1996. (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 1-96).
- 15. **Левин В. А., Афонина Н. Е., Громов В. Г. и др.** Влияние источника энерговыделения на сверхзвуковое обтекание тел. М., 1998. (Препр. / Ин-т механики Моск. ун-та; № 36–98).
- Levin B. A., Gromov V. G., Afonina N. E. Navier Stokes analysis of supersonic flow with local energy deposition. N. Y., 1999. (Paper / AIAA; N 99-4967).

Поступила в редакцию 10/III 2000 г.