

УДК 532.59

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИХРЕИСТОЧНИКА, СОВЕРШАЮЩЕГО ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ В МНОГОСЛОЙНОЙ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

С. И. Горлов

Омский филиал Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 644099 Омск

В рамках линейной теории рассмотрена задача о поступательном движении вихреисточника в трехслойной жидкости, ограниченной снизу дном. Жидкость в каждом слое идеальная, несжимаемая, тяжелая и однородная. На основе разработанного ранее метода получены формулы для возмущенных комплексных скоростей жидкости в каждом слое, волнового сопротивления и подъемной силы вихреисточника. Рассмотрены случаи движения вихря вблизи границы раздела двух полубесконечных жидких сред, в двухслойной жидкости, ограниченной сверху свободной поверхностью или твердой крышкой при наличии дна, а также ограниченной снизу дном и сверху свободной поверхностью или твердой крышкой. Во всех случаях приведены зависимости гидродинамических характеристик вихреисточника от числа Фруда. Обнаружено, что для ряда задач эти характеристики терпят разрыв при переходе через критические числа Фруда. Характер этих разрывов исследован аналитически.

Наиболее полный обзор исследований в задачах генерации поверхностных и внутренних волн движущимся в жидкости телом представлен в [1–3]. Задача о движении вихреисточника является основной в этой области, так как допускает аналитическое решение. Случай движения вихреисточника под свободной поверхностью исследован в [4, 5], вблизи границы раздела двух жидкостей — в [6], под свободной поверхностью жидкости конечной глубины — в [7, 8], в двухслойной жидкости под свободной поверхностью — в [9, 10].

В последние годы появилось большое количество работ, связанных с решением более общей задачи о движении контура в многослойной жидкости [11–19]. Установлено, что в ряде случаев гидродинамические характеристики терпят разрыв при переходе через критические числа Фруда, при которых качественно меняется характер волнообразования.

В [20] разработан метод решения линейных задач о движении вихреисточника в жидкости, имеющей произвольное конечное число слоев. Для задачи о движении вихреисточника в двухслойной и трехслойной жидкости исследованы зависимости гидродинамических характеристик от параметров задачи [21, 22]. Представляет интерес на основе метода, предложенного в [20], рассмотреть более общую задачу о движении вихреисточника в трехслойной жидкости, ограниченной снизу дном, и аналитически установить характер разрывов в окрестности критических чисел Фруда. Этим исследованиям посвящена настоящая работа.

1. Рассмотрим линейную задачу о поступательном движении вихреисточника интенсивности $C = \Gamma + iQ$ в трехслойной жидкости, ограниченной снизу дном. Жидкость состоит из слоев D_1 , D_2 и D_3 (D_1 — нижний слой). Ось Ox системы координат расположена вдоль невозмущенной границы раздела слоев D_2 и D_3 . Вихреисточник расположен в точке $z_0 = x_0 - iy_0$ слоя D_r ($r = 1, 2$).

Введем следующие обозначения: g — ускорение свободного падения, V_∞ — скорость жидкости на бесконечности слева, ρ_k — плотность жидкости в слое D_k ($k = 1, 2, 3$), H_1 и H_2 — толщины слоев $D_1 \cup D_2$ и D_2 соответственно.

Возмущенное движение жидкости в слое D_k описывается комплексной скоростью $\bar{V}_k(z)$ ($k = 1, 2, 3$). Функции $\bar{V}_k(z)$ являются аналитическими в слое D_k и удовлетворяют граничным условиям [20]:

1) непрерывности давления при переходе через границы раздела сред D_k и D_{k+1} ($k = 1, 2$):

$$\operatorname{Re} \left\{ m_{kk+1}^k \frac{d\bar{V}_k(z)}{dz} - m_{kk+1}^{k+1} \frac{d\bar{V}_{k+1}(z)}{dz} + i\nu_k \bar{V}_k(z) \right\} = 0, \quad z = x + iH_2(k-2), \quad (1.1)$$

$$m_{kk+1}^k = \frac{\rho_k}{\rho_k + \rho_{k+1}}, \quad m_{kk+1}^{k+1} = \frac{\rho_{k+1}}{\rho_k + \rho_{k+1}}, \quad m_{kk+1} = \frac{\rho_k - \rho_{k+1}}{\rho_k + \rho_{k+1}}, \quad \nu = \frac{g}{V_\infty^2}, \quad \nu_k = \nu m_{kk+1};$$

2) непрерывности нормальной компоненты скорости при переходе через границы раздела сред D_k и D_{k+1} ($k = 1, 2$):

$$\operatorname{Im} \{ \bar{V}_k(z) - \bar{V}_{k+1}(z) \} = 0, \quad z = x + iH_2(k-2); \quad (1.2)$$

3) равенства нулю нормальной составляющей скорости на дне жидкости:

$$\operatorname{Im} \{ \bar{V}_1(z) \} = 0, \quad z = x - iH_1; \quad (1.3)$$

4) затухания возмущения скоростей на бесконечности слева:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{V}_k(z) = 0 \quad (k = 1, 2, 3). \quad (1.4)$$

Применяя общий метод решения линейных задач о движении вихреисточника в многослойной жидкости [20], получим решение краевой задачи (1.1)–(1.4)

$$\begin{aligned} \bar{V}_1(z) = & \frac{C}{2\pi i} \frac{2-r}{z-z_0} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_1^r(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - i \sum_{j=1}^P \operatorname{Res}(G_1^r(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}) + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_2^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \sum_{j=1}^P \operatorname{Res}(G_2^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}); \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2(z) = & \frac{C}{2\pi i} \frac{r-1}{z-z_0} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_3^r(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)} d\lambda - i \sum_{j=1}^P \operatorname{Res}(G_3^r(\lambda) e^{-i\lambda(z-\bar{z}_0)}) + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_4^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \sum_{j=1}^P \operatorname{Res}(G_4^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}); \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\bar{V}_3(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_5^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)} d\lambda + i \sum_{j=1}^P \operatorname{Res}(G_5^r(\lambda) e^{i\lambda(z-z_0)}), \quad (1.7)$$

где

$$G_1^1(\lambda) = e^{2\lambda H_2} (\bar{C} - C e^{2\lambda(y_0 - H_1)}) ((\lambda m_{23} + \nu_2)(\lambda + \nu_1) + (\lambda - \nu_2)(\lambda m_{12} + \nu_1) e^{2\lambda H_2}) / 2T(\lambda),$$

$$\begin{aligned} G_2^1(\lambda) = & e^{-2\lambda H_1} (\bar{C} ((\lambda m_{23} + \nu_2)(\lambda m_{12} - \nu_1) + (\lambda - \nu_2)(\lambda - \nu_1) e^{2\lambda H_2}) e^{2\lambda y_0} + \\ & + C ((\lambda m_{23} + \nu_2)(\lambda + \nu_1) + (\lambda - \nu_2)(\lambda m_{12} + \nu_1) e^{2\lambda H_2}) e^{2\lambda H_2}) / 2T(\lambda), \end{aligned}$$

$$G_3^1(\lambda) = \lambda m_{12}^1 (\lambda m_{23} + \nu_2) e^{2\lambda H_2} (\bar{C} - C e^{2\lambda(y_0 - H_1)}) / T(\lambda),$$

$$\begin{aligned}
G_4^1(\lambda) &= \lambda m_{12}^1 (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda H_2} (\bar{C} e^{2\lambda(y_0 - H_1)} - C) / T(\lambda), \\
G_5^1(\lambda) &= 2m_{12}^1 m_{23}^2 \lambda^2 e^{2\lambda H_2} (\bar{C} e^{2\lambda(y_0 - H_1)} - C) / T(\lambda), \\
G_1^2(\lambda) &= m_{12}^2 \lambda e^{2\lambda H_2} (\bar{C} (\lambda m_{23} + \nu_2) + C (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda y_0}) / T(\lambda), \\
G_2^2(\lambda) &= m_{12}^2 \lambda e^{2\lambda(H_2 - H_1)} (\bar{C} (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda y_0} + C (\lambda m_{23} + \nu_2)) / T(\lambda), \\
G_3^2(\lambda) &= (\lambda m_{23} + \nu_2) (\bar{C} e^{2\lambda H_2} (\lambda - \nu_1 + (\lambda m_{12} + \nu_1) e^{2\lambda(H_2 - H_1)}) - \\
&\quad - C e^{2\lambda y_0} (\lambda m_{12} - \nu_1 + (\lambda + \nu_1) e^{2\lambda(H_2 - H_1)})) / 2T(\lambda), \\
G_4^2(\lambda) &= (\bar{C} (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda y_0} + C (\lambda m_{23} + \nu_2)) (\lambda m_{12} - \nu_1 + (\lambda + \nu_1) e^{2\lambda(H_2 - H_1)}) / 2T(\lambda), \\
G_5^2(\lambda) &= m_{23}^2 \lambda (\bar{C} (\lambda m_{12} - \nu_1 + (\lambda + \nu_1) e^{2\lambda(H_2 - H_1)}) e^{2\lambda y_0} - \\
&\quad - C (\lambda - \nu_1 + (\lambda m_{12} + \nu_1) e^{2\lambda(H_2 - H_1)}) e^{2\lambda H_2}) / T(\lambda), \\
T(\lambda) &= (\lambda m_{12} - \nu_1) (\lambda m_{23} + \nu_2) + (\lambda - \nu_1) (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda H_2} + \\
&\quad + ((\lambda + \nu_1) (\lambda m_{23} + \nu_2) + (\lambda m_{12} + \nu_1) (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda H_2}) e^{2\lambda(H_2 - H_1)}.
\end{aligned}$$

Здесь λ_j ($j = 1, \dots, P$) — положительные корни уравнения $T(\lambda) = 0$. Анализ этого уравнения показывает, что оно имеет два корня при $\text{Fr} < \text{Fr}_{1*}$, один корень при $\text{Fr}_{1*} < \text{Fr} < \text{Fr}_{2*}$ и не имеет корней при $\text{Fr} > \text{Fr}_{2*}$ ($\text{Fr} = V_\infty^2 / (gH_2)$ — число Фруда). Критические числа Фруда Fr_{1*} и Fr_{2*} определяются как $\text{Fr}_{1,2*} = 1 / (\nu_{1,2*} H_2)$, где ν_{1*} и ν_{2*} — корни уравнения

$$m_{12} m_{23} H_2 (H_1 - H_2) \nu^2 + (m_{12} m_{23}^3 H_2 - (m_{12} m_{23}^2 + m_{12}^2 m_{23}) H_1) \nu + m_{12}^1 m_{23}^2 = 0. \quad (1.8)$$

Используя общий метод [20], получим выражения для гидродинамических характеристик вихреисточника, расположенного в слое D_r ($r = 1, 2$):

$$R_x^r = -\rho_r Q V_\infty + \Delta R_x^r, \quad R_y^r = -\rho_r \Gamma V_\infty + \Delta R_y^r;$$

$$\begin{aligned}
\Delta R_x^1 &= \sum_{j=1}^P \frac{\rho_1}{T'(\lambda_j)} \left[\frac{1}{2} e^{2\lambda_j(H_2 - y_0)} (\Gamma^2 + Q^2) ((\lambda_j + \nu_1) (\lambda_j m_{23} + \nu_2) + (\lambda_j m_{12} + \nu_1) (\lambda_j - \nu_2) e^{2\lambda_j H_2}) - \right. \\
&\quad \left. - e^{2\lambda_j(H_2 - H_1)} (\Gamma^2 - Q^2) ((\lambda_j + \nu_1) (\lambda_j m_{23} + \nu_2) + (\lambda_j m_{12} + \nu_1) (\lambda_j - \nu_2) e^{2\lambda_j H_2}) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} e^{2\lambda_j(y_0 - H_1)} (\Gamma^2 + Q^2) ((\lambda_j m_{12} - \nu_1) (\lambda_j m_{23} + \nu_2) + (\lambda_j - \nu_1) (\lambda_j - \nu_2) e^{2\lambda_j H_2}) \right]; \quad (1.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta R_y^1 &= -\frac{\rho_1}{2\pi} (\Gamma^2 + Q^2) \int_0^\infty [((\lambda + \nu_1) (\lambda m_{23} + \nu_2) + (\lambda m_{12} + \nu_1) (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda H_2}) e^{2\lambda(H_2 - y_0)} + \\
&\quad + ((\lambda m_{12} - \nu_1) (\lambda m_{23} + \nu_2) + (\lambda - \nu_1) (\lambda - \nu_2) e^{2\lambda H_2}) e^{2\lambda(y_0 - H_1)}] \frac{d\lambda}{T(\lambda)}; \quad (1.10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta R_x^2 &= \sum_{j=1}^P \frac{\rho_2}{T'(\lambda_j)} \left[-(\lambda_j m_{23} + \nu_2) (\Gamma^2 - Q^2) (\lambda_j m_{12} - \nu_1 + (\lambda_j + \nu_1) e^{2\lambda_j(H_2 - H_1)}) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (\lambda_j m_{23} + \nu_2) (\Gamma^2 + Q^2) e^{2\lambda_j(H_2 - y_0)} (\lambda_j - \nu_1 + (\lambda_j m_{12} + \nu_1) e^{2\lambda_j(H_2 - H_1)}) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} (\lambda_j - \nu_2) (\Gamma^2 + Q^2) e^{2\lambda_j y_0} (\lambda_j m_{12} - \nu_1 + (\lambda_j + \nu_1) e^{2\lambda_j(H_2 - H_1)}) \right]; \quad (1.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta R_y^2 = & -\frac{\rho_2}{2\pi} (\Gamma^2 + Q^2) \int_0^\infty [(\lambda m_{23} + \nu_2)(\lambda - \nu_1 + (\lambda m_{12} + \nu_1)e^{2\lambda(H_2-H_1)})e^{2\lambda(H_2-y_0)} + \\ & + (\lambda - \nu_2)(\lambda m_{12} - \nu_1 + (\lambda + \nu_1)e^{2\lambda(H_2-H_1)})e^{2\lambda y_0}] \frac{d\lambda}{T(\lambda)}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Здесь ΔR_x^r и ΔR_y^r — добавочные силы к обобщенной силе Жуковского, действующей на вихреисточник.

Форма границ раздела сред D_k и D_{k+1} ($k=1, 2$) определяется формулой

$$f_k(x) = -\frac{1}{\nu_k V_\infty} \operatorname{Re} \{m_{k k+1}^k \bar{V}_k(z) - m_{k k+1}^{k+1} \bar{V}_{k+1}(z)\}, \quad z = x + iH_2(k-2),$$

где комплексные скорости $\bar{V}_k(z)$ определяются из (1.5)–(1.7) с учетом (1.8).

2. Введем безразмерные коэффициенты волнового сопротивления $\Delta C_x = \Delta R_x H_2 / (\rho_r \Gamma^2)$ и подъемной силы $\Delta C_y = \Delta R_y H_2 / (\rho_r \Gamma^2)$ вихря. Для частного случая $\rho_3 / \rho_2 = 0$, соответствующего движению вихря в двухслойной жидкости, ограниченной снизу дном и сверху свободной поверхностью, рассмотрим поведение коэффициентов ΔC_x и ΔC_y в малой окрестности критических чисел Фруда.

В случае $r = 1$ проводя для выражений (1.9), (1.10) операции, указанные в [21], получим следующие значения для пределов справа и слева:

$$\begin{aligned} \lim_{\operatorname{Fr} \rightarrow \operatorname{Fr}_{1,2*} - 0} \Delta C_x = \frac{U_1}{U_2}, \quad \lim_{\operatorname{Fr} \rightarrow \operatorname{Fr}_{1,2*} + 0} \Delta C_x = 0, \\ U_1 = 3(h - h_1)^2 m_{12}^1 (h_1(1 - 3m_{12}) + 4m_{12} \pm R), \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$U_2 = 2(1 - h_1)^2 (m_{12}^1 h_1 ((1 - 3m_{12})h_1 \pm R) + 2m_{12}(1 - h_1)(1 - 5m_{12})),$$

$$R = 2\sqrt{m_{12}^1 (m_{12}^1 h_1^2 - 4h_1 m_{12} + 4m_{12})};$$

$$\lim_{\operatorname{Fr} \rightarrow \operatorname{Fr}_{1,2*} + 0} \Delta C_y = -\infty,$$

$$\begin{aligned} \lim_{\operatorname{Fr} \rightarrow \operatorname{Fr}_{1,2*} - 0} \Delta C_y = & -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2(h_1 - h)} + \right. \\ & \left. + 4(1 - h) \frac{W_1}{W_2} + \int_0^\infty \left(\frac{g_1(\mu)}{g_2(\mu)} - 2 \frac{W_1}{W_2} \frac{(1 + 2\mu(h - 1))e^{2\mu(1-h)}}{\mu^2} \right) d\mu \right], \end{aligned} \quad (2.2)$$

где

$$g_1(\mu) = 2\operatorname{sh}(2\mu(h_1 - h))(\mu + \bar{\nu}_{1,2*})(\mu + \bar{\nu}_{1,2*}m_{12} + m_{12}(\mu - \bar{\nu}_{1,2*})e^{2\mu})e^{2\mu(1-h_1)},$$

$$g_2(\mu) = (\mu - \bar{\nu}_{1,2*})(m_{12}(\mu + \bar{\nu}_{1,2*}) + (\mu - \bar{\nu}_{1,2*}m_{12})e^{2\mu}) +$$

$$+ (\mu + \bar{\nu}_{1,2*})(\mu + \bar{\nu}_{1,2*}m_{12} + m_{12}(\mu - \bar{\nu}_{1,2*})e^{2\mu})e^{2\mu(1-h_1)},$$

$$W_1 = -3(h - h_1)m_{12}^1 (h_1(1 - 3m_{12}) + 4m_{12} \pm R),$$

$$W_2 = (1 - h_1)^2 (2m_{12}(1 - 5m_{12})(1 - h_1) \pm m_{12}^1 h_1 R + m_{12}^1 (1 - 3m_{12})h_1^2),$$

$$h = \frac{y_0}{H_2}, \quad h_1 = \frac{H_1}{H_2}, \quad \bar{\nu} = \nu H_2, \quad \bar{\nu}_{1,2*} = \frac{1}{\operatorname{Fr}_{1,2*}}.$$

Аналогично при $r = 2$ применяя эти же операции для выражений (1.11), (1.12), получим предельные значения ΔC_x и ΔC_y в малой окрестности критических чисел Фруда:

$$\lim_{\text{Fr} \rightarrow \text{Fr}_{1,2*} - 0} \Delta C_x = \frac{U_1}{U_2}, \quad \lim_{\text{Fr} \rightarrow \text{Fr}_{1,2*} + 0} \Delta C_x = 0,$$

$$U_1 = -3(4h(h_1 - 2)m_{12}^1 m_{12} - 2h^2 m_{12}^1 (m_{12}^1 h_1 - 2m_{12})) + \\ + m_{12}(h_1(1 - 3m_{12}) + 4m_{12}) \pm (2hm_{12} - m_{12} - h^2 m_{12}^1)R, \quad (2.3)$$

$$U_2 = 2(m_{12}^1 h_1 ((1 - 3m_{12})h_1 \pm R) - 2m_{12}(h_1 - 1)(1 - 5m_{12}));$$

$$\lim_{\text{Fr} \rightarrow \text{Fr}_{1,2*} + 0} \Delta C_y = \pm \infty, \quad (2.4)$$

$$\lim_{\text{Fr} \rightarrow \text{Fr}_{1,2*} - 0} \Delta C_y = -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2h} - 4h \frac{W_1}{W_2} + \int_0^\infty \left(\frac{g_1(\mu)}{g_2(\mu)} - 2 \frac{W_1}{W_2} \frac{(1 + 2\mu h)e^{-2\mu h}}{\mu^2} \right) d\mu \right],$$

где

$$g_1(\mu) = 2(\mu \text{sh}(2\mu h) - \bar{v}_{1,2*} \text{ch}(2\mu h))(m_{12}(\mu - \bar{v}_{1,2*}) + (\mu + \bar{v}_{1,2*} m_{12})e^{2\mu(1-h_1)}) + \\ + 2\bar{v}_{1,2*}(\mu - \bar{v}_{1,2*} m_{12} + m_{12}(\mu + \bar{v}_{1,2*})e^{2\mu(1-h_1)})e^{2\mu(1-h)},$$

$$g_2(\mu) = (\mu - \bar{v}_{1,2*})(m_{12}(\mu + \bar{v}_{1,2*}) + (\mu - \bar{v}_{1,2*} m_{12})e^{2\mu}) + \\ + (\mu + \bar{v}_{1,2*})(\mu + \bar{v}_{1,2*} m_{12} + m_{12}(\mu - \bar{v}_{1,2*})e^{2\mu})e^{2\mu(1-h_1)},$$

$$W_1 = -3(m_{12}^1 (hh_1 + (hh_1 - 2(2h + h_1) + 4)m_{12}) \pm (hm_{12}^1 - m_{12})R),$$

$$W_2 = h_1^2 m_{12}^1 (1 - 3m_{12}) + 2m_{12}(1 - 5m_{12})(h_1 - 1) \pm h_1 m_{12}^1 R.$$

В этих выражениях знак “+” соответствует предельному переходу к Fr_{1*} , знак “-” — к Fr_{2*} .

Проведенный анализ предельных значений коэффициентов ΔC_x и ΔC_y в окрестности критических чисел Фруда для задачи о движении вихреисточника в двухслойной жидкости, ограниченной снизу дном и сверху свободной поверхностью, позволяет обнаружить разрыв первого рода у волнового сопротивления и разрыв второго рода у подъемной силы.

3. На основе (1.9)–(1.12) разработан алгоритм вычисления гидродинамических нагрузок ΔC_x и ΔC_y , действующих на вихрь.

Были рассмотрены следующие случаи движения вихря:

а) в двухслойной жидкости ($\rho_2/\rho_1 = 0,970874$, $\rho_3/\rho_2 = 1$, $H_1/H_2 = \infty$);

б) под свободной поверхностью жидкости конечной глубины ($\rho_2/\rho_1 = 1$, $\rho_3/\rho_2 = 0$, $H_1/H_2 = 2$);

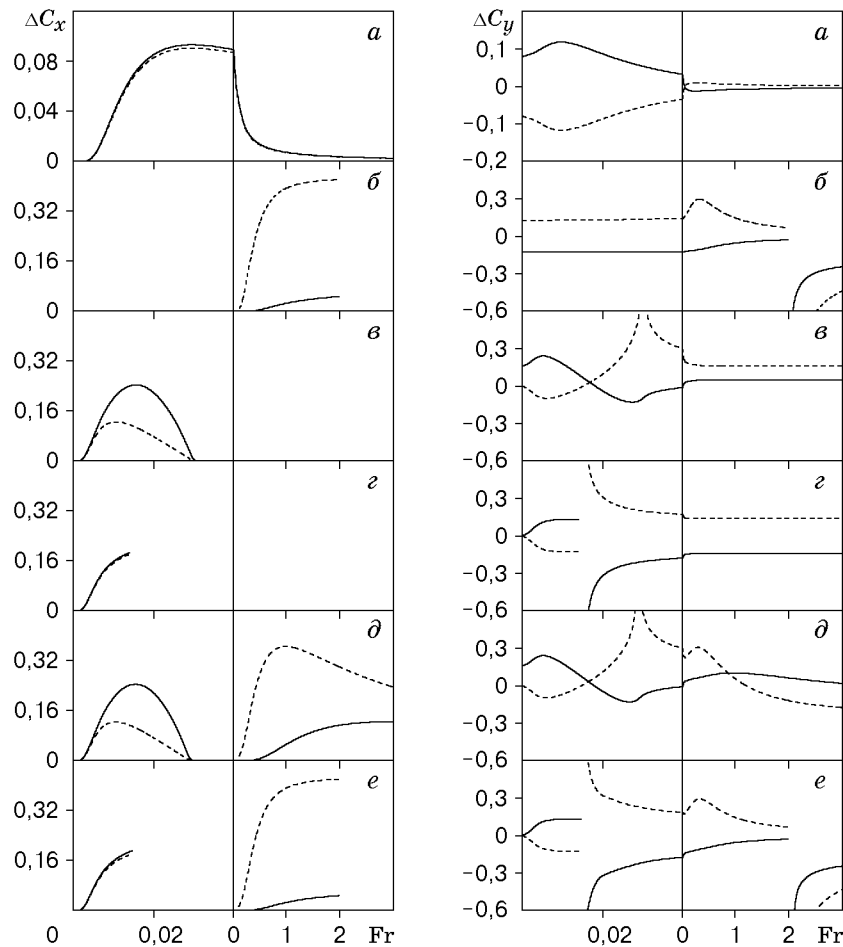
в) в двухслойной жидкости под твердой крышкой ($\rho_2/\rho_1 = 0,970874$, $\rho_2/\rho_3 = 0$, $H_1/H_2 = \infty$);

г) в двухслойной жидкости, ограниченной твердым прямолинейным каналом ($\rho_2/\rho_1 = 0,970874$, $\rho_2/\rho_3 = 0$, $H_1/H_2 = 2$);

д) в двухслойной жидкости под свободной поверхностью ($\rho_2/\rho_1 = 0,970874$, $\rho_3/\rho_2 = 0$, $H_1/H_2 = \infty$);

е) в двухслойной жидкости, ограниченной сверху свободной поверхностью и снизу дном ($\rho_2/\rho_1 = 0,970874$, $\rho_3/\rho_2 = 0$, $H_1/H_2 = 2$).

Безразмерный параметр погружения вихря h в случаях движения в слоях D_1 и D_2 принимал значения 1,5 и 0,5 соответственно.



Гидродинамические нагрузки вихря, совершающего равномерное движение в многослойной жидкости:

сплошные линии — результаты для вихря, расположенного в слое D_1 , штриховые — в слое D_2

Результаты расчетов ΔC_x и ΔC_y для задач a – e представлены на рисунке, в задачах b – d критические числа Фруда $Fr_{1*} = 2,000\ 000$; $0,030\ 000$; $0,014\ 778$; $0,029\ 126$ соответственно, в задаче e $Fr_{1*} = 0,014\ 671$; $Fr_{2*} = 1,985\ 329$. В задаче a критические числа Фруда отсутствуют, что объясняется существованием внутренних волн при любых значениях параметров задачи. Более подробно эта задача исследована в [22].

В задаче b существует только одно критическое число Фруда. Гидродинамические нагрузки терпят разрыв при переходе через значение Fr_{1*} . Аналитически характер этих разрывов установлен в [21].

В задачах $в, д$ при переходе через значение Fr_{1*} коэффициент ΔC_x остается непрерывным, а ΔC_y непрерывен при $r = 1$ и терпит разрыв второго рода при $r = 2$ (см. рисунок).

В задачах $д, е$ при переходе через критические числа Фруда коэффициент ΔC_x терпит разрыв первого рода, а ΔC_y — второго (см. рисунок). Для задачи $г$ существует только одно критическое число Фруда, для задачи $е$ — два.

В задачах b – d генерация поверхностных или внутренних волн происходит только при $Fr < Fr_{1*}$ (при $Fr > Fr_{1*}$ волновое сопротивление отсутствует). В задаче $е$ при $Fr < Fr_{1*}$ преобладают внутренние волны, при $Fr_{1*} < Fr < Fr_{2*}$ — поверхностные, при $Fr > Fr_{2*}$ волны на свободной поверхности и границе раздела не образуются и $\Delta C_x = 0$.

Характер разрывов в задаче $е$ установлен аналитически на основе (2.1)–(2.4).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стурова И. В., Бородина Н. Н., Гуляева Л. Г.** Поверхностные и внутренние волны // Библиографический указатель (1977–1984 гг.): В 2 ч. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1985, 1986.
2. **Степанянц Ю. А., Стурова И. В., Теодорович Э. В.** Линейная теория генерации поверхностных и внутренних волн // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1987. Т. 21. С. 93–179.
3. **Gorlov S. I.** Methods for solving steady problems of the generation of surface and internal waves by a body moving in a liquid // Russ. J. Engng Thermophys. 1999. V. 9, N 4. P. 297–319.
4. **Келдыш М. В.** Замечания о некоторых движениях тяжелой жидкости // Техн. заметки ЦАГИ. 1935. № 52. С. 5–9.
5. **Кочин Н. Е.** О волновом сопротивлении и подъемной силе погруженных в жидкость тел // Тр. конф. по теории волнового сопротивления. М.: ЦАГИ, 1937. С. 65–133.
6. **Кочин Н. Е.** О влиянии рельефа земли на волны на поверхности раздела двух масс жидкости разной плотности. 2 // Собрание сочинений. М.: Изд-во АН СССР, 1949. Т. 1. С. 467–477.
7. **Тихонов А. И.** Плоская задача о движении крыла под свободной поверхностью тяжелой жидкости конечной глубины // Изв. АН СССР. ОТН. 1940. № 4. С. 57–78.
8. **Хаскинд М. Д.** О поступательном движении тел под свободной поверхностью тяжелой жидкости конечной глубины // Прикл. математика и механика. 1945. Т. 9, № 1. С. 67–78.
9. **Войцения В. С.** Плоская задача о поступательном движении тела под поверхностью раздела двух жидкостей // Тр. Новочеркасск. политехн. ин-та. Новочеркасск: Изд-во Новочеркасск. политехн. ин-та, 1959. № 104. С. 95–111.
10. **Войцения В. С.** О поступательном движении тела над поверхностью раздела двух жидкостей // Изв. вузов. Математика. 1963. № 2. С. 20–30.
11. **Горелов Д. Н., Горлов С. И.** Линейная задача о движении профиля под границей раздела двух тяжелых жидкостей // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 43–47.
12. **Горлов С. И.** Движение профиля над границей раздела двух тяжелых жидкостей // Там же. С. 48–51.
13. **Хабахпашева Т. И.** Плоская задача об обтекании кругового цилиндра равномерным потоком двухслойной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 1. С. 91–97.
14. **Wu G. X., Miloh T., Zilman G.** Numerical solution of a hydrofoil moving near an interface // J. Ship. Res. 1996. V. 40, N 4. P. 269–277.
15. **Motygin O. V., Kuznetsov N. G.** The wave resistance of a two-dimensional body moving forward in a two-layer fluid // J. Engng Math. 1997. V. 32. P. 53–72.
16. **Khabakhpasheva T. I., Sturova I. V.** Diffraction of internal waves by a submerged circular cylinder at forward speed in a two-layer fluid // J. Engng Math. 1998. V. 34. P. 249–275.
17. **Горлов С. И.** Влияние поверхностных и внутренних волн на гидродинамические характеристики контура в линейном приближении // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1998. № 3. С. 121–127.
18. **Горлов С. И.** Линейная задача о движении контура под свободной поверхностью жидкости конечной глубины // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 6. С. 85–90.
19. **Стурова И. В.** Плоская задача об обтекании кругового цилиндра равномерным потоком двухслойной жидкости конечной глубины // Там же. С. 91–101.
20. **Горлов С. И.** Решение линейных задач о равномерном движении вихреисточника в многослойной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1995. № 3. С. 127–132.

-
21. **Горлов С. И.** Влияние линейных внутренних волн на гидродинамические характеристики вихреисточника // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 5. С. 146–153.
 22. **Горлов С. И.** Линейная задача о движении вихреисточника вблизи границы раздела двух сред // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 68–72.

*Поступила в редакцию 11/І 2000 г.,
в окончательном варианте — 28/ІІІ 2000 г.*
