УДК 620.17.254+539.3

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ УДАРНИКОВ С ГРУНТОВОЙ СРЕДОЙ

В. Г. Баженов, В. Л. Котов, С. В. Крылов, В. В. Баландин, А. М. Брагов, Е. В. Цветкова

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета, 603950 Нижний Новгород

Разработана экспериментальная методика определения силы сопротивления внедрению деформируемого ударника в мягкую грунтовую среду в обращенной постановке: ударник и мишень меняются ролями, и необходимые параметры процесса контактного взаимодействия регистрируются в неподвижном мерном стержне (ударнике). Для проверки основных положений методики такого эксперимента проведен численный анализ волновых процессов с использованием модифицированной схемы С. К. Годунова. Исследована применимость различных моделей деформирования грунтовых сред, полученные численные результаты сопоставлены с экспериментальными данными.

Задача определения контактных сил и ускорений, возникающих при взаимодействии ударника с мишенью, является одной из сложнейших задач при изучении процессов, сопровождающих удар. В настоящее время для ее решения используются аналитические и численные методы (см., например, [1–5] и библиографию к ним). Важное место в решении подобных задач отводится экспериментальным методам, которые в зависимости от постановки эксперимента можно разделить на две группы: прямые [1, 2, 4–10] и обращенные [5, 7, 10–13]. В прямых экспериментах для регистрации основных параметров используются высокоскоростная фото- и рентгеноимпульсная съемка [1, 2, 6], специальные датчики, расположенные на самом ударнике [5, 8–10], и различные датчики, размещенные внутри мишени [4, 7]. Так как в большинстве подобных методов основной измеряемой величиной является глубина проникания [1, 2, 4, 6, 7], то для определения ускорений и сил необходимо дважды дифференцировать экспериментальные зависимости, что снижает точность получаемых результатов. Оснащение ударников специальными датчиками [5, 8–10], позволяющими более точно определять силу или ускорение, значительно усложняет эксперимент, что связано с необходимостью сохранения целостности датчика во время разгона ударника и обеспечения надежной связи датчика с измерительной аппаратурой.

Указанные недостатки отсутствуют в так называемом обращенном эксперименте. В таком эксперименте мишень и ударник меняются ролями. Исследуемая среда, заключенная в контейнер, разгоняется до необходимых скоростей с помощью газовой пушки и наносит удар по неподвижному ударнику, оснащенному измерительными датчиками. За счет того что в начальные моменты времени перемещения ударника малы, измерение па-

Работа выполнена в рамках Программы поддержки ведущих научных школ России (код проекта 00-15-99029) при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 99-01-00132, 01-01-06125) и Министерства образования Российской Федерации по фундаментальным исследованиям в области естественных наук (грант № Е-00-12.0-99).





раметров взаимодействия существенно упрощается. В известных работах для измерения скоростей и ускорений в обращенных экспериментах чаще всего используют лазерную интерферометрию [11], пьезоакселерометры [11, 12] и метод мерного стержня [5, 7, 13].

В данной работе описана методика определения сил, возникающих при взаимодействии ударника с грунтовой средой, с использованием техники мерных стержней. Суть методики заключается в следующем. Контейнер, заполненный грунтом, разгоняется до нужных скоростей и наносит удар по неподвижной головной части соответствующей формы, закрепленной на мерном стержне. Скорость удара и свойства материала стержня должны быть такими, чтобы в стержне не возникало пластических деформаций. Тогда при ударе в стержне позволяет определить усилие F, действующее на ударник при взаимодействии со средой, по известному соотношению  $F(t) = E\varepsilon(t)A$ , где E — модуль упругости стержня; A — площадь поперечного сечения. Таким образом, в этом методе измерение сил сводится к регистрации импульса упругих деформаций в стержне, что существенно упрощает его за счет применения тензометрии.

Схема установки, на которой реализован изложенный выше метод, представлена на рис. 1. В предлагаемом варианте обращенного эксперимента для разгона контейнера с грунтом используется газовая пушка 1 калибра 57 мм с двухдиафрагменным затвором 2, работающая на сжатом воздухе или гелии с давлением до 15 МПа. Применение газовой пушки позволяет получать стабильные и легко контролируемые скорости соударения в диапазоне 100–500 м/с для масс в несколько сотен граммов. Контейнер 3 представляет собой тонкостенный стакан из алюминиевого сплава, заполненный грунтовой средой 4. Для предотвращения высыпания грунта в процессе подготовки эксперимента и во время разгона контейнера передняя часть контейнера закрывается лавсановой пленкой 5 толщиной 0,02 мм. Пленка фиксируется и поджимается к поверхности грунта с помощью винипластового кольца 6, входящего в контейнер с небольшим натягом. Скорость контейнера определяется с помощью двух электроконтактных датчиков 7, расположенных в отверстиях ствола, высверленных перед его дульным срезом. Контакты изготавливаются из кусков изолированного медного провода диаметром 0,5 мм и подключаются к источнику питания с напряжением 50 В через делители напряжения  $R_1/R_2$  и  $R_3/R_4$ . Временной интервал между сигналами с электроконтактных датчиков измеряется частотомером ЧЗ-38.

Расстояние между контактами составляет 200 мм и определяется с точностью до 0,5 мм. Мерный стержень 8 длиной 1,5 м и диаметром 20,5 мм изготовлен из стали с пределом текучести 1200 МПа. Левый торец мерного стержня имеет резьбовое отверстие, в которое ввинчивается головная часть 9 необходимой формы. Стержень располагается на некотором расстоянии от дульного среза ствола, так чтобы соударение происходило сразу после вылета контейнера из ствола. Подставка, на которой располагается стержень, имеет юстировочные опоры 10, что позволяет расположить стержень и ствол пушки соосно и обеспечивает осесимметричный характер взаимодействия. Задний торец стержня опирается на специальный упор 11, предотвращающий его смещение и гасящий энергию удара. Соударение происходит в вакуумной камере 12, к которой присоединен ствол пушки 13 и в которую вставляется мерный стержень с головной частью.

Для регистрации упругого импульса в мерном стержне на его боковой поверхности в сечении, находящемся на расстоянии 500 мм от ударяемого торца, с интервалом 90° наклеено четыре тензорезистора 14 типа КФ4-П1, соединенных последовательно. База тензорезисторов равна 3 мм. Для питания тензорезисторов используются потенциометрическая схема [14] и стандартный блок питания Б5-30. Калибровка измерительного канала осуществляется путем подключения последовательно с тензорезисторами масштабного сопротивления известной величины [15]. Кроме того, на установке с разрезным стержнем Гопкинсона проводилась динамическая калибровка всей регистрирующей системы путем возбуждения в стержне волны деформаций известной амплитуды. Амплитуда упругой волны деформации рассчитывалась по известному соотношению одномерной теории  $\varepsilon = V/(2C)$ , где V — измеренная скорость удара; C — скорость распространения продольных волн в стержне. Запись информации с тензодатчиков производится с помощью цифрового запоминающего осциллографа С9-8. Обработка экспериментальных данных осуществляется на персональном компьютере. Разработанная экспериментальная методика используется для измерения сил при взаимодействии стальных ударников с мягкими грунтами (песком, глиной, суглинком и т. д.).

Математическая модель. Моделируется осесимметричная задача о взаимодействии цилиндрического тела с мягкой грунтовой средой, заключенной в деформируемую оболочку. Система уравнений, описывающая динамику взаимодействующих сред и выражающая законы сохранения массы и импульса, имеет вид

$$\rho_{,t} + (\rho u)_{,x} + (\rho v)_{,y} = -\rho v/y,$$

$$(\rho u)_{,t} + (\rho u^2 - \sigma_{xx})_{,x} + (\rho uv - \tau_{xy})_{,y} = -(\rho uv - \tau_{xy})/y,$$

$$(1)$$

$$\rho v)_{,t} + (\rho uv - \tau_{xy})_{,x} + (\rho v^2 - \sigma_{yy})_{,y} = -(\rho v^2 - \sigma_{yy} - \sigma_{\theta\theta})/y.$$

Здесь t — время;  $\rho$  — плотность; u, v — компоненты вектора скорости в направлении осей x, y соответственно;  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений. Символ после запятой обозначает дифференцирование по соответствующей переменной. Для описания объемной сжимаемости мягкой грунтовой среды используется следующее уравнение:

(

$$(\rho\rho_*)_{,t} + (\rho\rho_*u)_{,x} + (\rho\rho_*v)_{,y} = -\rho\rho_*v/y, \tag{2}$$

где  $\rho_*$  — максимальная плотность, достигнутая в процессе активного нагружения грунта. Уравнение (2) учитывает историю нагружения материальной частицы. Определяющее соотношение между объемной деформацией  $\varepsilon = 1 - \rho/\rho_0$  и давлением p в грунте

$$p = M\varepsilon^n \tag{3}$$

в диапазоне  $p = 0,2 \div 10$  МПа строится на основе результатов экспериментов [16]. При давлениях свыше 250 МПа обосновано применение ударной адиабаты, полученной по результатам экспериментов с плоскими волнами [17–19]. Линейная зависимость между ско-

ростью ударной волны D и массовой скоростью за фронтом волны  $U \quad D = A + BU$  с помощью соотношений Гюгонио может быть преобразована к виду

$$p = \rho_0 A^2 \varepsilon / (1 - B\varepsilon)^2, \tag{4}$$

где  $\rho_0$  — начальная плотность грунта; A, B — константы. В интервале 10–250 МПа используется интерполирующий параметрический кубический полином в форме Безье [20], обеспечивающий в узлах стыковки непрерывность скоростей звука (первой производной). Полином Безье записывается следующим образом:

$$\boldsymbol{r}(w) = \{\rho(w), p(w)\} = (1-w)^3 \boldsymbol{r}_1 + 3w(1-w)^2 \boldsymbol{r}_2 + 3w^2(1-w)\boldsymbol{r}_3 + w^3 \boldsymbol{r}_4.$$
 (5)

Полином (5) в координатах  $(\rho, p)$  при изменении параметра w от 0 до 1 проходит через точки  $(\rho_1, p_1)$  и  $(\rho_4, p_4)$ , а тангенс угла наклона касательной в этих точках равен тангенсу угла наклона касательных, определяемых из выражений (3) и (4) соответственно. Выражения для плотностей  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  принимаются в виде

$$\rho_2 = 1 + \alpha \rho_1, \qquad \rho_3 = 1 - \beta \rho_4,$$
(6)

а соответствующие давления находятся подстановкой значений плотностей в уравнения касательных. Уравнения касательных и значения полинома в опорных точках ( $\rho_1, p_1$ ) и ( $\rho_4, p_4$ ) находятся с использованием зависимостей (3), (4). Таким образом, однозначно определяются значения функции и ее производной. Конкретный вид функции (5), удовлетворяющей этим условиям, зависит от выбора значений  $\alpha$  и  $\beta$ , причем подстановка этих констант в (6) должна обеспечивать, по меньшей мере, выпуклость и однозначность интерполирующего полинома. Разгрузка среды описывается двухзвенной ломаной [15]

$$p = \begin{cases} p^* + C_1^2(\rho - \rho^*), & p > p_{00}, \\ p^* + C_2^2(\rho - \rho^*), & p < p_{00}. \end{cases}$$
(7)

Здесь  $C_1$ ,  $C_2$  — скорости звука, определяющие углы наклона к оси  $\rho$  соответственно первого и второго звеньев ломаной (7);  $p_{00} = p^*/\gamma_p$  характеризует отношение длин участков ломаных;  $(\rho_{00}, p_{00})$  — точка излома кривой разгрузки в координатах  $(\rho, p)$ . Скорости звука  $C_1$  и  $C_2$  как функции  $\rho^*$  определяются следующим образом:

$$C_{1} = C_{g} + \frac{\rho_{g} - \rho^{*}}{\rho_{g} - \rho_{0}} (C_{0} - C_{g}), \qquad C_{2} = \frac{C_{g}}{\gamma_{c}} + \frac{\rho_{g} - \rho^{*}}{\rho_{g} - \rho_{0}} \Big( C_{0} - \frac{C_{g}}{\gamma_{c}} \Big).$$

Параметр  $\gamma_c$  задает отношение  $C_1 \ \kappa \ C_2$  при  $\rho^* = \rho_g$ , где  $\rho_g$  — плотность, по достижении которой начинается участок диаграммы нагружения, соответствующий обратимому (гидродинамическому) нагружению. В точке  $(\rho_g, p_g)$  угол наклона первого звена ломаной (5) равен углу наклона касательной к ударной адиабате в (2). Таким образом, задается линейное изменение  $C_1$  от  $C_0$  до  $C_g$  и  $C_2$  от  $C_0$  до  $C_1/\gamma_c$  при изменении плотности  $\rho^*$  от  $\rho_0$  до  $\rho_g$ . Здесь  $C_0$  — скорость звука в грунте при отсутствии возмущений (или при  $\rho = \rho_0$ ). Компоненты девиатора тензора напряжений рассчитываются на основе обобщенного закона Гука

$$D_{J}s_{xx} + \lambda s_{xx} = 2G(2u_{,x} - v_{,y} - v/y)/3,$$
  

$$D_{J}s_{xy} + \lambda s_{xy} = G(u_{,y} + v_{,x}),$$
  

$$D_{J}s_{yy} + \lambda s_{yy} = 2G(2v_{,y} - u_{,x} - v/y)/3.$$
(8)

Здесь  $s_{ij}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $D_J s_{ij}$  — производная Яумана по времени  $(i, j = x, y, \theta)$ ; G — модуль сдвига. Параметр  $\lambda$  может принимать значения  $\lambda = 0$ 



Рис. 2

при чисто упругом деформировании и  $\lambda > 0$ , если реализуется условие пластичности. Критерий пластичности для частиц грунта задается соотношением [16]

$$J_2 = s_{ij} s^{ij} / 2 = (kp + b)^2 / 6,$$

где  $J_2$  — второй инвариант девиатора  $s_{ij}$  тензора напряжений; k, b — заданные константы. Для описания поведения обоймы, головной части ударника и мерного стержня используется система уравнений (1), (8). Критерием перехода из упругого напряженнодеформированного состояния в пластическое материала контейнера и стержня Гопкинсона с ударником является условие текучести Мизеса  $J_2 = s_{ij}s^{ij}/2 = \sigma_{\rm T}^2/3$ , где  $\sigma_{\rm T}$  — предел текучести. Уравнение состояния для шаровых компонент тензора напряжений принимается в виде  $p = K\varepsilon$ , где K — модуль объемного нагружения. Приведенные уравнения и зависимости соответствуют модели деформирования грунтовой среды С. С. Григоряна.

Постановка задачи. Расчетная схема соответствует обращенному эксперименту [13] и приведена на рис. 2. Задача формулируется в цилиндрической системе координат xOy. Ось Ох является осью симметрии и проходит через оси вращения головной части 2 ударника и измерительного стержня 3, ось Оу проходит перпендикулярно ей вдоль свободной поверхности грунта 1. Применяемая разностная методика, основанная на модифицированной схеме С. К. Годунова, изложена в [21]. Особенностью метода является применение эйлерово-лагранжева подхода к описанию движения сред с использованием произвольных подвижных разностных сеток. Для решения поставленной задачи использовались следующие условия на контактных границах. На свободной поверхности  $\sigma = 0, \tau = 0$  ( $\sigma, \tau$  нормальная и касательная компоненты напряжений на свободной границе). На поверхности контакта обойма — грунт ставятся условия непроникания с идеальным скольжением по касательной  $v_{n1} = v_{n2}$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 0$  ( $v_n$  — компонента скорости, направленная по нормали к поверхности контакта). В месте контакта ударник — мерный стержень и ударник грунт ставятся условия непроникания по нормали  $v_{n1} = v_{n2}$  и свободного проскальзывания в направлении по касательной. При постановке начальных условий принимается, что головная часть ударника и мерный стержень находятся в ненапряженном состоянии, скорость движения обоймы и находящегося в ней грунта равна  $V_0$ .

Результаты расчетов. В обращенном эксперименте в качестве мишеней использовался песчаный грунт, засыпаемый в контейнер из алюминиевого сплава Д16Т, имеющий следующие размеры: длина 70 мм, внешний диаметр 56,8 мм, внутренний диаметр 54,5 мм, толщина дна 2 мм. Глубина заполнения грунтом контейнера составляла 65 мм. Диаметр и длина головной части ударника 20 мм, диаметр мерного стержня 20,5 мм. Механические характеристики материалов головной части ударника и стержня принимались соответственно следующими: модуль Юнга E = 200; 145 ГПа, предел текучести  $\sigma_{\rm T} = 400$ ; 1200 МПа, плотность  $\rho = 7,8$ ; 8,1 г/см<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона для материала головной



части ударника  $\nu = 0,3$ , скорость звука в стержне c = 4200 м/с. Эксперименты проводились с сухой уплотненной песчаной смесью естественного состава. В (3) M = 2,1 ГПа, n = 1,8 [16], в (4) A = 500 м/с, B = 2,41 [17–19]. Значения констант интерполирующего полинома:  $\alpha = \beta = 0,06$ ,  $\rho_1 = 1,86$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_4 = 2,15$  г/см<sup>3</sup>,  $\gamma_c = 3$ ,  $\gamma_p = 4$ . Начальная плотность смеси песка  $\rho_0 = 1,76$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_g = 2,62$  г/см<sup>3</sup>, начальная скорость звука при разгрузке  $C_0 = 350$  м/с, модуль сдвига G = 100 МПа, константы предела текучести k = 1,25, b = 0,5 МПа [5]. Используемые уравнения состояния в форме (3), (5) соответствуют определяемым по методике [15].

В данной работе проведено численное исследование процессов образования при соударении импульса и распространения его в стержне. Обнаруженные при численном решении задачи затухание и размазывание со временем импульса силы объясняются большой схемной вязкостью в методе Годунова.

На рис. 3,*а* показана половина (в силу осевой симметрии) расчетной области, покрытой разностной сеткой, в момент времени t = 200 мкс. Изображены подобласти, занимаемые грунтом, обоймой и головной частью ударника с плоским торцом. Использованный метод расчета позволил описать сложный процесс внедрения ударника и сравнить численные результаты с экспериментом.

На рис. 4 приведены расчетные зависимости сил сопротивления от времени, полученные интегрированием напряжения вдоль поверхности контакта в месте соударения с грунтом, а также в месте контакта головной части с мерным стержнем и в сечении, распо-



ложенном на расстоянии трех диаметров от торца стержня. Точками 1 показаны значения силы сопротивления в месте соударения, 2 — на контакте головная часть — стержень, 3 — в стержне. Такая трансформация импульса объясняется тем, что при данной скорости соударения в головной части ударника возникают пластические деформации, снижающие максимальное значение образующихся в стержне напряжений.

На рис. 5 представлены результаты численного моделирования поставленной задачи в сравнении с экспериментом. Точками показаны значения силы сопротивления, полученной в эксперименте, сплошной линией — зависимость силы сопротивления в стержне на расстоянии трех диаметров от торца стержня при ударе о безграничный грунт от времени, штриховой — зависимость силы сопротивления, полученной в численном решении задачи соударения с грунтом в обойме, от времени (см. [13]). Влияние объемной сжимаемости грунта на силу в стержне можно оценить, сравнивая результаты расчетов с учетом (сплошная и штриховая линии на рис. 5) и без учета объемной разгрузки (штрихпунктирная линия). Наблюдается удовлетворительное качественное и количественное соответствие результатов численных расчетов экспериментальным данным. Видно, что обойма и объемная пластичность грунта практически не влияют на максимальную величину силы в стержне, различие величины амплитуды наблюдается лишь с течением времени.

Исследовались также нестационарные процессы взаимодействия полусферического ударника с грунтовой средой. Скорость соударения составила 223 м/с. На рис. 3,6 показана половина расчетной области (за исключением области, занимаемой мерным стержнем) в момент окончания расчета t = 100 мкс.

На рис. 6 приведены расчетные зависимости силы сопротивления от времени, полученные интегрированием напряжения вдоль поверхности контакта в месте соударения с грунтом (сплошная кривая — расчет, точки — эксперимент).

Важным моментом является обоснование достоверности методики определения силы сопротивления внедрению по импульсу деформации на поверхности мерного стержня. На рис. 6 штриховой линией показана зависимость расчетной силы сопротивления в сечении, расположенном на расстоянии трех диаметров от торца стержня, от времени при скорости соударения 223 м/с. Анализировалось также влияние объемной разгрузки на силу сопротивления. Получено, что объемная разгрузка не влияет на максимальную величину силы сопротивления. Различие (в меньшей степени, чем отмечено в [22]) возникает лишь после достижения максимального значения. Штрихпунктирная линия на рис. 6 соответствует расчету в предположении, что поведение грунта соответствует модели нелинейно сжимаемой жидкости. В отличие от взаимодействия с цилиндрическим ударником с плоским торцом в случае полусферической головной части ударника сила сопротивления уменьшилась более чем в два раза.

Анализ волновой картины в образце грунта показывает, что к моменту окончания счета волна сжатия достигает дна контейнера только при скоростях более 420 м/с. Стенки контейнера практически не оказывают влияния на силу сопротивления, так как от свободной поверхности распространяется мощная волна разгрузки. Волновые процессы в головной части ударника на расстоянии 3–4 радиусов от места соударения можно рассматривать как одномерные, импульсы напряжений распространяются по мерному стержню без изменения амплитуды.

Выводы. Проведено численное моделирование процессов соударения полусферического ударника и песчаного грунта с использованием различных моделей деформирования грунтовой среды. Удовлетворительное соответствие численных результатов и экспериментальных данных получено при использовании модели С. С. Григоряна с предложенными в данной работе константами уравнений состояния. Расчетная контактная сила сопротивления внедрению и сила в мерном стержне практически равны. Это позволяет сделать вывод о правильности регистрации силы сопротивления при размерах контейнера, более чем в три раза превышающих диаметр мерного стержня. Таким образом, рассмотренная методика обращенного эксперимента достаточно информативна, проста в реализации и может использоваться для определения интегральных нагрузок, возникающих при взаимодействии ударника с мягкими грунтовыми средами.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Под ред. Н. А. Златина, Г. И. Мишина. М.: Наука, 1974.
- 2. Витман Ф. Ф., Степанов В. А. Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 207.
- 3. Сагомонян А. Я. Динамика пробивания преград. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988.
- 4. Аллен У., Мэйфилд Э., Моррисон Г. Динамика проникания снаряда в песок // Механика. 1957. № 6. С. 125–137.
- Hauver G. E. Penetration with instrumented rods // Intern. J. Engng Sci. 1978. V. 16, N 11. P. 871–877.
- 6. Бивин Ю. К., Глухов Ю. М., Пермяков Ю. В. Вертикальный вход твердых тел в воду // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1985. № 6. С. 3–9.
- Maynard D. K. Projectile impact and penetration dynamics. Correlation of analytical and experimental results // Proc. of the Intern. conf. on fract. mech. and tech., Hong Kong, 1977. S. l. P. 1329–1341.
- Forrestal M. J., Longcope D. B., Norwood F. R. A model to estimate forces on conical penetrations into porous rock // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1981. V. 48, N 3. P. 25–29.
- Rogers C. O., Pang S. S. Response of dry and liquid-filled porous rocks to static and dynamics loading by variously-shaped projectiles // J. Rock Mech. Rock Engng. 1986. V. 19, N 4. P. 235–260.
- Бухарев Ю. Н., Гандурин В. П., Кораблев А. Е. Экспериментальное исследование проникания недеформируемого ударника в глинистую среду и снег // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Изд-во Нижегор. ун-та, 1991. Вып. 48. С. 99–106.

- Forrestal M. J., Lee. L. M., Jenrette B. D. Laboratory-scale penetration experiments into geological targets to impact velocities of 2,1 km/s // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1986. V. 53, N 6. P. 317–320.
- Forrestal M. J., Lee. L. M., Jenrette B. D., Setchell R. E. Gas-gun experiments determine forces on penetrators into geological targets // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1984. V. 51, N 6. P. 602–607.
- Баландин В. В., Брагов А. М. Экспериментальная методика измерения сил сопротивления при взаимодействии ударника с грунтовой средой // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Изд-во Нижегор. ун-та, 1991. Вып. 47. С. 101–104.
- 14. Чиченев Н. А., Кудрин А. Б., Полухин П. И. Методы исследования процессов обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1977.
- 15. Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л. и др. Анализ применимости модифицированного метода Кольского для динамических испытаний грунтовых сред в деформируемой обойме // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 3. С. 155–162.
- Рыков Г. В. Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном грунте // ПМТФ. 1964. № 1. С. 85–89.
- 17. **Лагунов В. А., Степанов В. А.** Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
- 18. Дианов М. Д., Златин Н. А., Мочалов С. М. и др. Ударная сжимаемость сухого и водонасыщенного песка // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2, вып. 12. С. 529–532.
- 19. Брагов А. М., Грушевский Г. М. Влияние влажности и гранулометрического состава на ударную сжимаемость песка // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 12. С. 70–72.
- 20. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. М.: Мир, 1982.
- Абузяров М. Х., Баженов В. Г., Котов В. Л. и др. Метод распада разрывов в динамике упругопластических сред // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2000. Т. 40, № 6. С. 940–953.
- 22. Брагов А. М., Котов В. Л., Кочетков А. В., Крылов С. В. Обращенный эксперимент и численный анализ осесимметричных процессов соударения твердых тел и песчаного грунта // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физикомеханических процессов: Межвуз. сб. М.: Товарищество науч. изд. КМК, 1999. Вып. 60. С. 12–18.

Поступила в редакцию 6/III 2001 г., в окончательном варианте — 28/V 2001 г.