

УДК 519.86:533.6.011

ВХОД В АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ ТЕЛА С АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ КАЧЕСТВОМ И ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. И. Бородин

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
при Томском государственном университете, 634050 Томск

Решена задача спуска по планирующей траектории в атмосфере Земли гладкого затупленного тела, обладающего аэродинамическим качеством и теплопроводной поверхностью. Траектория спуска представлена не только высотой и скоростью как функциями времени полета, но и изменяющимися во времени углами атаки и скольжения. Пространственные уравнения параболизированного вязкого ударного слоя для многокомпонентной смеси газов решаются совместно с трехмерным уравнением нестационарной теплопроводности в твердой фазе.

Введение. В реальном полете вследствие интенсивного взаимодействия газового потока и оболочки летательного аппарата температура поверхности тела и конвективный поток тепла к ней являются функциями времени полета. Этим обуславливается необходимость рассмотрения взаимосвязанных процессов переноса, происходящих в газовой и твердой фазах [1]. Кроме того, при движении тел в атмосфере с большими сверхзвуковыми скоростями нагрев газа в приповерхностном слое инициирует протекание в нем различных физико-химических процессов, учет которых необходим для получения реальной физической картины течения. Определение характеристик теплообмена на поверхности спускаемого тела должно основываться на решении дифференциальных уравнений внешней газодинамики в многокомпонентных реагирующих газовых смесях совместно с уравнением теплопроводности в защитной оболочке этого тела [2].

В данной работе обтекание пространственных затупленных тел диссоциирующим потоком воздуха рассматривается в рамках модели параболизированного вязкого ударного слоя, являющейся модификацией общей теории вязкого ударного слоя [3] и первоначально предложенной для течений однородного газа [4, 5], а затем и для многокомпонентной смеси газов [6]. Учитываются многокомпонентная диффузия, гомогенные химические реакции, включающие реакции диссоциации-рекомбинации и обменные реакции. На ударной волне задаются обобщенные условия Рэнкина — Гюгонио, на поверхности тела — условия, учитывающие гетерогенные каталитические реакции. Уравнения вязкого ударного слоя решаются совместно с пространственным уравнением теплопроводности внутри покрытия. Численное исследование задачи в такой сопряженной постановке проведено для случая движения эллиптического параболоида вдоль траектории входа в атмосферу Земли.

Ранее сопряженный теплообмен в рамках теории вязкого ударного слоя учитывался при анализе течения в окрестности критической точки [7], при исследовании осесимметричных течений [8] и пространственного обтекания с фиксированным углом атаки (в течении присутствует плоскость симметрии) [9].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00298).

1. Постановка задачи. Для численного решения задачи обтекания под углами атаки и скольжения затупленного тела гиперзвуковым потоком химически неравновесной смеси газов будем использовать криволинейную систему координат x^i , связанную с поверхностью обтекаемого тела: ось x^3 направлена вдоль нормали к телу, оси x^1 и x^2 расположены на его поверхности. Уравнения пространственного параболизированного вязкого ударного слоя, описывающие течение между поверхностью обтекаемого тела и отошедшей ударной волной, с учетом неравновесных химических реакций и многокомпонентной диффузии в пренебрежении термодиффузией, диффузионным термоэффектом и бародиффузией в выбранной системе координат в безразмерных переменных имеют следующий вид [6]:

$$D_\alpha(\rho u^\alpha \sqrt{g/g_{(\alpha\alpha)}}) + \sqrt{g} D_3(\rho u^3) = 0; \quad (1)$$

$$\rho(Du^\alpha + A_{\beta\delta}^\alpha u^\beta u^\delta) = -g^{\alpha\beta} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}} D_\beta P + D_3((\mu/\text{Re})D_3 u^\alpha); \quad (2)$$

$$D_3 D_\alpha P = -D_\alpha(\rho A_{\beta\delta}^3 u^\beta u^\delta); \quad (3)$$

$$\rho(Du^3 + A_{\beta\delta}^3 u^\beta u^\delta) = -D_3 P; \quad (4)$$

$$\rho c_p DT - 2D^*P = D_3\left(\frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}} D_3 T\right) + \frac{\mu}{\text{Re}} B_{\alpha\beta} D_3 u^\alpha D_3 u^\beta - D_3 T \sum_{i=1}^N c_{pi} I_i - \sum_{i=1}^N h_i \dot{w}_i; \quad (5)$$

$$\rho D c_i + D_3 I_i = \dot{w}_i \quad (i = 1, \dots, N-1); \quad (6)$$

$$P = \rho T R \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i}, \quad c_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} c_i; \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N c_i = 1, \quad \sum_{i=1}^N I_i = 0, \quad (8)$$

где $D_i \equiv \partial/\partial x^i$; $D^* \equiv (u^\alpha/\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}})D_\alpha$; $D \equiv D^* + u^3 D_3$; $\text{Re} = \rho_\infty V_\infty L/\mu(T_0)$; $T_0 = 10^4$ К.

Систему (1)–(8) замыкают соотношения Стефана — Максвелла

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N-1} a_{ij} I_j &= -\frac{\mu}{\text{Re} \text{Sc}_{iN}} \sum_{j=1}^{N-1} b_{ij} D_3 c_j, \quad i = 1, \dots, N-1, \\ a_{ij} &= -a_{ij}^* c_i, \quad b_{ij} = -b_j^* c_i \quad (i \neq j), \\ a_{ii} &= \frac{\text{Sc}_{iN}}{\text{Sc}_{iN}} + \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} a_{ij}^* c_j, \quad b_{ii} = 1 + \sum_{j=1, j \neq i}^{N-1} b_j^* c_j, \\ a_{ij}^* &= \frac{m_N}{m_j} \frac{\text{Sc}_{ij}}{\text{Sc}_{iN}} - \frac{\text{Sc}_{iN}}{\text{Sc}_{iN}}, \quad b_j^* = \frac{m_N}{m_j} - 1, \quad \text{Sc}_{ij} = \frac{\mu}{\rho D_{ij}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $V_\infty u^i$ — физические составляющие вектора скорости по соответствующим осям координат; $\rho_\infty V_\infty^2 P$, $\rho_\infty \rho$, $T_0 T$ — давление, плотность, температура смеси газов, состоящей из N химических компонентов; $\mu(T_0)\mu$, $(V_\infty^2/(2T_0))c_p$, σ — вязкость, удельная теплоемкость, число Прандтля; c_i , m_i , $0,5V_\infty^2 h_i$, $(V_\infty/(2T_0))c_{pi}$, $V_\infty \rho_\infty I_i$, $V_\infty \rho_\infty \dot{w}_i/L$ — массовая концентрация, молекулярная масса, удельная энтальпия, удельная теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования массы i -го компонента в результате химических реакций; D_{ij} и Sc_{ij} — бинарные коэффициенты диффузии

и числа Шмидта; $R_G = V_\infty^2 R/T_0$ — универсальная газовая постоянная; $g_{\alpha\beta}$, $g^{\alpha\beta}$ — ковариантные и контравариантные компоненты первой квадратичной формы поверхности тела; $g = g_{11}g_{22} - g_{12}^2$; A_{ij}^k — известные функции формы тела [10]. По повторяющимся индексам, не заключенным в скобки, проводится суммирование. Латинские индексы принимают значения 1, 2 или 3 (кроме специально отмеченных случаев), греческие индексы равны 1 или 2. Все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру L . Нижние индексы w , ∞ , s соответствуют значениям на поверхности тела, в набегающем потоке и за ударной волной.

Уравнения вязкого ударного слоя решаются совместно с уравнением теплопроводности в этой же криволинейной системе координат x^i :

$$\frac{\partial T_B}{\partial t} = \frac{\varkappa}{\sqrt{g}} \left(D_1 \frac{g_{22}D_1T_B - g_{12}D_2T_B}{\sqrt{g}} + D_2 \frac{g_{11}D_2T_B - g_{12}D_1T_B}{\sqrt{g}} + D_3 \frac{D_3T_B}{\sqrt{g}} \right), \quad (10)$$

где $\varkappa = \lambda_B t^* / (\rho_B c_p L^2)$; t — время, отнесенное к характерному времени полета t^* ; индекс B соответствует параметрам твердой фазы (тела).

Система дифференциальных уравнений вязкого ударного слоя (1)–(6) и уравнение теплопроводности (10) решаются при следующих граничных условиях:

— на ударной волне

$$\begin{aligned} x^3 = x_s^3(x^1, x^2): \quad & \rho(u^3 - D^*x^3) = u_\infty^3, \quad u_\infty^3(u^\alpha - u_\infty^\alpha) = (\mu/\text{Re})D_3u^\alpha, \\ & P = (u_\infty^3)^2, \quad u_\infty^3(c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i = 1, \dots, N-1, \\ & \frac{\mu c_p}{\sigma u_\infty^3 \text{Re}} D_3T = \sum_{i=1}^N c_{i\infty}(h_i - h_{i\infty}) - (u_\infty^3)^2 - \\ & \quad - B_{\alpha\beta}(u^\alpha - u_\infty^\alpha)(u^\beta - u_\infty^\beta); \end{aligned} \quad (11)$$

— на границе раздела твердой и газовой фаз

$$\begin{aligned} x^3 = 0: \quad & u^i = 0, \quad I_i = \dot{r}_i, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad T = T_B, \\ & \frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}} D_3T - \sum_{i=1}^N h_i I_i = \Lambda D_3T_B + \Gamma T_B^4; \end{aligned} \quad (12)$$

— на внутренней стороне покрытия

$$x^3 = -l/L: \quad D_3T_B = 0. \quad (13)$$

Здесь $\rho_\infty V_\infty \dot{r}_i$ — скорость образования i -го компонента за счет гетерогенных реакций; $\Lambda = \lambda_B / (\rho_\infty V_\infty c_p L)$; $\Gamma = 2\varepsilon_B \sigma_B T_0^4 / (\rho_\infty V_\infty^3)$; ε_B — коэффициент черноты поверхности; σ_B — постоянная Стефана — Больцмана; l — толщина покрытия.

В качестве начального условия для уравнения (10) задается начальная температура оболочки. Диссоциирующий воздух в ударном слое представляется как идеальная смесь пяти химических компонентов (O_2 , N_2 , NO , O , N), в которой протекают реакции диссоциации-рекомбинации и реакции обмена. Зависимости констант скоростей прямых и обратных реакций от температуры определялись согласно [11]. Коэффициенты переноса и термодинамические функции вычислялись по формулам, приведенным в [12–16].

Атмосфера считается изотермической с распределением плотности ρ_∞ [г/см³] по высоте H [км]: $\rho_\infty = 1,225 \cdot 10^{-3} \exp(-0,142H)$. Предполагается, что гетерогенные каталитические реакции являются реакциями первого порядка: $\dot{r}_i = -\rho k_{wi} c_i$ ($i \equiv \text{O}, \text{N}, \text{NO}$), где $V_\infty k_{wi}$ — константа скорости гетерогенной рекомбинации. Рассматривались две модели каталитического взаимодействия между газом и твердой поверхностью: 1) $k_{wi} = 0$ (нейтральная поверхность); 2) $k_{wi} = \infty$ (идеально каталитическая поверхность).

2. Метод решения уравнений вязкого ударного слоя. Для нахождения численного решения задачи в газовой фазе на поверхности тела выберем полярную систему координат с центром в точке торможения [17], являющуюся в этой точке вырожденной. В точке торможения нормаль к поверхности обтекаемого тела совпадает с направлением набегающего потока, которое полностью определяется углами атаки α и скольжения β . Одно семейство координатных линий ($x^1 = \text{const}$) является концентрическими “окружностями”, другое ($x^2 = \text{const}$) — пучком “лучей” с центром в начале координат.

С учетом особенности выбранной системы координат на поверхности перейдем к новым переменным

$$\begin{aligned}\xi^\alpha &= x^\alpha, & \zeta &= \frac{1}{\Delta} \int_0^{x^3} \rho dx^3, & \Delta &= \Delta(\xi^1, \xi^2) = \int_0^{x^3} \rho dx^3, \\ \frac{\partial f_\alpha}{\partial \zeta} &= \frac{u^\alpha}{u_*^\alpha}, & \theta &= \frac{T}{T_*}, & u_*^1 &= u_\infty^1, & u_*^2 &= \xi^1, & T_* &= \frac{(u_\infty^3)^2}{2}, \\ \rho u^3 \sqrt{g} &= -\frac{\partial}{\partial \xi^\alpha} (\psi_*^{(\alpha)} f_\alpha) - \psi_*^{(\alpha)} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x^\alpha}, \\ \psi_*^\alpha &= \Delta u_*^\alpha \sqrt{\frac{g}{g(\alpha\alpha)}}, & P_\alpha &= \frac{1}{(\xi^1)^\alpha} \frac{\partial P}{\partial \xi^\alpha}, & X_i &= \frac{I_i}{\Delta}, & i &= 1, \dots, N,\end{aligned}$$

что позволяет разрешить особенности в критической точке.

В новых переменных уравнение неразрывности (1) удовлетворяется тождественно, вся система дифференциальных уравнений (2)–(8) с граничными условиями (11), (12) в этих переменных приведена в [6].

Соотношения Стефана — Максвелла записываются в виде [18]

$$X_i = \alpha_i \frac{\partial c_i}{\partial \zeta} + \beta_i c_i, \quad i = 1, \dots, N - 1. \quad (14)$$

Для определения потока X_i интегрируется соответствующее уравнение неразрывности для i -го компонента, а для вычисления его концентрации c_i используется это уравнение с заменой X_i из уравнения (14). Данный подход позволяет найти неизвестные концентрации входящих в смесь газов без предварительного разрешения соотношений Стефана — Максвелла относительно диффузионных потоков.

Таким образом, полученная система уравнений, описывающая течение смеси в ударном слое, содержит два уравнения третьего порядка по поперечной координате ζ относительно функций тока f_α , уравнение второго порядка для температуры θ , уравнение второго порядка для координаты x^3 (которое является следствием уравнения импульсов в проекции на нормаль к поверхности тела, уравнения неразрывности и уравнения состояния), два уравнения первого порядка для продольных составляющих градиента давления P_α , $N - 1$ уравнений первого порядка для диффузионных потоков X_i и $N - 1$ уравнений второго порядка относительно концентраций c_i .

Нормальная составляющая вектора скорости u^3 и плотность ρ определяются по следующим формулам:

$$u^3 = -A \frac{\partial x^3}{\partial \zeta} + (\xi^1)^{2-\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \zeta} \frac{\partial x^3}{\partial \xi^\alpha}, \quad \rho = \frac{\Delta \xi^1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial x^3}{\partial \zeta} \right)^{-1}.$$

Для численного интегрирования дифференциальных уравнений второго и третьего порядка по поперечной координате ζ использовалась неявная конечно-разностная схема,

имеющая порядок аппроксимации $O(\delta\xi^1) + O(\delta\xi^2)^2 + O(\delta\zeta)^4$, представляющая собой обобщение на трехмерный случай схемы [19] и использующая переменный шаг по координате ζ . В конвективном операторе производные по маршевой координате ξ^1 заменяются разностями против потока, а производные по окружной координате ξ^2 аппроксимируются центральными разностями на основе решения, полученного на предыдущей итерации на текущей “окружности” $\xi^1 + \delta\xi^1 = \text{const}$.

Уравнения первого порядка интегрируются методом Симпсона с четвертым порядком точности по ζ .

Величина $\Delta(\xi^1, \xi^2)$ определяется после окончания расчета всей “окружности” на каждой итерации методом циклической прогонки [20] и, таким образом, является связующей функцией решений, полученных во всех расчетных точках текущей “окружности”.

Так как введенная на поверхности обтекаемого тела система координат (ξ^1, ξ^2) вырождается в критической точке, для решения исходных уравнений в этой точке использовалась невырожденная криволинейная система координат. Полученное решение затем пересчитывалось в систему координат (ξ^1, ξ^2, ζ) по алгебраическим формулам [17] и полагалось начальным для расчета всей области.

Для повышения точности расчетов при больших числах Рейнольдса использовалась неравномерная по координате ζ (сгущающаяся к поверхности тела) разностная сетка. В этом случае для выделения тонкого пограничного слоя у поверхности тела использовался итерационный процесс адаптации сетки, который при решении уравнений вязкого ударного слоя в критической точке обеспечивал приблизительно равномерное приращение искомых функций на каждом шаге по координате ζ . Полученное в критической точке распределение узлов по ζ использовалось для всех остальных расчетных узлов обтекаемой поверхности.

3. Метод решения уравнения теплопроводности. При численном решении задачи распространения тепла внутри тела использовалась та же система координат, что и для расчета газовой фазы, но фиксированная, с центром в вершине обтекаемого тела (при нулевом угле атаки системы координат вдоль поверхности для расчета газовой фазы и распространения тепла внутрь тела совпадают). Такой выбор системы координат обусловлен тем, что области интегрирования вдоль поверхности тела совпадают, кроме того, уравнение (10) значительно упрощается за счет ортогональности системы координат ($g_{12} = 0$). С учетом особенностей в начале координат уравнение теплопроводности принимает вид

$$\frac{1}{\varkappa} \frac{\sqrt{g}}{\xi} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \right) \frac{1}{\xi} \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{g_{22}}{\xi \sqrt{g}} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{g_{11} \xi}{\sqrt{g}} \right) \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{\xi g_{11}}{\sqrt{g}} \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} - \frac{\sqrt{g}}{\xi} \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (15)$$

Здесь для удобства приняты обозначения $\xi \equiv x^1$, $\eta \equiv x^2$, $\zeta \equiv x^3$, $T \equiv T_B$. Это уравнение в начале координат ($\xi = 0$) вырождается в уравнение

$$\frac{1}{\varkappa} \frac{\sqrt{g}}{\xi} \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{g_{22}}{\sqrt{g}} \right) + \frac{g_{22}}{\xi \sqrt{g}} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\xi g_{11}}{\sqrt{g}} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\xi g_{11}}{\sqrt{g}} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} \right) - \frac{\sqrt{g}}{\xi} \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} = 0. \quad (16)$$

Из анализа уравнения (16) следует, что при $\xi = 0$ производные $\partial T / \partial \xi$ и $\partial^2 T / \partial \xi^2$ равны нулю.

Для решения уравнения теплопроводности (15) применена неявная трехшаговая схема метода чередующихся направлений, предложенная в [21] (см. также [22]). Схема имеет порядок точности $O(\delta t^2, \delta \xi^2, \delta \eta^2, \delta \zeta^2)$ и безусловно устойчива.

На первом шаге все производные по ξ в уравнении (15) аппроксимировались центральными разностями, производные по оставшимся двум направлениям вычислялись заранее. На обеих границах области интегрирования по маршевой координате ξ задавались нулевые вторые производные. Решение полученной таким образом системы трехточечных уравнений относительно температуры T находилось методом прогонки [20], после чего вычислялись производные $\partial T/\partial \xi$ и $\partial^2 T/\partial \xi^2$ по тем же центральным разностям.

На втором шаге производные по η аппроксимировались центральными разностями, причем учитывалось условие периодичности температуры по этой переменной. Производные по ξ и ζ известны. Полученная система трехточечных уравнений относительно функции T/ξ^2 (что принципиально для устойчивости прогонки в окрестности начала координат) решалась методом циклической прогонки [20]. По найденной температуре вычислялись производные $\partial T/\partial \eta$ и $\partial^2 T/\partial \eta^2$.

На третьем шаге для окончательного нахождения температуры использовалась та же неявная конечно-разностная схема четвертого порядка аппроксимации по переменной ζ [19], но на постоянной равномерной сетке при известных производных по двум другим пространственным переменным и заданных первых производных по ζ на границах.

Вследствие принятого допущения о квазистационарности процессов в газовой фазе общий алгоритм решения сопряженной задачи состоит в следующем: для известной в начальный момент времени температуры поверхности с заданной точностью рассчитывались все параметры течения смеси во всей области между поверхностью тела и поверхностью ударной волны, затем из уравнения баланса тепловых потоков на поверхности раздела газовой и твердой сред определялся градиент температуры тела по нормальной координате, который является граничным условием для уравнения теплопроводности. После расчета поля температуры внутри оболочки с новым значением температуры поверхности определяются параметры в газовой среде. Процесс повторяется, причем входные параметры задачи расчета течения в вязком ударном слое (высота H , скорость полета V_∞ , углы атаки и скольжения и как следствие параметры потока на бесконечности) вычисляются для очередной текущей точки траектории.

Особенность предложенного численного метода решения сопряженной задачи состоит в том, что для его реализации не требуется наличия в потоке плоскостей симметрии (поэтому можно проводить расчеты для общего случая обтекания тел с теплопроводной поверхностью под углами атаки и скольжения), а при вычислении коэффициентов трения и теплообмена на поверхности тела не требуется численного дифференцирования полученных профилей скорости и температуры поперек ударного слоя. Расчеты показали, что данный метод обладает устойчивостью, экономичен и позволяет получать решение сопряженной задачи в широком диапазоне определяющих параметров, соответствующем заданной траектории полета.

4. Результаты. В качестве спускаемого по траектории тела взят эллиптический параболоид, уравнение которого в декартовой системе координат имеет вид

$$2z = (x/b)^2 + (y/c)^2, \quad b = 1, \quad c = 1,5811. \quad (17)$$

Отношение главных кривизн в вершине этого параболоида $k = 0,4$. В качестве характерного линейного размера в задаче принят наименьший из радиусов главных кривизн в этой точке $L = 0,5$ м. Коэффициент черноты поверхности $\varepsilon_B = 0,85$. Материалы для теплозащитного покрытия — графит ($\rho_B c_{pB} = 1,6$ Дж/(К·см³), $\lambda_B = 0,88$ Вт/(К·см)) и кварц ($\rho_B c_{pB} = 1,77$ Дж/(К·см³), $\lambda_B = 0,046$ Вт/(К·см)). Начальная температура покрытия 300 К.

Для подтверждения достоверности результатов, приведенных ниже, решена задача обтекания данного параболоида в условиях движения вдоль траектории входа в атмосферу Земли, взятой из [23]. Полученные в работе значения температуры теплопроводной

Номер контрольной точки	H , км	V , м/с	t , с	α , град	β , град
1	122,0	7810	0	34	30
2	99,7	7840	190	34	24
3	76,1	7680	430	34	70
4	65,3	6240	900	32	53
5	48,4	2724	1470	30	10
6	46,8	2440	1525	30	17
7	27,4	985	1790	15	29
8	21,8	463	1905	10	-10
9	21,4	454	1909	10	-10

поверхности (графитовое покрытие толщиной 2 см, перетеканием тепла вдоль покрытия пренебрегалось) в вершине параболоида совпали с данными, приведенными в [9] для обеих моделей гетерогенных каталитических реакций. При этих же условиях исследовано влияние шага интегрирования по времени и установлено, что результаты численных расчетов при $\delta t = 10$; 1 с практически совпадают. Во всех приведенных ниже вариантах шаг по времени равен 10 с.

В настоящей работе рассматривался спуск параболоида (17) по траектории, взятой из [24], параметры которой приведены в таблице.

Расчетная область представляет собой пространство, заключенное между поверхностью ударной волны, внутренней поверхностью оболочки параболоида и поверхностью, образованной нормальными, выходящими из сечения параболоида плоскостью $z = 0,8$. Эта плоскость выбрана так, чтобы по всей траектории (т. е. при заданных α и β) критическая точка попадала в расчетную область. Таким образом, расчет течения многокомпонентной смеси вблизи поверхности эллиптического параболоида в выбранной криволинейной системе координат начинается с критической точки с координатой $\xi^1 = 0$ и заканчивается в заданном сечении, совпадающем с координатной линией $\xi^1 = 1$, а решение уравнения теплопроводности в оболочке находится в системе координат (ξ, η, ζ) , где $\xi = 0$ соответствует вершине параболоида, а граница $\xi = 1$ на поверхности тела совпадает с указанной выше координатной линией $\xi^1 = 1$.

Цель данного численного эксперимента — оценить влияние перетекания тепла по продольным направлениям на характеристики теплообмена для различных материалов теплозащитного покрытия.

Рассмотрим случай, когда тело обтекается встречным потоком под нулевым углом атаки. Тогда в задаче имеются две плоскости симметрии, совпадающие с плоскостями симметрии самого параболоида, а криволинейные системы координат на поверхности тела для газовой (ξ^1, ξ^2) и твердой (ξ, η) фаз совпадают, в силу чего отсутствует необходимость интерполяции граничных условий с одной разностной сетки на другую. Такое упрощение задачи позволяет также значительно сократить расчетное время. Ниже приведены результаты расчетов для идеально каталитической поверхности (модель 2). В этом случае, как показали расчеты и как следует из [9], все результаты могут считаться верхними оценками для различных гетерогенных каталитических реакций.

На рис. 1 представлены зависимости температуры в критической точке на внешней (кривые 1) и внутренней (кривые 2) поверхностях защитного покрытия от времени полета для графитового (рис. 1, а) и кварцевого (рис. 1, б) покрытий толщиной 10 см. Штриховые кривые соответствуют расчетам, выполненным без учета продольного перетекания тепла, сплошные — с учетом. Для графитового покрытия характер всех зависимостей аналогичен: наблюдается ярко выраженный максимум, который при учете перетекания тепла сдвигается по времени и уменьшается на 250 К. Для кварцевого покрытия картина иная.

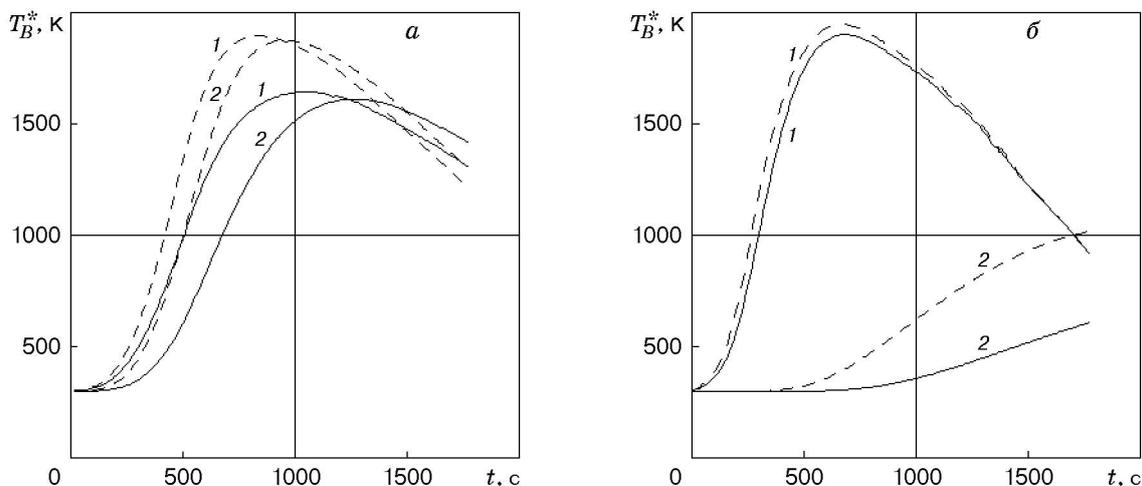


Рис. 1

Зависимости температур внешней стороны оболочки в обоих случаях имеют максимум в одной и той же точке траектории ($H = 67,5$ км, $V = 7150$ м/с) с отличием 35 К. В то же время температура внутренней поверхности — монотонно возрастающая функция, и здесь влияние процесса перетекания в продольных направлениях более существенно (различие температур превышает 400 К).

Введем понятие максимальной температуры защитной оболочки обтекаемого тела в течение времени полета t_k : $T_{\max} = \max_{0 \leq t \leq t_k} T_B(t, \xi, \eta, \zeta)$. На рис. 2 приведено распределение максимальной температуры нагрева внешней (кривые 1, 2) и внутренней (кривые 1', 2') сторон защитной оболочки из кварца ($l = 10$ см) в течение 1760 с движения параболоида по заданной траектории по координате z вдоль плоскостей симметрии (кривые 1, 1' — $x = 0$, кривые 2, 2' — $y = 0$). Как и на рис. 1, сплошные и штриховые кривые соответствуют расчетам с учетом и без учета перетекания тепла вдоль поверхности тела. Для всех приведенных распределений максимум находится в критической точке (вершине параболоида).

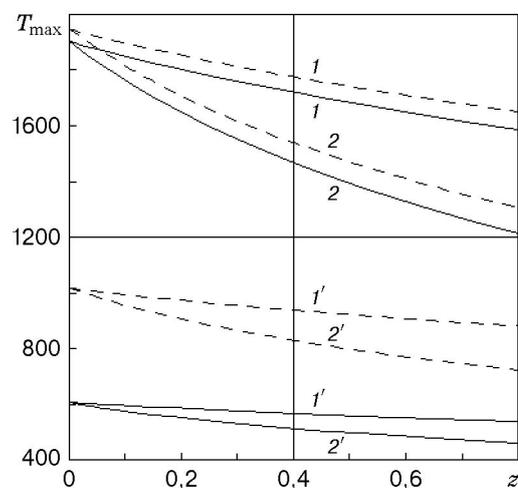


Рис. 2

Как и в задаче для критической точки, неучет перетекания тепла в продольном и окружном направлениях приводит к завышению температуры поверхности во всей расчетной области.

Рассмотрим более сложную задачу — движение параболоида по траектории с учетом изменяющихся со временем углов атаки и скольжения (см. таблицу). Рассматривается кварцевая оболочка толщиной 10 см. В этом случае симметрия в задаче отсутствует, критическая точка с изменением углов α и β меняет свое положение на поверхности обтекаемого тела. Существенно пространственный характер задачи усложняется при учете перетекания тепла вдоль продольных направлений в теплопроводной оболочке.

На рис. 3 в плоскости (x, y) представлены изолинии температуры поверхности параболоида (в кельвинах) в различные моменты спуска по траектории. Расходящиеся “лучи” являются координатными линиями $\xi^2 = 0,5\pi k$ ($k = 0, \dots, 3$), их точка пересечения

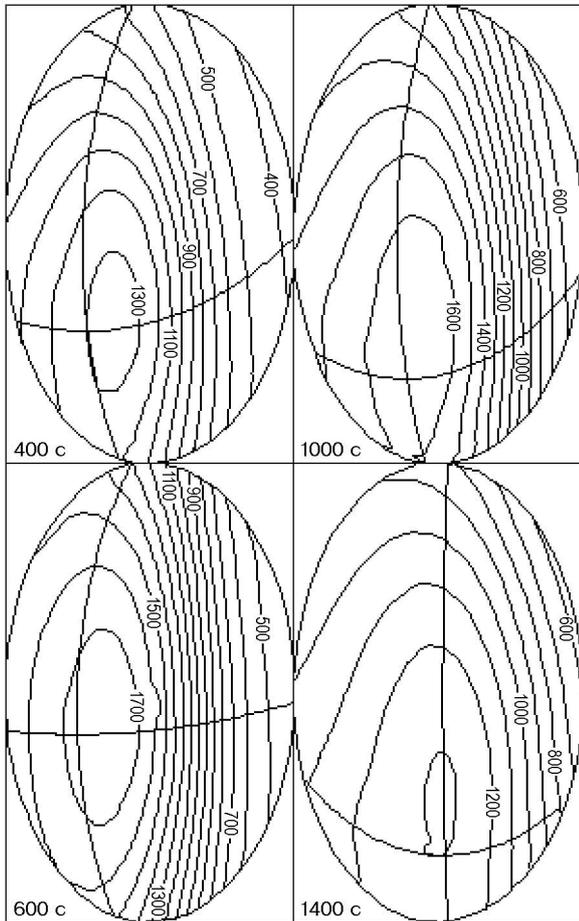


Рис. 3

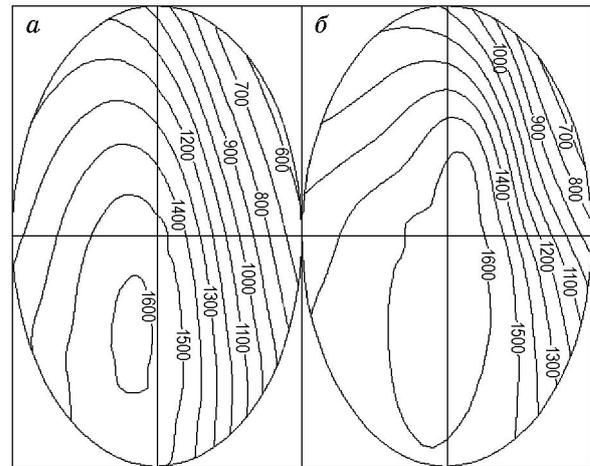


Рис. 4

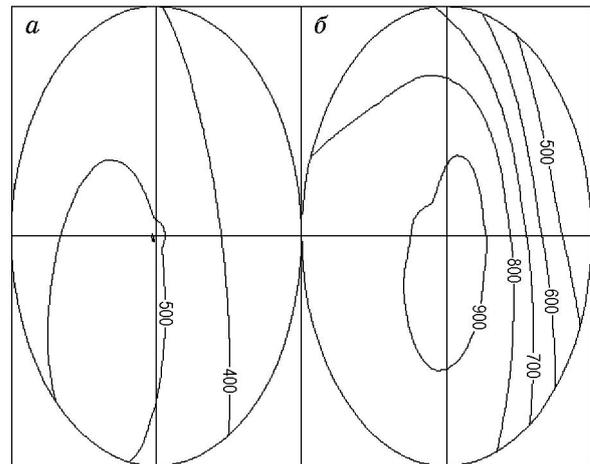


Рис. 5

($\xi^1 = 0$) — критическая точка, эллипс — граница расчетной области ($\xi^1 = 1$, т. е. $z = 0,8$). Вершина параболоида с координатами $(0, 0)$ находится в центре эллипса. На рис. 3 видно, что критическая точка, хотя и не является точкой максимума температуры поверхности, находится в зоне повышенных температур. Сама зона со временем перемещается по поверхности обтекаемого тела. При этом меняются ее форма и температура в ней.

На рис. 4 показано распределение предельно достигаемой температуры поверхности параболоида T_{\max} в течение 1560 с полета с учетом перетекания тепла вдоль тела (рис. 4, *a*) и в случае, когда тепло распространяется только в нормальном к поверхности направлении (рис. 4, *б*). Видно, что зона, где температура превышает 1600 К, в первом случае значительно меньше. Область на рис. 4, *a*, где $T > 1400$ К, сформировалась при $t = 1070$ с, область, где $T < 1400$ К, — при $t = 1300$ с.

На рис. 5 представлено распределение предельно достигаемой температуры T_{\max} внутренней поверхности оболочки за то же время и для тех же условий, что и на рис. 4. На рис. 5 влияние продольного перетекания тепла еще сильнее: положения зон повышенных температур не совпадают. Кроме того, на рис. 5, *a* максимальная температура не превышает 525 К, тогда как на рис. 5, *б* $T_{\max} > 900$ К и почти во всей области температура больше 500 К. В отличие от распределения максимальной температуры внешней стороны оболочки представленная на рис. 5 картина сформировалась лишь к последнему рассматриваемому в данной работе моменту полета.

На основе многочисленных расчетов и представленных в данной работе результатов можно сделать вывод, что учет аэродинамического качества спускаемого аппарата и трехмерных процессов распространения тепла в его защитной оболочке существенно меняют распределение тепловых нагрузок на защищаемой поверхности тела, которое должно учитываться при проектировании спускаемых аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б.** Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
2. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
3. **Davis R. T.** Numerical solution of the hypersonic viscous shock layer equations // AIAA J. 1970. V. 8, N 5. P. 843–851.
4. **Бородин А. И., Пейгин С. В.** Пространственное обтекание затупленных тел в рамках модели параболизированного вязкого ударного слоя // Мат. моделирование. 1993. Т. 5, № 1. С. 16–25.
5. **Бородин А. И., Пейгин С. В.** Модель параболизированного вязкого ударного слоя для исследования пространственного гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31, № 6. С. 925–933.
6. **Бородин А. И., Казаков В. Ю., Пейгин С. В.** Моделирование многокомпонентных химически неравновесных течений в рамках модели параболизированного пространственного вязкого ударного слоя // Мат. моделирование. 1996. Т. 8, № 10. С. 3–14.
7. **Зинченко В. И., Пырх С. И.** Неравновесный вязкий ударный слой в окрестности критической точки с учетом сопряженного теплообмена // ПМТФ. 1979. № 3. С. 108–114.
8. **Зинченко В. И., Пырх С. И.** Расчет неравновесного вязкого ударного слоя с учетом сопряженного теплообмена // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1984. № 2. С. 146–153.
9. **Гершбейн Э. А., Крупа В. Г., Щелин В. С.** Пространственный химически неравновесный вязкий ударный слой на каталитической поверхности с учетом сопряженного теплообмена // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1985. № 6. С. 140–146.
10. **Шевелев Ю. Д.** Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977.
11. **Miner E. W., Lewis C. H.** Hypersonic ionizing air viscous shock-layer flows over nonanalytic blunt bodies. S. l., 1975. (Rep. / NASA; N 2550).
12. **Wilke C. R.** A viscosity equation of gas mixtures // J. Chem. Phys. 1959. V. 18, N 4. P. 517–519.
13. **Mason E. A., Saxena S. C.** Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures // Phys. Fluids. 1958. V. 1, N 5. P. 361–369.
14. **Svehla R. A.** Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures. S. l., 1962. (Rep. / NASA; N R-132).
15. **Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.** Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
16. **Гурвич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др.** Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справ. изд. М.: Наука, 1978. Т. 1, кн. 2.
17. **Бородин А. И., Пейгин С. В.** Пространственный тонкий вязкий ударный слой при отсутствии в течении плоскостей симметрии // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1989. № 2. С. 150–158.
18. **Гершбейн Э. А.** Ламинарный многокомпонентный пограничный слой при больших вдувах // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. № 1. С. 64–73.

19. **Петухов И. В.** Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 305–325.
20. **Самарский А. А., Николаев Е. С.** Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
21. **Douglas J.** Alternating direction methods for three space variables // Numer. Math. 1962. Bd 4. S. 41–63.
22. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
23. **Masek R. V., Hender D., Forney J. A.** Evaluation of aerodynamic uncertainties for space shuttle. N.Y., 1973. (Paper / AIAA; N 737).
24. **Астронавтика** и ракетодинамика: Реф. сб. / ВИНТИ. М., 1974. № 34.

Поступила в редакцию 19/1 2001 г.
