

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПАНЕЛЕЙ КРЫЛА САМОЛЕТА SSJ-100

Б. Д. Аннин, А. И. Олейников^{*,**}, К. С. Бормотин^{**}

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

* Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, 681005 Комсомольск-на-Амуре

** Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,

681013 Комсомольск-на-Амуре

E-mails: annin@hydro.nsc.ru, cvmi@knastu.ru

Рассматриваются задачи неупругого деформирования трехмерных тел с большими перемещениями и поворотами, в которых дополнительно к искомым полям подлежат определению поверхностные силы и граничные перемещения. Дается экспериментальное обоснование предложенных определяющих уравнений установившейся ползучести для трансверсально-изотропных материалов с различными характеристиками при растяжении и сжатии. Для данных материалов приведены алгоритмы и результаты конечно-элементного решения задачи.

Ключевые слова: граничные условия, неупругость, релаксация, остаточные перемещения.

Введение. В последнее время при исследовании задач неупругого деформирования с граничными условиями, определяемыми по заданным остаточным перемещениям, основное внимание уделяется развитию формулировок различных классов таких задач, установлению достаточных условий их корректности, обоснованию итерационных и пошаговых методов их решения [1–5]. Применение этих методов позволяет находить решения для пластин и стержней [6–8]. В работе [9] представлено решение для трехмерного изотропного тела.

На практике решение такого рода задач обычно основывается на применении простых полуэмпирических соотношений, для установления которых анализируется массив пробных решений, полученных опытным путем. Такой путь сопряжен с большими материальными и временными затратами, которые нередко приводят к нерентабельности решения. Поэтому современные методы проектирования предусматривают поиск пробных решений путем компьютерного моделирования граничных воздействий и процессов деформирования [10].

1. Определяющие соотношения. Согласно экспериментальным данным [11–14] используем следующие модели деформирования материала заготовок.

Пусть σ_{ij} , ε_{ij} — соответственно компоненты тензоров напряжений и деформаций в прямоугольной декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) , s_{ij} , e_{ij} — их девиаторы: $s_{ij} =$

Работа выполнена в рамках целевой программы Министерства образования и науки РФ “Развитие научного потенциала высшей школы (2009–2010 гг.)” (код проекта 2.1.1/1686), программы Президиума РАН № 11 (код проекта 09-И-П11-03), Интеграционного проекта СО РАН, УрО РАН, ДВО РАН “Моделирование деформационных процессов с учетом многофакторности в поведении среды и внешних воздействий”, а также при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 07-01-00747, 09-01-98514-р-восток-а).

$\sigma_{ij} - \sigma_{pq}\delta_{pq}/3$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{pq}\delta_{pq}/3$ ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$). Здесь и ниже по повторяющимся индексам проводится суммирование от 1 до 3. Полные деформации ε_{ij} представляют собой сумму упругих и неупругих деформаций:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^n.$$

Для неупругих деформаций выполняется условие несжимаемости

$$\varepsilon_{ij}^n \delta_{ij} = 0.$$

Упругие деформации связаны с напряжениями законом Гука

$$\varepsilon_{ij}^e = [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kl}\delta_{kl}]/E, \quad (1.1)$$

где E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

Неупругие деформации представляют собой сумму пластических деформаций и деформаций ползучести:

$$\varepsilon_{ij}^n = \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^c.$$

Критерием достижения начального пластического состояния является условие Губера — Мизеса

$$(3/2)s_{ij}s_{ij} = \sigma_y^2, \quad (1.2)$$

где σ_y — предел текучести материала заготовки при одноосном растяжении.

Поверхность нагружения соответствует изотропному упрочнению материала:

$$f \equiv 3J_2^s - \sigma_{y*}^2 = 0.$$

Здесь J_2^s — второй инвариант девиатора; σ_{y*} — текущее значение предела текучести. Если $f < 0$ или $f = 0$ и $(\partial f/\partial\sigma_{kl})d\sigma_{kl} \leq 0$, то $d\varepsilon_{ij}^p = 0$. Если $f = 0$ и $(\partial f/\partial\sigma_{kl})d\sigma_{kl} > 0$, то приращения пластической деформации записываются в виде

$$d\varepsilon_{ij}^p = s_{ij}h(J_2^s)dJ_2^s, \quad (1.3)$$

где

$$h(J_2^s) = \frac{1}{2\sqrt{6}J_2^s} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{\mu} \right), \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (1.4)$$

E_t — касательный модуль. Для рассматриваемых в данной работе материалов величина E_t является постоянной и характеризует интенсивность линейного упрочнения. Приращения деформации ползучести определяются по формуле

$$d\varepsilon_{ij}^c = \dot{\varepsilon}_{ij}^c dt,$$

где t — время; $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$ — скорость деформаций установившейся ползучести для трансверсально-изотропного материала с плоскостью изотропии (x_1, x_2) и с неодинаковыми характеристиками на растяжение и сжатие [15–18]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \gamma(\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \xi, \eta)s_{ij}, \quad \gamma = f_1(\xi, \eta)\sigma_{c1}^{n_1-1} + f_2(\xi, \eta)\sigma_{c2}^{n_2-1}. \quad (1.5)$$

В правой части (1.5)

$$\begin{aligned} \sigma_{cm} &= \sqrt{3T_m/2}, & T_m &= a_m J_1^2 + b_m J_2 + c_m J_3, & m &= 1, 2 \quad (a_m > 0, \quad b_m > 0, \quad c_m > 0), \\ \xi &= J_1/\sqrt{J}, & \eta &= \sqrt{J_3/J}, & J &= J_1^2 + J_2 + J_3, \\ J_1 &= \sigma_{33} - (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2, & J_2 &= (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2, & J_3 &= \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2, \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$f_1(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^3 \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^6 \frac{\mathbf{r}_l \cdot \mathbf{r}_{kl}}{\mathbf{r}_{kl} \cdot \mathbf{r}_{kl}}, \quad f_2(\xi, \eta) = \sum_{k=4}^6 \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^6 \frac{\mathbf{r}_l \cdot \mathbf{r}_{kl}}{\mathbf{r}_{kl} \cdot \mathbf{r}_{kl}},$$

$$\mathbf{r}_l = (\xi - \xi_l)\mathbf{e}_1 + (\eta - \eta_l)\mathbf{e}_2, \quad \mathbf{r}_{kl} = (\xi_k - \xi_l)\mathbf{e}_1 + (\eta_k - \eta_l)\mathbf{e}_2 \quad (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\beta = \delta_{\alpha\beta}).$$

Параметры $|\xi| \leq 1$, $0 \leq \eta \leq 1$ в соответствии с формулами (1.6) определяют тип напряженного состояния трансверсально-изотропного тела в данном направлении. Постоянные a_m, b_m, c_m находятся по характеристикам участка установившейся ползучести кривых ползучести, полученных при чистом растяжении ($m = 1$) и чистом сжатии ($m = 2$) в данном направлении:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} B_{13} \right)^{2/(n_1-1)}, \quad b_1 = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} B_{11} \right)^{2/(n_1-1)} - \frac{a_1}{4}, \quad c_1 = 4 \left(\frac{3}{2} B_{1\times} \right)^{2/(n_1-1)} - \frac{a_1}{4} - b_1, \\ a_2 &= \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} B_{23} \right)^{2/(n_2-1)}, \quad b_2 = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} B_{21} \right)^{2/(n_2-1)} - \frac{a_2}{4}, \quad c_2 = 4 \left(\frac{3}{2} B_{2\times} \right)^{2/(n_2-1)} - \frac{a_2}{4} - b_2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь $B_{13}, B_{11}, B_{1\times}, n_1$ — соответственно коэффициенты и показатель степенной зависимости скорости ползучести от напряжения при чистом растяжении вдоль трех направлений: по осям x_3 и x_1 (или x_2) и под углом 45° к оси x_3 в плоскости (x_2, x_3) . Эти направления растяжения характеризуются соответствующими значениями параметров ξ и η , а именно $(\xi_1, \eta_1) = (1, 0)$, $(\xi_2, \eta_2) = (-1/\sqrt{5}, 0)$, $(\xi_3, \eta_3) = (1/3, 2/3)$. Коэффициенты $B_{23}, B_{21}, B_{2\times}$ и показатель n_2 соответствуют чистому сжатию в данных направлениях, при этом $(\xi_4, \eta_4) = (-1, 0)$, $(\xi_5, \eta_5) = (1/\sqrt{5}, 0)$, $(\xi_6, \eta_6) = (-1/3, 2/3)$. Приведенные шесть точек (ξ_l, η_l) являются узлами интерполяции полиномов $f_1(\xi, \eta), f_2(\xi, \eta)$ в (1.5).

2. Численные методы решения задач пластичности и установившейся ползучести. Рассматриваемый процесс формообразования включает две стадии: активную, на которой происходит упруговязкопластическое деформирование заготовки в штамповой оснастке, и пассивную, на которой происходит разгрузка заготовки, освобожденной от штампа. Конечное напряженно-деформированное состояние на активной стадии является начальным состоянием на пассивной стадии. Закрепление заготовки, исключаяющее перемещение ее как абсолютно твердого тела, на обеих стадиях одинаково, массовые и инерционные силы не учитываются.

Предполагается, что при разгрузке происходит чисто упругое деформирование, приращения неупругих деформаций отсутствуют. Активная стадия, в свою очередь, также включает два этапа. На первом из них осуществляется прижатие лицевых сторон “холодной” (температура около 20°C) заготовки к рабочим поверхностям штампов, в процессе которого происходит упругопластическое деформирование заготовки. На втором этапе в течение заданного времени при повышенной температуре (близкой к температуре искусственного старения) в заготовке, зажатой в данной штамповой оснастке, происходят процессы релаксации напряжений и деформации ползучести. Процесс нагрева заготовки с оснасткой, так же как и процесс остывания, в данной работе не рассматриваются, так как их влияние на результат формообразования панели предполагается незначительным.

Поскольку данный процесс формообразования в основном представляет собой изгиб сравнительно тонкой заготовки, деформации предполагаются малыми, а перемещения и повороты большими; отсчетная конфигурация, в которой введена система координат (x_1, x_2, x_3) , совпадает с начальной конфигурацией тела. Таким образом, σ_{ij} — компоненты второго тензора напряжений Пиолы — Кирхгофа, ε_{ij} — компоненты тензора деформаций Грина — Лагранжа.

Уравнения равновесия записываются в слабой форме

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = \int_V \rho f_i \delta u_i dV + \int_{S_T} \tilde{T}_i \delta u_i dS. \quad (2.1)$$

Здесь u_i , \tilde{T}_i — компоненты векторов перемещений и поверхностных сил соответственно; ρ — массовая плотность материала заготовки в отсчетной конфигурации; V — область, занимаемая телом в отсчетной конфигурации; $S = S_u \cup S_T$ ($S_u \cap S_T = \emptyset$) — поверхность тела; символ “ δ ” обозначает вариацию ($\delta u_i = 0$ на S_u).

На активной стадии тело на части поверхности S_T подвергается действию поверхностных сил \tilde{T}_i :

$$\tilde{T}_i = n_j \left(\sigma_{ij} + \sigma_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right), \quad (2.2)$$

где n_i — компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности S_T в отсчетной конфигурации.

На части поверхности тела S_u задаются компоненты вектора перемещений \tilde{u}_i :

$$u_i = \tilde{u}_i. \quad (2.3)$$

Уравнения связи между компонентами тензоров полных деформаций ε_{ij} и градиента перемещений $\partial u_i / \partial x_k$ имеют вид

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right). \quad (2.4)$$

Уравнения (2.1) интегрируются пошаговым методом. Считая шаг Δt достаточно малым и следуя [19], получаем линеаризованное уравнение равновесия (2.1), записанное в приращениях:

$$\begin{aligned} & \int_V \delta \varepsilon : C(t) : \Delta \varepsilon dV + \int_V \sigma(t) : \delta [\nabla \hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla \hat{\mathbf{u}}^T] dV = \int_V \rho(t + \Delta t) \mathbf{f}(t + \Delta t) \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} dV + \\ & + \int_{S_T} \tilde{\mathbf{T}}(t + \Delta t) \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} dS - \int_V (\sigma(t) + \varphi(t) \Delta t) : \delta \varepsilon dV \quad \forall \delta \hat{\mathbf{u}} \quad (\delta \hat{\mathbf{u}} = 0 \text{ на } S_u). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Здесь $\sigma = (\sigma_{ij})$; $\varepsilon = (\varepsilon_{ij})$; $\mathbf{u} = (u_i)$; $\hat{\mathbf{u}} = \Delta \mathbf{u}$; $\varphi = -C : (d\varepsilon^c/dt)$; знак “:” и точка между тензорами обозначают операции свертки по двум и одному индексу соответственно; ∇ — набла-вектор, определяемый по отношению к начальной конфигурации тела [19]; символ “ \mathbf{T} ” обозначает операцию транспонирования;

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon & \equiv (\nabla \hat{\mathbf{u}} + \nabla \hat{\mathbf{u}}^T + \nabla \mathbf{u}(t) \cdot \nabla \hat{\mathbf{u}}^T + \nabla \hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla \mathbf{u}^T(t))/2, \\ C & = (C_{ijkl}), \quad C_{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{1}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} - \beta \frac{s_{ij} s_{kl}}{1+\nu+2\alpha(J_2^s)} \right), \\ \beta & = \begin{cases} 0, & f < 0, \quad f = 0, \quad s_{ij}^p d\varepsilon_{ij} < 0, \\ 1, & f = 0, \quad s_{ij}^p d\varepsilon_{ij} > 0, \end{cases} \quad \alpha(J_2^s) \equiv \frac{3}{4J_2^s} \left(\frac{E}{E_t} - 1 \right). \end{aligned}$$

Дискретный аналог уравнения (2.5), полученный согласно методу конечных элементов и в силу произвольности вектора приращений узловых перемещений, эквивалентен векторному уравнению [19]

$$K(t) \Delta \mathbf{U} = \mathbf{R}(t + \Delta t) - \mathbf{F}(t). \quad (2.6)$$

Здесь ΔU — вектор приращений узловых перемещений; $\mathbf{R}(t + \Delta t)$ и $\mathbf{F}(t)$ — векторы внешних и внутренних сил, определенные в моменты времени $t + \Delta t$ и t соответственно; $K(t)$ — симметричная касательная матрица жесткости, определенная в момент времени t .

Определив из системы линейных уравнений (2.6) вектор приращений узловых перемещений ΔU , решение $\Delta U(t + \Delta t)$ можно найти по формуле

$$\Delta U(t + \Delta t) = U(t) + \Delta U.$$

Это решение уточняется методом Ньютона — Рафсона, до тех пор пока евклидова норма векторов невязок $\mathbf{R}(t + \Delta t) - \mathbf{F}^{(k)}(t + \Delta t)$ и $U(t + \Delta t) - U^{(k)}(t + \Delta t)$ на k -й итерации не станет меньше заданных значений погрешности.

3. Проверка определяющих соотношений установившейся ползучести для трансверсально-изотропных материалов с различными свойствами на растяжение и сжатие. Постоянные a_m, b_m, c_m в соотношениях (1.5), (1.6) определяются с использованием (1.7) по экспериментальным кривым ползучести при растяжении и сжатии. Например, для сплава АК4-1Т в плите [12–14]

$$\begin{aligned} B_{13} &= 1,6 \cdot 10^{-18} (\text{кг/мм}^2)^{-n_1} \cdot \text{ч}^{-1}, & B_{11} &= 1,2 \cdot 10^{-18} (\text{кг/мм}^2)^{-n_1} \cdot \text{ч}^{-1}, \\ B_{1\times} &= 3,2 \cdot 10^{-18} (\text{кг/мм}^2)^{-n_1} \cdot \text{ч}^{-1}, & B_{23} &= 4,78 \cdot 10^{-19} (\text{кг/мм}^2)^{-n_2} \cdot \text{ч}^{-1}, \\ B_{21} &= 5,2 \cdot 10^{-19} (\text{кг/мм}^2)^{-n_2} \cdot \text{ч}^{-1}, & B_{2\times} &= 6,6 \cdot 10^{-19} (\text{кг/мм}^2)^{-n_2} \cdot \text{ч}^{-1}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

При этом модуль Юнга $E = 6322 \text{ кг/мм}^2$, $n_1 = 11$, $n_2 = 11$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,4$.

Экспериментальные и рассчитанные по (2.5), (2.6), (1.1), (1.5) и (3.1) кривые ползучести при различных постоянных растягивающих и сжимающих напряжениях для тех же, что и в установочных экспериментах (1.7), направлений плиты удовлетворительно согласуются [17].

Для сравнения приведем расчетные и экспериментальные данные [12–14], отличающиеся от данных, полученных в установочных экспериментах. На рис. 1 представлены расчетные и экспериментальные кривые ползучести чистого кручения тонкостенной трубки-образца, ось которой совпадает с осью трансверсальной изотропии сплава АК4-1Т в плите, при температуре, равной 200 °С.

В расчетах задавались следующие геометрические параметры трубки: длина 10 мм, внутренний и внешний диаметры 1,84 и 2 мм соответственно; один из торцов трубки полностью закреплялся, ко второму прилагались касательные усилия, не достигающие предела текучести. Усилия прикладываются достаточно быстро по сравнению с временем, в течение которого происходит релаксация напряжений и развиваются деформации ползучести, и достаточно медленно по сравнению с временем импульсного приложения, когда надо учитывать инерционные эффекты. Поэтому в численном решении начальному моменту времени ($t = 0$) с нулевыми деформациями ползучести соответствует деформированная конфигурация трубки из данного упругого материала, находящегося под действием постоянных касательных сил [20]. На этапе приложения усилий поведение материала образца являлось изотропно-упругим [12–14] и описывалось законом Гука (1.1); ползучесть этого материала являлась трансверсально-изотропной с неодинаковыми характеристиками при растяжении и сжатии и описывалась законом течения (1.5).

Конечно-элементная равномерная сетка состояла из трехмерных гексагональных восьмиузловых элементов с длиной ребра 0,196 мм. Эта сетка интерполирует геометрию цилиндра и перемещения тринейными полиномами. Относительные погрешности решения (2.6) соответственно по перемещениям и силам равны $\varepsilon_D = \varepsilon_F = 0,001$. На каждом шаге по времени решение уточняется с использованием метода Ньютона — Рафсона. Интегрирование уравнений производилось с адаптивным шагом по времени в интервале

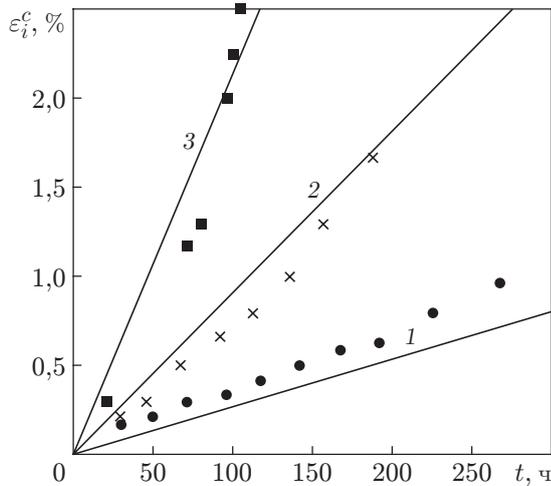


Рис. 1

Рис. 1. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) данные о ползучести сплава АК4-1Т при температуре 200 °С в условиях кручения тонкостенного цилиндрического образца, ось которого совпадает с осью трансверсальной изотропии ($\sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$, $\varepsilon_i^c = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^c\varepsilon_{ij}^c/3}$):

1 — $\sigma_i = 144,4$ МПа; 2 — $\sigma_i = 153$ МПа; 3 — $\sigma_i = 170$ МПа

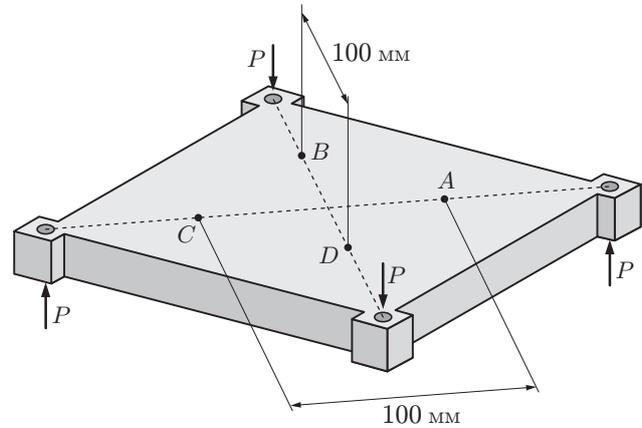


Рис. 2

Рис. 2. Схема нагружения пластины и точки A, B, C, D замера прогиба w в эксперименте

от 0,001 до 5 ч. Этого достаточно для обеспечения точности и устойчивости процессов интегрирования компонент тензора деформаций ползучести.

Из рис. 1 следует, что результаты расчетов по соотношениям (1.5) удовлетворительно согласуются с данными опытов при чистом кручении, особенно при умеренных напряжениях, когда реализуется фаза установившейся ползучести.

Для данного материала сравним также расчетные и экспериментальные кривые прогиба квадратной толстостенной пластины при ползучести (плоскость трансверсальной изотропии материала параллельна срединной поверхности) в условиях действия четырех сосредоточенных вертикальных сил величиной $P = 1850$ кгс, приложенных в центре угловых выступов [21] (рис. 2). Приложенные силы моделируют чистый изгиб пластины крутящими моментами, равномерно распределенными по краям с интенсивностью $P/2$ [22]. В расчетах сосредоточенная сила заменялась статически эквивалентной нагрузкой, равномерно распределенной по площади углового выступа [20].

На рис. 3 точками показаны значения прогиба, полученные в эксперименте на двух одинаковых пластинах (прогибы измерялись в точках A, B, C, D , приведенных на рис. 2, а затем осреднялись по всем четырем точкам). На рис. 3 представлены также зависимости прогиба w в точке A от времени, полученные в расчетах с использованием равномерной сетки, состоящей из трехмерных восьмиузловых гексагональных элементов с длиной ребра 10 мм.

В расчетах задавались следующие геометрические параметры пластины: длина 180 мм, толщина 20 мм, размер углового выступа 20×20 . Как и в предыдущей задаче о кручении трубки, использовался адаптивный шаг по времени в интервале от 1 до 100 ч при использовании тех же методов и критериев сходимости уточнения решения.

Из рис. 3 следует, что результаты расчетов по соотношениям (1.5), учитывающим различие характеристик при сжатии и растяжении в указанных направлениях (1.7), удо-

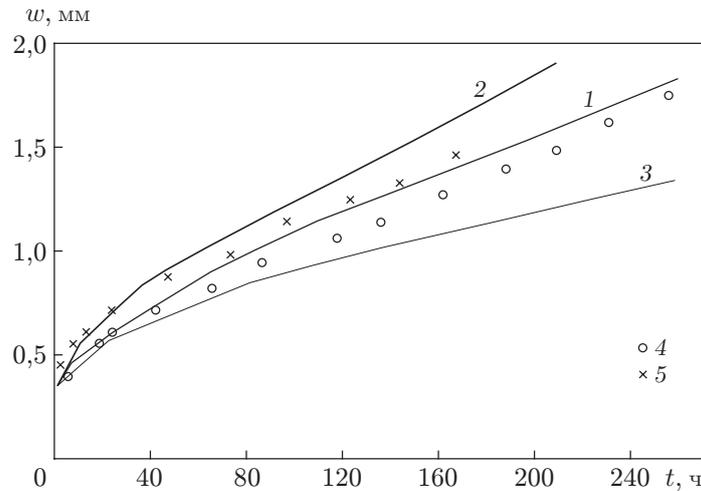


Рис. 3. Зависимость прогиба в точке *A* пластины от времени при ползучести в условиях изгиба крутящими моментами:

1–3 — результаты расчета с использованием констант (1.7) (1 — при a_1, b_1, c_1 и a_2, b_2, c_2 , соответствующих растяжениям и сжатиям; 2 — при $a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2$, соответствующих растяжениям; 3 — при $a_2 = a_1, b_2 = b_1, c_2 = c_1$, соответствующих сжатиям); 4, 5 — экспериментальные данные (4 — эксперимент 1, 5 — эксперимент 2)

влетворительно согласуются с данными опытов при чистом изгибе пластины крутящими моментами. В то же время очевидно, что учет этого различия приводит к значительным погрешностям, а именно: ограничиваясь для данных направлений характеристиками только при растяжении, находим завышенные значения расчетных прогибов пластины по сравнению с полученными в эксперименте, а при использовании для данных направлений характеристик только при сжатии — заниженные значения. Применение предложенных в данной работе определяющих соотношений для трансверсально-изотропных материалов с различными характеристиками на сжатие и растяжение позволяет достаточно точно описать данный изгиб пластины.

4. Задача формообразования крыловой панели. При данном формообразовании заготовка также подвергается изгибу, однако в отличие от приведенных выше прямых задач значения поверхностных сил \tilde{T}_i в (2.2) и граничных перемещений \tilde{u}_i в (2.3) в общем случае неизвестны и подлежат определению наряду с полями напряжений, деформаций и перемещений. С этой целью могут быть использованы остаточные граничные перемещения \tilde{u}'_i , например перемещения \tilde{u}'_n по нормали к лицевой стороне заготовки, которые легко вычислить по заданным геометрическим параметрам панели.

Рассмотрим случай, когда задача формообразования на стадии активного нагружения решается в кинематической постановке. В этом случае $S = S_u$ и дополнительному определению подлежат только граничные перемещения. Введем оператор Ψ , который по перемещениям \tilde{u} в (2.3) на основе соотношений (1.1)–(1.5), (2.1) и (2.3)–(2.6) определяет остаточные граничные перемещения \tilde{u}' :

$$\Psi \tilde{u} = \tilde{u}'.$$

Предположим, что искомое значение \tilde{u} можно определить в результате следующей итерационной процедуры:

$$\tilde{u}_{i+1} = \tilde{u}_i + k_i(\Psi \tilde{u}_i - \tilde{u}'), \quad i = 1, 2, \dots, \quad \tilde{u}_1 = \tilde{u}'. \quad (4.1)$$

Для увеличения шага на $(i + 1)$ -й итерации значение коэффициента k_i в (4.1) задается большим единицы, для уменьшения — $0 < k_i < 1$. В качестве критерия останова процес-

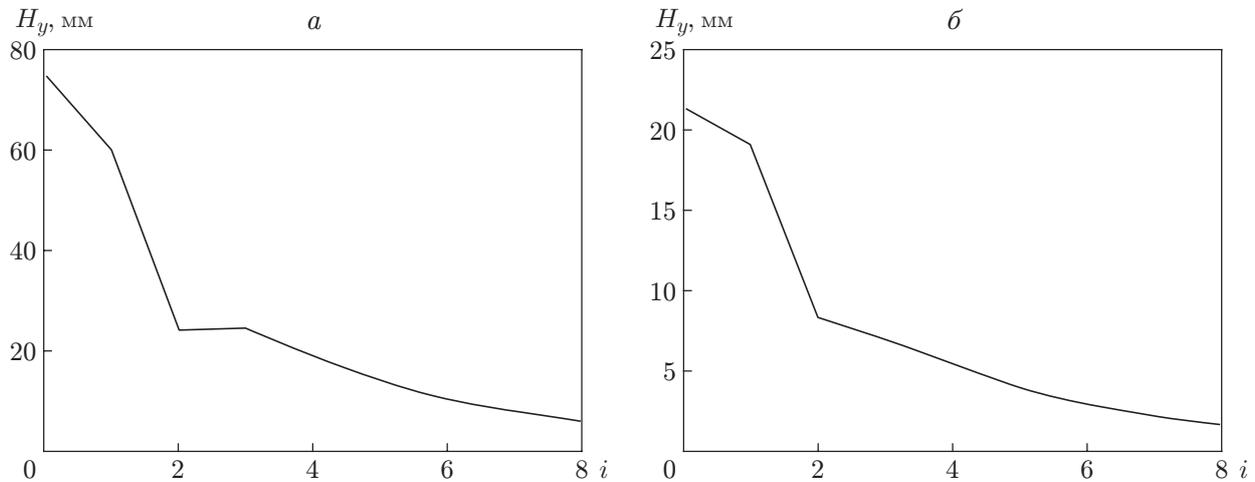


Рис. 4. Изменение величины H_y (4.2) на аэродинамической поверхности панели в итерационном процессе (4.1) в равномерной (а) и среднеквадратичной (б) метриках

са (4.1) используется назначенное достаточно малое отклонение r вычисленных остаточных перемещений от заданных:

$$H_i \equiv \|\Psi \tilde{u}_i - \tilde{u}'\| < r. \quad (4.2)$$

На рис. 4 показана погрешность величины u_{yi} в равномерной ($H_{yi} = \max_{S_a} |\Psi \tilde{u}_{yi} - \tilde{u}'_y|$)

и среднеквадратичной ($H_{yi} = \left(\sum_{S_a} (\Psi \tilde{u}_{yi} - \tilde{u}'_y)^2 \right)^{1/2}$) метриках при $k_i = 1$ в (4.1) (S_a —

аэродинамическая поверхность панели). Кривые на рис. 4 получены в результате расчетов формообразования одной из крыловых панелей самолета “Sukhoi SuperJet-100” (SSJ-100). Из рис. 4 следует сходимость итерационного процесса (4.1) определения граничных перемещений.

Расчетная схема с указанием закреплений представлена на рис. 5.

Заготовка имеет нерегулярные контур и толщину, длина изменяется в диапазоне $13\,000 \div 13\,500$ мм, ширина — $250 \div 1600$ мм, толщина — $2,5 \div 10,0$ мм, внешняя лицевая сторона гладкая, внутренняя имеет нерегулярную гравюру с продольными и поперечными ребрами жесткости, локальными и контурными утонениями и утолщениями. Механические характеристики заготовки следующие: при $T = 20$ °С модуль Юнга $E = 6027$ кг/мм², коэффициент Пуассона $\nu = 0,345$, предел текучести $\sigma_T = 43$ кг/мм², модуль линейного упрочнения $E_T = 282,4$ кг/мм²; при $T = 180$ °С $E = 6027$ кг/мм², $\nu = 0,345$, характеристики ползучести при растяжении $B_1 = 4,05 \cdot 10^{-35}$ (кг/мм²)^{-n₁} · с⁻¹, $n_1 = 20$, при сжатии $B_1 = 6,7 \cdot 10^{-29}$ (кг/мм²)^{-n₂} · с⁻¹, $n_2 = 15$.

Неравномерная конечно-элементная сетка формировалась четырехузловыми тетраэдральными элементами с трилинейной интерполяцией геометрии заготовки и перемещений. Для обеспечения достаточной точности расчета расстояние между узлами принималось приближенно равным 2 мм, общее число элементов составляло 466 229. В качестве критерия окончания расчета задавались погрешности $\varepsilon_D = \varepsilon_F = 0,01$. Начальный шаг по времени составлял 0,01.

Согласно (4.1) для (2.3) ($S = S_u = S_a$) найдены искомые компоненты граничных перемещений \tilde{u}_y , распределение которых на восьмой итерации представлено на рис. 5. С использованием этих перемещений выполнено моделирование всех стадий процесса формообразования. Распределение по внешней (гладкой) поверхности S_a и по внутренней по-

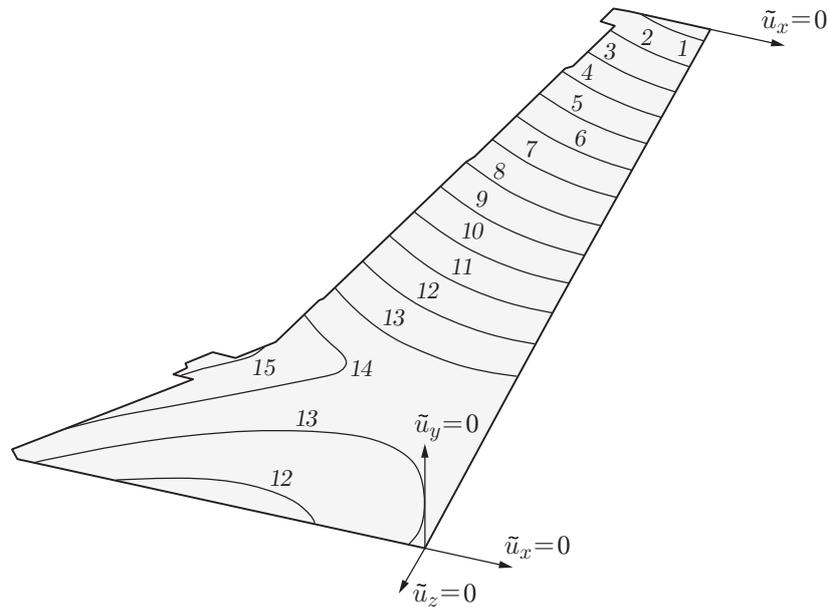


Рис. 5. Распределение граничных перемещений \tilde{u}_y , вычисленных на восьмой итерации, и условия закрепления:

- 1 — $\tilde{u}_y = 8,69 \cdot 10^2$ мм; 2 — $\tilde{u}_y = 7,95 \cdot 10^2$ мм; 3 — $\tilde{u}_y = 7,20 \cdot 10^2$ мм; 4 — $\tilde{u}_y = 6,46 \cdot 10^2$ мм;
 5 — $\tilde{u}_y = 5,71 \cdot 10^2$ мм; 6 — $\tilde{u}_y = 4,97 \cdot 10^2$ мм; 7 — $\tilde{u}_y = 4,22 \cdot 10^2$ мм; 8 — $\tilde{u}_y = 3,48 \cdot 10^2$ мм;
 9 — $\tilde{u}_y = 2,73 \cdot 10^2$ мм; 10 — $\tilde{u}_y = 1,99 \cdot 10^2$ мм; 11 — $\tilde{u}_y = 1,24 \cdot 10^2$ мм; 12 — $\tilde{u}_y = 49,7$ мм;
 13 — $\tilde{u}_y = -24,8$ мм; 14 — $\tilde{u}_y = -99,3$ мм; 15 — $\tilde{u}_y = -1,74 \cdot 10^2$ мм

верхности (с фрезерованной гравюрой) панели интенсивности касательных напряжений Мизеса $\sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$ и деформаций $\varepsilon_i^c = \sqrt{2\varepsilon_{ij}^c\varepsilon_{ij}^c}/3$ в некоторые характерные моменты этого процесса приведены на рис. 6–9.

Рис. 6 соответствует моменту приложения к поверхности S_a компоненты перемещений \tilde{u}_y (см. рис. 5). Приложение этих перемещений моделирует упругопластический подвод гладкой лицевой стороны “холодной” (температура около 20 °С) заготовки к рабочим поверхностям штампов. Рис. 7, 8 соответствуют окончанию периода (45 мин) релаксации напряжений в условиях ползучести заготовки при повышенной постоянной температуре ($T = 180$ °С) и приложенных к S_a компонентах перемещений \tilde{u}_y (см. рис. 5), которые моделируют термофиксацию “горячей” заготовки на штамповой оснастке. На рис. 9 приведено распределение остаточных напряжений после упругой разгрузки заготовки из состояния, соответствующего рис. 7, 8. Эта разгрузка моделирует освобождение остывшей заготовки от штампов.

Мозаичный характер распределений, представленных на рис. 6–9, обусловлен влиянием соответствующих вырезов внутренней гравюры панели: продольных и поперечных ребер, локальных утонений и утолщений.

Из рис. 6 следует, что превышение предела текучести и пластическое деформирование наблюдаются в малых объемах на острых углах внутренней гравюры (т. е. имеет место локализация пластических деформаций), в основном объеме данный подвод заготовки к штампу происходит в упругом режиме: среднее значение напряжений составляет 30 кг/мм², пластических деформаций — 0,001.

Из рис. 6,а, 7, 8,а следует, что данная термофиксация горячей заготовки на штамповой оснастке сопровождается релаксацией напряжений, причем в зонах концентрации напряжений релаксация происходит более интенсивно, после релаксации поле напряжений

становится более равномерным: разность между максимальными и минимальными значениями напряжений, а также максимальное значение напряжений уменьшаются почти в три раза. Релаксация сопровождается возникновением и ростом деформации ползучести (см. рис. 8, б, 9, а), величина которой после релаксации достигает 17,5 %. Остаточные напряжения (см. рис. 9, б) в основном объеме сформированной панели составляют 7 кг/мм².

Заключение. Предложенные определяющие соотношения связи скоростей деформаций установившейся ползучести с напряжениями описывают установившуюся трансверсально-изотропную ползучесть с различными характеристиками на растяжение и сжатие. Компьютерное моделирование рассмотренных процессов формообразования заключается в последовательном решении методом конечных элементов трехмерных квазистатических задач упругопластического деформирования, релаксации и разгрузки с учетом больших перемещений и углов поворота, анизотропии и разносопротивляемости материала, а также с определением граничных условий по заданным остаточным перемещениям. Предложенный итерационный процесс позволил определить искомые граничные перемещения. Приведенные результаты моделирования могут быть использованы при расчете штамповой оснастки, определении технологичности панели, контроле появления брака в процессе формообразования. Полученное решение апробировано в ходе специальных опытно-промышленных испытаний [10, 23]. Представленные результаты моделирования используются при изготовлении монолитных панелей в ООО «Комсомольское-на-Амуре авиационное производственное объединение». Разработанные модели и методы могут быть использованы также для расширения технологических возможностей изготовления, повышения качества и эксплуатационного ресурса крупногабаритных корпусных обводообразующих деталей новых сложных аэрогидродинамических форм из высокопрочных современных легких сплавов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цвелодуб И. Ю. Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1991.
2. Цвелодуб И. Ю. Обратные задачи неупругого деформирования // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. № 2. С. 81–92.
3. Цвелодуб И. Ю. Обратные задачи деформирования нелинейных вязкоупругих тел // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 3. С. 140–151.
4. Цвелодуб И. Ю. Обратная упругопластическая задача // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. № 1. С. 35–43.
5. Сухоруков И. В., Цвелодуб И. Ю. Итерационный метод решения релаксационных обратных задач // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1991. № 3. С. 93–101.
6. Банщикова И. А., Цвелодуб И. Ю. Об одном классе обратных задач формоизменения вязкоупругих пластин // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 6. С. 122–131.
7. Банщикова И. А. Обратная задача для вязкоупругой пластины // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / РАН. Сиб. отд.-ние. Ин-т гидродинамики. 1998. Вып. 113. С. 13–18.
8. Банщикова И. А., Горев Б. В., Сухоруков И. В. Двумерные задачи формообразования стержней в условиях ползучести // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 3. С. 129–139.
9. Олейников А. И. Моделирование процессов формообразования панелей российского регионального самолета // IX Всерос. съезд по теорет. и прикл. механике: Аннот. докл., Нижний Новгород, 22–28 авг. 2006 г. Н. Новгород: Нижегор. гос. ун-т, 2006. Т. 3. С. 162.
10. Олейников А. И. Интегрированное проектирование процессов изготовления монолитных панелей / А. И. Олейников, А. И. Пекарш. М.: Эком, 2009.

11. **Горев Б. В., Масанов И. Ж., Пекарш А. И., Олейников А. И.** Особенности деформационно-прочностного поведения листовых материалов на основе алюминия применительно к формообразованию деталей в режиме ползучести // Материалы 11-го Междунар. симп. “Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред”. М.: Моск. авиац. ин-т, 2005. Т. 1. С. 115–117.
12. **Горев Б. В., Масанов И. Ж.** Особенности деформирования листовых конструкционных плит из алюминиевых сплавов в режимах ползучести // Технология машиностроения. 2009. № 7. С. 13–20.
13. **Горев Б. В., Соснин О. В.** О некоторых особенностях ползучести листовых материалов // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1970. Вып. 4. С. 5–10.
14. **Рубанов В. В.** Экспериментальная проверка гипотезы несжимаемости на алюминиевом сплаве АК4-1Т // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1985. Вып. 75. С. 126–131.
15. **Аннин Б. Д.** Модели упругопластического деформирования трансверсально-изотропных материалов // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т. 2, № 2. С. 197–200.
16. **Олейников А. И.** Модели установившейся ползучести для изотропных и трансверсально-изотропных материалов, имеющих разные свойства при растяжении и сжатии // Успехи механики сплошных сред: Тез. Всерос. конф. к 70-летию акад. В. А. Левина. Владивосток: Дальнаука, 2009. С. 98.
17. **Олейников А. И., Бормотин К. С.** Модели установившейся ползучести в проектировании процессов изготовления элементов конструкций // Успехи механики сплошных сред: Сб. науч. тр. к 70-летию акад. В. А. Левина. Владивосток: Дальнаука, 2009. С. 571–582.
18. **Олейников А. И.** Модели установившейся ползучести трансверсально-изотропных материалов с разными характеристиками при растяжении и сжатии // Сиб. журн. индустр. математики. 2010. Т. 13, № 3. С. 52–59.
19. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
20. **Олейников А. И., Коробейников С. Н., Горев Б. В., Бормотин К. С.** Математическое моделирование процессов ползучести металлических изделий из материалов, имеющих разные свойства при растяжении и сжатии // Вычисл. методы и программирование. 2008. Т. 9. С. 346–365.
21. **Соснин О. В., Горев Б. В., Рубанов В. В.** Кручение квадратной пластинки из материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести // Расчеты прочности судовых конструкций и механизмов: Сб. тр. Новосиб. ин-та инженеров водного транспорта. 1976. № 117. С. 78–88.
22. **Тимошенко С. П.** Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. М.: Физматгиз, 1963.
23. **Олейников А. И., Пекарш А. И., Бакаев В. В. и др.** Подготовка производства сложных деталей двойной знакопеременной кривизны методом конечно-элементного анализа геометрической модели с комплексной разработкой формообразующей оснастки, развертки детали и рекомендаций по технологическому процессу // САПР и графика. 2009. № 2. С. 88–96.

Поступила в редакцию 25/1 2010 г.

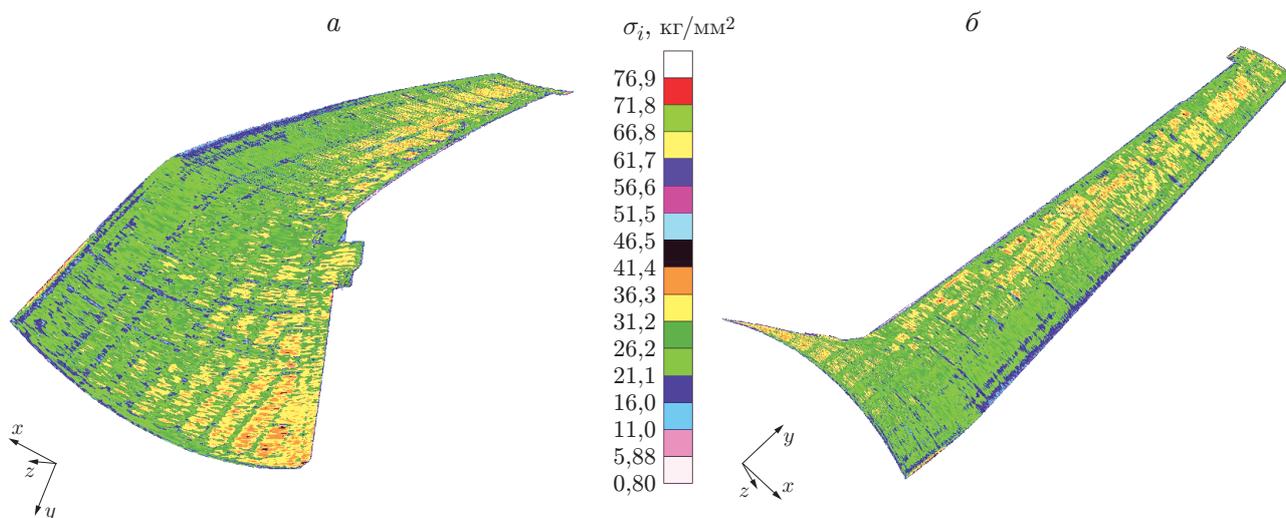


Рис. 6. Распределение интенсивностей касательных напряжений по внутренней (а) и внешней (б) поверхностям “холодной” заготовки в момент подвода к рабочим поверхностям штампов

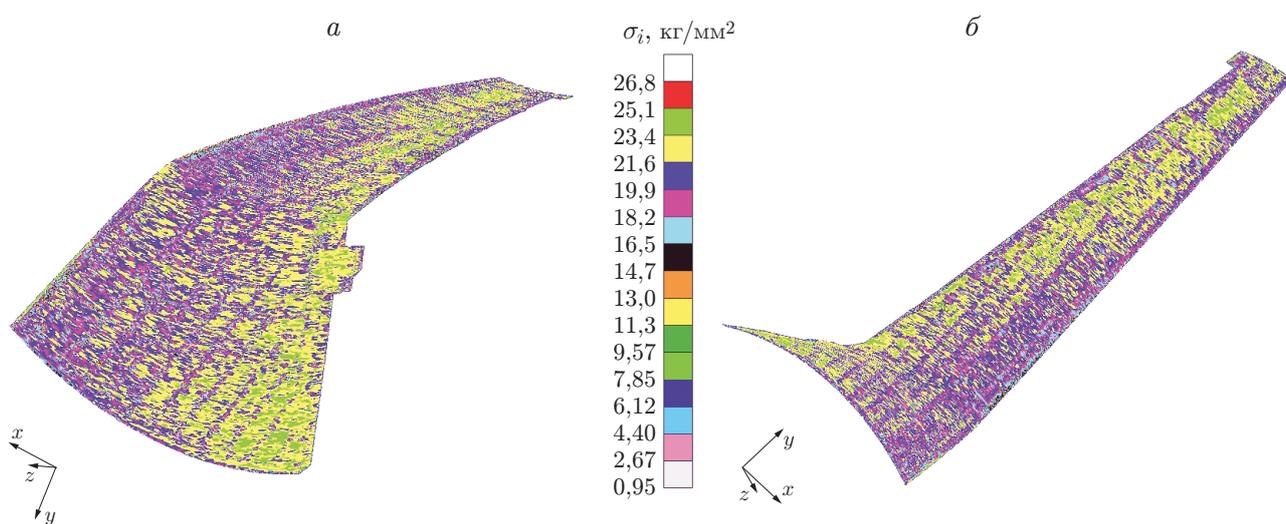


Рис. 7. Распределение интенсивностей касательных напряжений по внутренней (а) и внешней (б) поверхностям “горячей” заготовки после релаксации в условиях термофиксации на штамповой оснастке

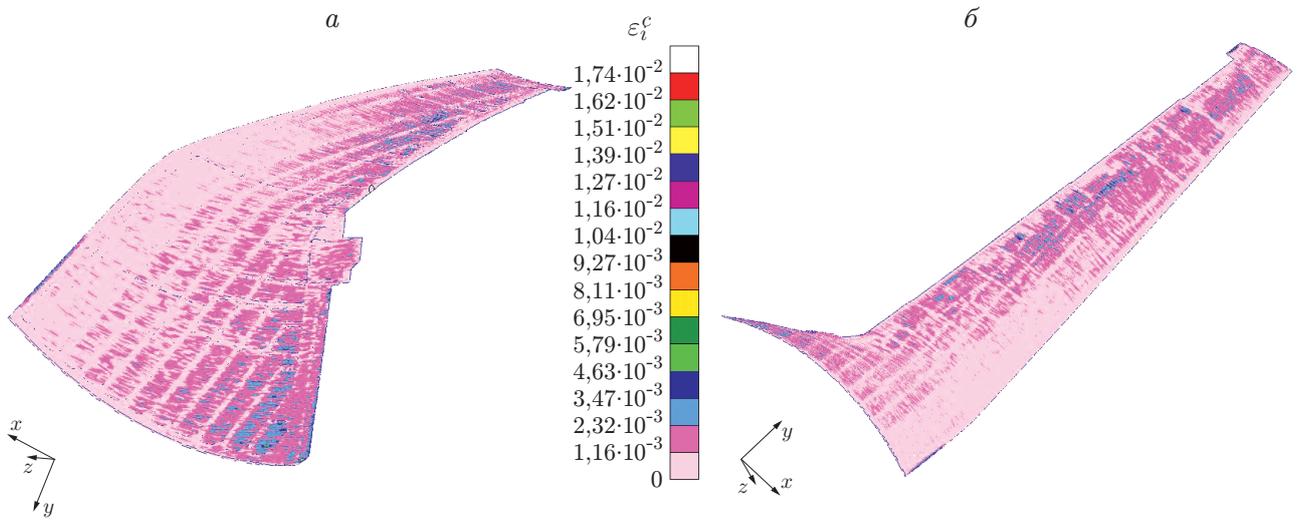


Рис. 8. Распределение интенсивностей деформации ползучести по внутренней (а) и внешней (б) поверхностям “горячей” заготовки после релаксации в условиях термофиксации на штамповой оснастке

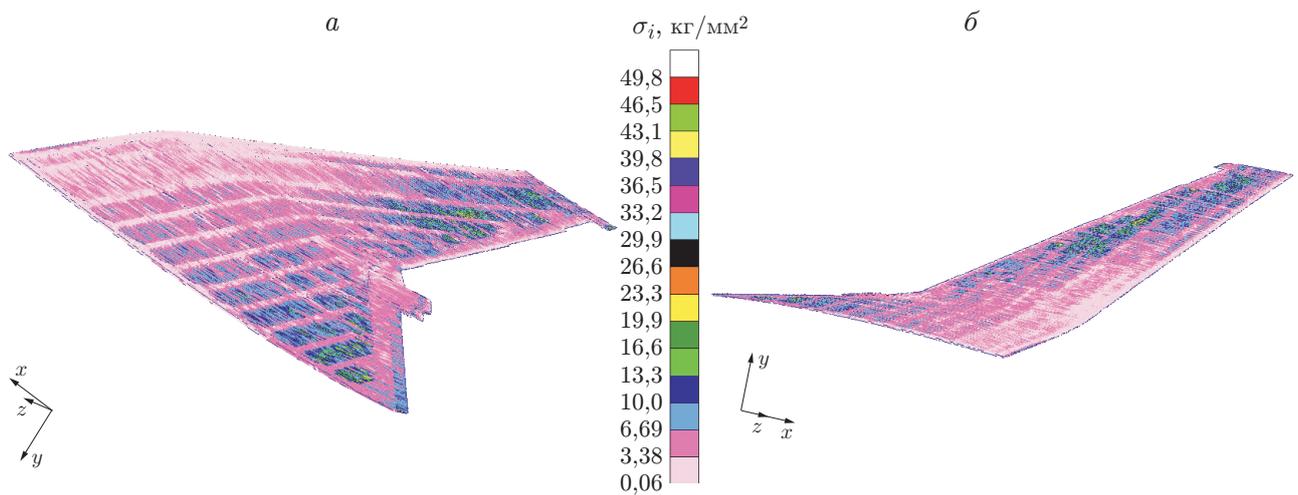


Рис. 9. Распределение интенсивности остаточных касательных напряжений по внутренней (а) и внешней (б) поверхностям панели после освобождения остывшей заготовки из штамповой оснастки