

УДК 517.972.5

СТАТИСТИКА ОШИБОК В ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ СВЯЗИ С ПОНИЖЕНИЕМ ЭФФЕКТА КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ*

Е. Г. Шапиро¹, М. П. Федорук^{2,3}

¹Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1

²Институт вычислительных технологий СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 6

³Новосибирский государственный университет,
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

E-mail: mife@ict.nsc.ru

Выполнено прямое численное моделирование распространения оптических импульсов для определения «хвостов» функции плотности распределения вероятности (PDF — Probability Density Function) единичных и нулевых битов и статистики ошибок в оптической линии связи на основе стандартного одномодового волокна и дисперсионно-компенсирующего волокна с пониженной плотностью единиц в исходной битовой последовательности. Определены простые аналитические аппроксимации для хвостов PDF, позволяющие с хорошей точностью оценить вероятность ошибки в линии.

Ключевые слова: дисперсия, нелинейность, волоконные линии связи, коэффициент ошибки, нелинейное уравнение Шредингера, численное моделирование.

Введение. Для оценки качества волоконно-оптических линий связи используют величину коэффициента ошибки (BER — Bit Error-Rate), определенную как вероятность некорректной идентификации бита информации на приемном устройстве [1]. Величина коэффициента ошибки является фундаментальной проблемой в конструировании любой оптической коммуникационной системы. Так как прямое измерение очень низких значений BER зачастую сталкивается с большими техническими трудностями, очень важную роль приобретают непрямые статистические и численные методы оценки качества коммуникационной системы. Знание статистики ошибок системы имеет также решающее значение для развития эффективных теоретико-информационных методов коррекции ошибок (FEC — Forward Error Correction), которые могут значительно улучшить работоспособность оптической линии связи при высоких скоростях передачи данных.

Прямое численное моделирование статистики ошибок в волоконно-оптических линиях связи на основе стандартного одномодового волокна и дисперсионно-компенсирующего волокна выполнено, например, в работах [2, 3]. Результаты, представленные в работе [2] для одноканальной оптической линии связи со скоростью передачи данных 40 Гбит/с на основе амплитудно-модулированного формата «включено—выключено», показали, что наибольший вклад в суммарный коэффициент ошибки вносит триплет «101». В [3] рассмотрена статистика ошибок для оптической линии связи со спектральным уплотнением каналов и кодированием информации по разности оптических фаз. Видно, что самыми «опасными» с точки зрения возникновения ошибок являются триплеты «101» и «010». С помощью методики, предложенной в работе [4], вычислен коэффициент ошибки в зависимости от вероятности появления триплетов «101» и «010» в передаваемом сообщении.

*Работа выполнена при поддержке СО РАН (Интеграционный проект № 42) и Министерства образования и науки РФ (проект ЕЗН-1.13.06).

Цель данной работы состоит в прямом численном моделировании статистики ошибок в волоконно-оптической линии связи на основе стандартного одномодового волокна и дисперсионно-компенсирующего волокна с пониженной плотностью единичных битов в исходной битовой последовательности.

Постановка задачи. Распространение оптических импульсов по волоконной линии связи с распределенной дисперсией описывается обобщенным нелинейным уравнением Шредингера для комплексной огибающей A электромагнитного поля [1]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\beta_2(z)}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i \frac{\beta_3(z)}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \sigma(z)|A|^2, \\ A = i \left[-\gamma(z) + r_k \sum_{k=1}^N \delta(z - z_k) \right], \quad A = iG(z)A, \quad (1)$$

где z — продольная координата вдоль направления распространения сигнала; t — временная переменная; $|A|^2$ — мощность; β_2 — параметр дисперсии групповой скорости; β_3 — коэффициент дисперсии третьего порядка; σ — коэффициент керровской нелинейности: $\sigma = 2\pi n_2 / (\lambda_0 A_{\text{eff}})$ (здесь n_2 — нелинейный показатель преломления, λ_0 — несущая длина волны, A_{eff} — эффективная площадь собственной моды световода); z_k — местоположения сосредоточенных эрбиевых волоконных усилителей (EDFA — Erbium-Doped Fiber Amplifiers); r_k — коэффициент усиления EDFA; γ — коэффициент затухания сигнала. Величины γ , σ , β_2 и β_3 представлены как функции от z в целях учета изменения этих параметров при переходе от одного типа световода к другому.

Рассмотрена оптическая линия связи, периодическая секция которой имеет следующую конфигурацию:

$$\text{SMF (85 км)} + \text{EDFA} + \text{DCF (14,85 км)} + \text{EDFA}.$$

Здесь SMF (Single Mode-Fibre) — стандартное одномодовое волокно, DCF (Dispersion Compensation Fibre) — дисперсионно-компенсирующее волокно. Параметры волоконных световодов представлены в табл. 1.

Для полной компенсации затухания оптического сигнала на длине периодической секции коэффициент шума эрбиевых усилителей составлял 4,5 дБ и коэффициент усиления 13,4 дБ. Средняя дисперсия оптической линии составляла $-0,4$ пс/нм/км. В качестве единичных битов использовались гауссовы импульсы длительностью 7,5 пс и пиковой мощностью 5 мВт.

Статистическая обработка данных производилась после распространения оптических сигналов на расстояние 3000 км. На приемнике использовались оптический фильтр прямоугольной формы с полосой пропускания $B_{\text{опт}} = 100$ ГГц и электрический фильтр Баттерворта третьего порядка с полосой пропускания $B_{\text{эл}} = 50$ ГГц.

Таблица 1

Характеристика волокна	Тип волокна	
	SMF	DCF
Затухание при 1550 нм, дБ/км	0,2	0,65
Эффективная площадь, мкм ²	80	19
Дисперсия, пс/нм/км	17	-100
Дисперсионный наклон, пс/нм ² /км	0,07	-0,41
Нелинейный показатель преломления, м ² /Вт	$2,7 \cdot 10^{-20}$	$2,7 \cdot 10^{-20}$

Результаты численного моделирования. Были рассмотрены режимы передачи данных, при которых в последовательность добавляются дополнительные нулевые биты, если количество единичных битов, расположенных подряд, превышает некоторое заданное число. Пусть F означает стандартный способ формирования исходного сигнала, при котором вероятность нулевых и единичных битов составляет $1/2$. Пусть F_3 означает формат с дополнительным нулевым битом после трех единичных битов, расположенных подряд в исходном сигнале. Пусть F_5 означает формат исходной последовательности, при котором после пяти расположенных подряд единиц добавляется нулевой бит. Эти дополнительные нулевые биты исключаются при обработке сигнала на приемном устройстве.

Получена следующая аппроксимация функции плотности распределения вероятности (PDF — Probability Density Function) единичных битов для рассмотренных выше форматов:

$$w_1(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{M}}{\pi I_0}} \left(\frac{I_1}{(y + d - I_0)^3} \right)^{1/4} \exp \left[-\frac{\bar{M}}{I_0} (\sqrt{y + d - I_0} - \sqrt{I_1})^2 \right], \quad (2)$$

где I_0 — среднее значение тока нулевых битов; I_1 — среднее значение тока единичных битов на приемнике. Параметры \bar{M} и d подбираются по выборке нулевых и единичных битов на приемнике, полученных в численном эксперименте. В данной работе для определения параметров \bar{M} и d применяется метод наименьших квадратов. Формула (2) является обобщением для PDF единичных битов, полученной в [5] для модели, не учитывающей эффект нелинейности. В табл. 2 представлены параметры аналитического приближения, а также логарифмы PDF для нулевых битов, которые аппроксимируются линейными функциями.

На рис. 1 представлены полученные в результате моделирования PDF для единичных битов в зависимости от величины тока на приемнике и их аналитическая аппроксимация. Для формата F выборка состояла из 127 464 значений единичных битов, для F_3 — из 48 520, для F_5 — из 49 888. Параметры аналитической аппроксимации подбирались по 14 000 значений единиц для всех форматов. Заметим, что в рассматриваемых режимах распространения оптических импульсов для форматов F , F_3 , F_5 вероятность ошибки при регистрации единицы определяется в основном шумами спонтанной эмиссии. Это подтверждается тем, что PDF практически совпадают для стандартного формата F и форматов F_3 , F_5 с дополнительными нулями.

Таблица 2

Параметры PDF	F -формат	F_3 -формат	F_5 -формат
$\sqrt{\bar{M}/I_0}$	5,96	6,11	5,94
I_0	0,138	0,122	0,133
I_1	1,624	1,613	1,617
Линейная аппроксимация PDF в логарифмическом масштабе	$-7,5x + 2,01$	$-12,1x + 3,3$	$-8,76x + 2,3$

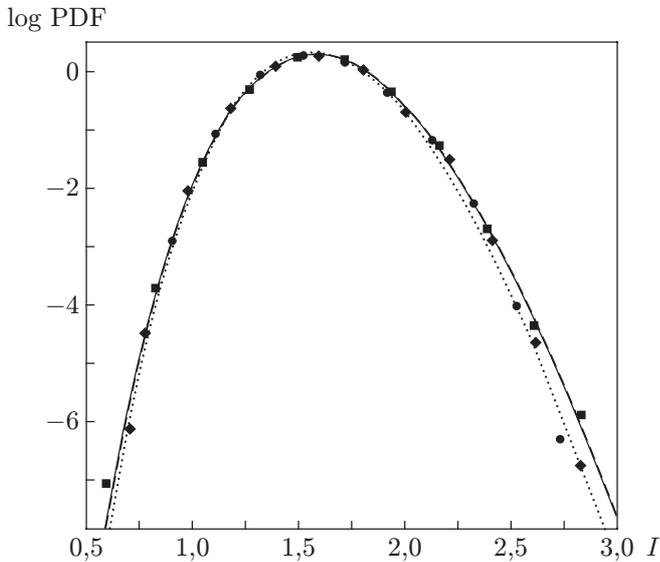


Рис. 1. Функция плотности распределения вероятности для единичных битов. Кривые соответствуют аналитической аппроксимации: сплошная — F -формат, точечная — F_3 -формат, пунктирная — F_5 -формат. Символы соответствуют прямому численному моделированию: квадраты — F -формат, кружки — F_3 -формат, ромбы — F_5 -формат

Хвосты PDF нулевых битов, имеющие экспоненциальную асимптотику, показаны на рис. 2. Для формата F выборка состояла из 128 024 значений нулевых битов, для F_3 — из 48 541, для F_5 — из 49 841. Параметры аналитической аппроксимации подбирались по 14 000 значений нулей для всех форматов. Для нулевых битов главным фактором, определяющим PDF, является эффект нелинейности [2].

Наблюдаемые вероятности ошибок (Pr — Probability) и аналитическое приближение для трех рассмотренных форматов исходной последовательности импульсов в зависимости от уровня принятия решения приведены на рис. 3.

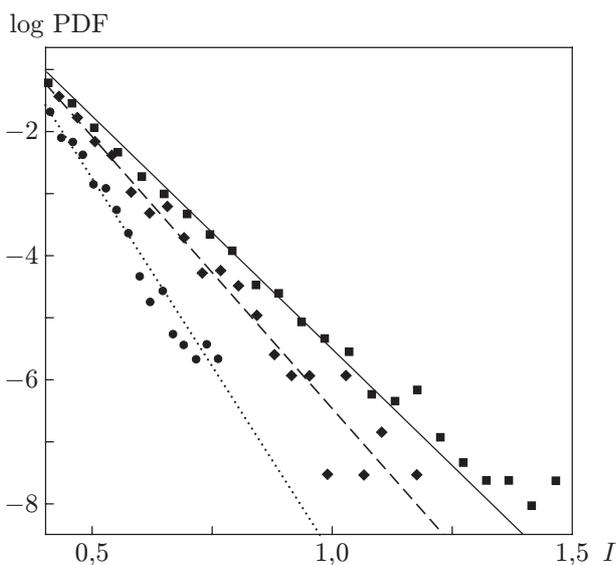


Рис. 2. Функция плотности распределения вероятности для нулевых битов. Обозначения кривых как на рис. 1

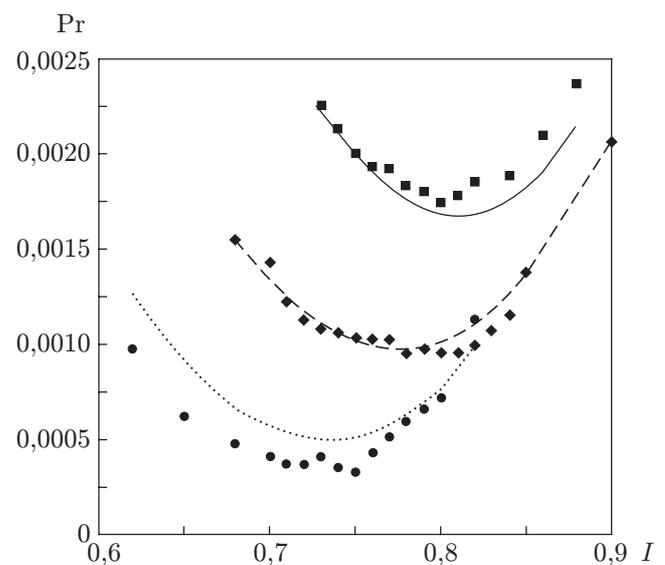


Рис. 3. Вероятности ошибки на приемном устройстве в зависимости от уровня принятия решения. Обозначения кривых как на рис. 1

Заключение. Результаты численного моделирования в предлагаемой работе показывают, что с помощью специальных алгоритмов предварительного кодирования исходной информации, заключающихся в понижении плотности единичных битов (увеличении уровня избыточности нулевых битов), можно добиться значительного уменьшения вероятности ошибки на приемном устройстве. Так, увеличение количества передаваемых битов за счет дополнительных нулей по сравнению с исходной последовательностью позволяет уменьшить вероятность ошибки в 1,8 раза, а увеличение длины исходной последовательности на 12,5 % дает уменьшение вероятности ошибки более чем в 5 раз. Полученные в работе аналитические формулы для плотностей распределения вероятности нулевых и единичных битов позволяют значительно снизить объем вычислений при определении вероятности ошибки. Численные расчеты показали возможность применения аналитического приближения для форматов передачи данных с различной плотностью единичных битов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Agrawal G. P.** Nonlinear Fiber Optics. N. Y.: Academic Press, 2001.
2. **Shapiro E. G., Fedoruk M. P., Turitsyn S. K.** Direct modeling of error statistics at 40 Gbit/s rate in SMF/DCF link with strong bit overlapping // *Electron. Lett.* 2004. **40**, N 22. P. 1436–1437.
3. **Turitsyn S. K., Fedoruk M. P., Shtyrina O. V. et. al.** Patterning effects in a WDM RZ-DBPSK SMF/DCF optical transmission at 40 Gbit/s channel rate // *Opt. Commun.* 2007. **277**, N 2. P. 264–268.
4. **Shafarenko A., Turitsyn K. S., Turitsyn S. K.** Information-theory analysis of skewed coding for suppression of pattern-dependent errors in digital communications // *IEEE Trans. Commun.* 2007. **55**, N 2. P. 237–241.
5. **Marcuse D.** Derivation of analytical expressions for the bit-error probability in lightwave systems with optical amplifiers // *Journ. Lightwave Technol.* 1990. **8**. P. 1816–1823.

Поступила в редакцию 1 октября 2008 г.
