

УДК 624.124:532:595

ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ СЕЙСМОИСТОЧНИКОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСА НА ЛЬДУ ВОДОЕМА

Л. А. Ткачева

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

E-mail: tkacheva@hydro.nsc.ru

Для оценки прочности льда исследовано вертикальное движение на льду системы из двух одинаковых сейсмоисточников и тягача на рессорах под воздействием ударного импульса сейсмоисточников. Показано, что взаимодействие масс сейсмоисточников и тягача во время действия импульса мало, а влиянием сжимаемости жидкости можно пренебречь. Расчеты показали, что для сейсмоисточников динамическая нагрузка значительно превышает статическую, а для тягача статическая нагрузка является максимальной.

Ключевые слова: импульсная нагрузка, плавающая ледяная пластина, структурное демпфирование, сжимаемая и несжимаемая жидкости.

Для разведки нефти в северных районах существует необходимость проводить геофизические работы на поверхности ледяного покрова водоемов. В работах [1–4] рассматривалось воздействие точечного ударного импульса на плавающий ледяной покров. В данной работе с учетом площади опорной поверхности изучается вертикальное движение на льду системы масс, одна из которых расположена на рессорах, под действием ударного импульса. Целью работы является определение ускорений масс сейсмоисточников и тягача, которые необходимы для оценки безопасности работы геофизического оборудования на плавающем ледяном покрове.

Постановка задачи. Геофизическое оборудование состоит из двух одинаковых сейсмоисточников, тягача на рессорах, находящегося на одинаковом расстоянии от них, и головного тягача, который полагается достаточно удаленным и поэтому не рассматривается (рис. 1). Массы сейсмоисточников и тягача равны 4000 и 8000 кг соответственно. Каждый сейсмоисточник расположен на двух ползьях длиной 2 м и шириной 0,5 м, тягач — на

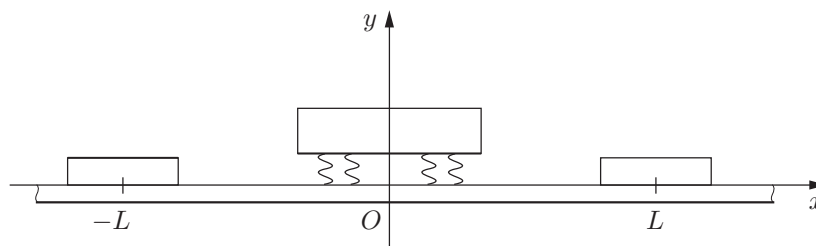


Рис. 1. Схема расположения геофизического оборудования

полозьях длиной 6,5 м и шириной 1 м. Сейсмоисточники работают синхронно. Время действия импульса $t_0 = 13,6$ мс, затем колебания тягача на амортизаторах плавно затухают. Ускорение сейсмоисточников во время действия импульса известно из экспериментов на грунте. Учитывая, что под действием силы тяжести тягач опускается на 0,2 м, можно определить жесткость его рессор. Жидкость полагается идеальной, бесконечной глубины, ледяной покров — однородным, постоянной толщины и неограниченной протяженности. Для решения задачи используется теория тонких пластин с учетом структурного демпфирования [5]. Задача решается как с учетом сжимаемости жидкости, так и в случае несжимаемой жидкости.

Уравнения вертикального движения на льду системы источников и тягача имеют вид

$$\begin{aligned} \rho_1 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}\right) D \Delta w = p(x, y, t) + F(x, y, t) - \\ - \frac{M}{S} \sum_{j=1}^2 A_j(x, y) \ddot{Z}_j(t) + k_b (Z_b - W_b) \frac{A_b(x, y)}{S_b}, \\ F(x, y, t) = -\frac{M}{S} \ddot{Z}_0(t) \sum_{j=1}^2 A_j(x, y), \quad M_b \ddot{Z}_b + k_b (Z_b - W_b) = 0, \\ Z_j(t) = W_j(t), \quad D = Eh^3/[12(1 - \nu^2)], \\ p = -\rho(\varphi_t + gw), \quad \Delta\varphi - \varphi_{tt}/c_0^2 = 0, \\ \varphi_z = w_t \quad (z = 0), \quad \nabla\varphi \rightarrow 0, \quad z \rightarrow -\infty. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $w(x, y, t)$ — смещения ледяной пластины; α — коэффициент структурного демпфирования; D, h — цилиндрическая жесткость пластины и ее толщина; E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона для льда; ρ_1, ρ — плотности льда и воды соответственно; p — гидродинамическое давление; φ — потенциал скорости жидкости; c_0 — скорость звука в воде; g — ускорение свободного падения; $F(x, y, t)$ — воздействие сейсмоисточников; M, M_b — массы сейсмоисточников и тягача; S, S_b — площади полозьев сейсмоисточников и тягача; k_b — жесткость рессор тягача; $Z_j(t)$ — функция смещений сейсмоисточников; $Z_b(t)$ — функция смещений тягача; $W_j(t), W_b(t)$ — функции смещений льда под сейсмоисточниками и тягачом; $(x_j, y_j), (x_b, y_b)$ — горизонтальные координаты центров тяжести сейсмоисточников и тягача; $\ddot{Z}_0(t)$ — заданное ускорение сейсмоисточников во время действия импульса; $A_j(x, y), A_b(x, y)$ — функции площади поверхности источников и тягача:

$$A_j(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in D_j, \\ 0, & (x, y) \notin D_j, \end{cases} \quad A_b(x, y) = \begin{cases} 1, & (x, y) \in D_b, \\ 0, & (x, y) \notin D_b; \end{cases}$$

D_j, D_b — области, занятые полозьями сейсмоисточников и тягача соответственно. Смещения сейсмоисточников и смещения льда в их центрах тяжести полагаются равными (смещением сейсмоисточников относительно поверхности льда пренебрегается):

$$W_j(t) = Z_j(t) = w(x_j, y_j, t), \quad W_b(t) = w(x_b, y_b, t). \quad (2)$$

Начальные условия нулевые, при $t < 0$ система находится в покое. После определения функций $Z_j(t), Z_b(t), W_b(t)$ из уравнения (1) можно найти смещения ледяной пластины, напряжения и перерезывающие силы.

Система интегральных уравнений. При определении движения сейсмоисточников и тягача важна площадь поверхности соприкосновения полозьев и льда, форму поверхности соприкосновения будем полагать круглой. После того как движение масс сейсмоис-

точников и тягача будет определено, напряжения во льду можно найти с учетом формы полозьев. Тогда уравнение (1) запишется в виде

$$\rho_1 h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}\right) D \Delta w = p(x, y, t) - \frac{M}{S} \ddot{Z}_0(t) \sum_{j=1}^2 \tilde{A}_j(x, y) - \frac{M}{S} \sum_{j=1}^2 \tilde{A}_j(x, y) \ddot{Z}_j(t) + k_b (Z_b - W_b) \frac{\tilde{A}_b(x, y)}{S_b}, \quad (3)$$

где $\tilde{A}_j(x, y)$, $\tilde{A}_b(x, y)$ — круги площадью S и S_b и радиусами R , R_b с центрами в точках (x_j, y_j) , (x_b, y_b) .

Для решения задачи используем преобразование Фурье по пространственным координатам x , y и преобразование Лапласа по времени:

$$\begin{aligned} \hat{w}^F(\xi, \eta, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{i(\xi x + \eta y)} e^{st} w(x, y, t) dx dy dt, \\ \hat{\varphi}^F(\xi, \eta, z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{i(\xi x + \eta y)} e^{st} \varphi(x, y, z, t) dx dy dt, \\ \hat{p}^F(\xi, \eta, z, s) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{i(\xi x + \eta y)} e^{st} p(x, y, z, t) dx dy dt. \end{aligned}$$

Здесь $\hat{w}^F(\xi, \eta, s)$, $\hat{\varphi}^F(\xi, \eta, z, s)$, $\hat{p}^F(\xi, \eta, z, s)$ — образы функций $w(x, y, t)$, $\varphi(x, y, z, t)$, $p(x, y, z, t)$.

Из уравнения движения жидкости получаем

$$\frac{\partial^2 \hat{\varphi}^F}{\partial z^2} - \left(\xi^2 + \eta^2 + \frac{s^2}{c_0^2}\right) \hat{\varphi}^F = 0.$$

Решение этого уравнения с условием его затухания при $z \rightarrow -\infty$ имеет вид

$$\hat{\varphi}^F(\xi, \eta, z, s) = C(\xi, \eta, s) e^{\sigma z}, \quad \sigma = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + s^2/c_0^2}.$$

Из граничного условия при $z = 0$ находим

$$s \hat{w}^F = \sigma \hat{\varphi}^F(\xi, \eta, 0, s), \quad \hat{\varphi}^F(\xi, \eta, 0, s) = s \hat{w}^F / \sigma.$$

Отсюда следует

$$p^F = -\rho(s^2/\sigma + g) \hat{w}^F.$$

Уравнение движения пластины (3) принимает вид

$$\begin{aligned} \rho_1 h s^2 \hat{w}^F + (1 + \alpha s) D (\xi^2 + \eta^2)^2 \hat{w}^F &= -\rho \left(\frac{s^2 \hat{w}^F}{\sigma} + g \hat{w}^F \right) - \\ &- \frac{M J_1(R \gamma)}{\pi \gamma R} \sum_{j=1}^2 e^{i(\xi x_j + \eta y_j)} [s^2 \hat{Z}_j(s) + \hat{\ddot{Z}}_j(s)] - \frac{M_b J_1(R_b \gamma)}{\pi \gamma R_b} e^{i(\xi x_b + \eta y_b)} s^2 \hat{Z}_b(s). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\gamma = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$; $\xi = \gamma \cos \theta$; $\eta = \gamma \sin \theta$; γ, θ — цилиндрические координаты в плоскости (ξ, η) ; J_1 — функция Бесселя. Запишем уравнение (4) в виде

$$s^2 m(\gamma) \hat{w}^F + s d(\gamma) \hat{w}^F + c(\gamma) \hat{w}^F = f(\gamma, \theta, s), \quad (5)$$

где

$$m(\gamma) = \rho_1 h + \rho/\sigma, \quad d(\gamma) = \alpha D\gamma^4, \quad c(\gamma) = D\gamma^4 + \rho g,$$

$$f(\gamma, \theta, s) = -\frac{MJ_1(R\gamma)}{\pi\gamma R} \sum_{j=1}^2 e^{i\gamma(x_j \cos\theta + y_j \sin\theta)} [s^2 \hat{Z}_j(s) + \hat{Z}_0(s)] -$$

$$-\frac{M_b J_1(R_b \gamma)}{\pi\gamma R_b} s^2 \hat{Z}_b e^{i\gamma(x_b \cos\theta + y_b \sin\theta)}.$$

Решение уравнения (5) имеет вид

$$\hat{w}^F(\xi, \eta, s) = f(\gamma, \theta, s)/K(\gamma, s),$$

$$K(\gamma, s) = D(1 + s\alpha)\gamma^4 + \rho g + \rho_1 h s^2 + \rho s^2/\sigma, \quad \sigma = \sqrt{\gamma^2 + s^2/c_0^2}$$

($K(\gamma, s)$ — дисперсионная функция для изгибно-гравитационных волн в плавающей упругой пластине). В случае несжимаемой жидкости

$$K(\gamma, s) = D(1 + s\alpha)\gamma^4 + \rho g + \rho_1 h s^2 + \rho s^2/\gamma.$$

Используя обратное преобразование Фурье, получаем

$$\hat{w}(x, y, s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-i\gamma(x \cos\theta + y \sin\theta)} \hat{w}^F(\xi, \eta, s) \gamma d\gamma d\theta.$$

Для системы источников и тягача посередине, расположенных на одной линии, выберем систему координат с центром в середине тягача и осью Ox , направление которой совпадает с направлением движения системы (см. рис. 1). Тогда $(-L, 0)$, $(L, 0)$ — координаты сейсмоисточников, где L — расстояние между центрами сейсмоисточников и тягача. В силу симметрии смещения сейсмоисточников одинаковы: $Z_1(t) \equiv Z_2(t) \equiv Z(t)$. Тогда с учетом (2) система уравнений для определения движения сейсмоисточников и тягача записывается в виде

$$\hat{Z}(s) = -\frac{M}{\pi R} \int_0^\infty J_1(R\gamma) [1 + J_0(2\gamma L)] [s^2 \hat{Z}(s) + \hat{Z}_0(s)] \frac{d\gamma}{K(\gamma, s)} -$$

$$-\frac{M_b s^2}{\pi R_b} \int_0^\infty J_0(\gamma L) J_1(R_b \gamma) \hat{Z}_b(s) \frac{d\gamma}{K(\gamma, s)},$$

$$\hat{W}_b(s) = -\frac{2M}{\pi R} \int_0^\infty J_0(\gamma L) J_1(R\gamma) [s^2 \hat{Z}(s) + \hat{Z}_0(s)] \frac{d\gamma}{K(\gamma, s)} -$$

$$-\frac{M_b s^2}{\pi R_b} \int_0^\infty J_1(R_b \gamma) \hat{Z}_b(s) \frac{d\gamma}{K(\gamma, s)}, \quad (6)$$

$$M_b s^2 \hat{Z}_b + k_b (Z_b - W_b) = 0.$$

Решение для одного сейсмоисточника. Из уравнения для одного сейсмоисточника

$$\hat{Z}(1 + Ms^2 B_0(s)) = -MB_0(s) \hat{Z}_0, \quad B_0(s) = \frac{1}{\pi R} \int_0^\infty \frac{J_1(R\gamma) d\gamma}{K(\gamma, s)}$$

находим

$$\hat{Z}(s) = -\hat{Z}_0 \frac{MB_0(s)}{1 + Ms^2B_0(s)}. \quad (7)$$

Функцию $Z(t)$, описывающую движение сейсмоисточника во времени, можно найти, используя обратное преобразование Лапласа. Однако чтобы определить из уравнения (1) прогиб ледяной пластины и напряжения в ней, необходимо найти ускорение сейсмоисточника $\ddot{Z}(t)$. Для образа ускорения из (7) получаем

$$\ddot{Z}(s) = -\hat{Z}_0 F_2(s), \quad F_2(s) = \frac{Ms^2B_0(s)}{1 + Ms^2B_0(s)}. \quad (8)$$

Найдем асимптотику выражения $s^2B_0(s)$ при $|s| \rightarrow \infty$. Для этого введем характерную длину l , связанную с силами упругости, и безразмерные переменные

$$l = \left(\frac{D}{\rho g}\right)^{1/4}, \quad \zeta = \gamma l, \quad \bar{R} = \frac{R}{l}, \quad \bar{R}_b = \frac{R_b}{l}, \quad \bar{L} = \frac{L}{l}, \quad \bar{c}_0 = \frac{c_0 t_0}{l}.$$

Тогда выражение для $s^2B_0(s)$ записывается в виде

$$s^2B_0(s) = \frac{1}{\pi \bar{R} \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{\chi(\zeta, s) J_1(\bar{R}\zeta) d\zeta}{\chi(\zeta, s) \zeta^4 (1/s^2 + \alpha/s) + \chi(\zeta, s) (\lambda + 1/s^2) + \mu},$$

$$\lambda = \rho_1 h / (\rho g), \quad \mu = l/g, \quad \chi(\zeta, s) = \sqrt{\zeta^2 + s^2/\bar{c}_0^2}.$$

При $|s| \rightarrow \infty$ имеем $s^2B_0(s) \rightarrow C_{0s}$, где $C_{0s} = 1/(\pi \lambda \bar{R}^2 \sqrt{\rho g D})$. В случае несжимаемой жидкости

$$C_{0s} = \frac{1}{\pi \bar{R} \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(\bar{R}\zeta) \zeta d\zeta}{\zeta \lambda + \mu}.$$

Для обращения преобразования Лапласа функцию $F_2(s)$ представим в виде

$$F_2(s) = sF_1(s), \quad F_1(s) = \frac{MsB_0(s)}{1 + Ms^2B_0(s)}.$$

Функция $F_1(s) = C/s + O(|s|^{-2})$ при $|s| \rightarrow \infty$. Здесь $C = MC_{0s}/(1 + MC_{0s})$. В случае несжимаемой жидкости $C = 0,6383$, для сжимаемой жидкости $C = 0,8163$. Обозначим через $Q(t)$ оригинал функции $F_1(s)$. Тогда решение уравнения (8) имеет вид

$$\ddot{Z}(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^t Q(t-\tau) \ddot{Z}_0(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Используя обратное преобразование Лапласа, найдем

$$Q(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re} [e^{i\omega t} F_1(i\omega)] d\omega. \quad (10)$$

Обращение преобразования Лапласа проводилось численно. Влияние сжимаемости на изгибно-гравитационные волны проявляется только на высоких частотах [1], поэтому при частотах, меньших 1 с^{-1} , сжимаемость не учитывалась. При малых значениях ω дисперсионная функция имеет нуль, расположенный близко к мнимой оси, и численный расчет

интеграла $B_0(i\omega)$ затруднителен. Представляя функцию $1/K(\gamma, s)$ в виде суммы простых дробей

$$\frac{1}{K(\gamma, s)} = \sum_{k=0}^4 \frac{A_k}{\gamma - \gamma_k}$$

(γ_k — корни дисперсионного соотношения) и используя табличный интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x J_1(cx) dx}{x+z} = -\frac{\pi z}{2} [H_{-1}(cz) - Y_{-1}(cz)],$$

получаем

$$B_0(s) = \sum_{k=0}^4 \frac{A_k \gamma_k}{2\bar{R}\sqrt{\rho g D}} [H_{-1}(-\bar{R}\gamma_k) - Y_{-1}(-\bar{R}\gamma_k)]$$

(H_{-1}, Y_{-1} — функции Струве и Бесселя соответственно).

Расчеты проводились при следующих значениях параметров льда и воды: $\rho_1 = 900$ кг/м³; $\rho = 1000$ кг/м³; $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м²; $\nu = 0,3$; $h = 0,5$ м; $\alpha = 0,69$ с; $L = 10$ м. В работах [6, 7] показано, что наилучшее приближение к экспериментальным данным используемая вязкоупругая модель льда дает при $\alpha = (0,69 \pm 0,067)$ с. Зависимость заданного ускорения сейсмоисточника на грунте от времени под воздействием импульса показана на рис. 2 сплошной линией.

Расчеты показали, что асимптотика интеграла $B_0(i\omega)$ справедлива с достаточной точностью (различие наблюдается в четвертом знаке) при больших значениях частот ($\omega > \omega_*$); для несжимаемой жидкости $\omega_* = 2 \cdot 10^8$ с⁻¹, для сжимаемой жидкости $\omega_* = 2 \cdot 10^9$ с⁻¹. Интервал $[0, \omega_*]$ делился на участки, на которых при $\omega < 1$ действительная и мнимая части функции $F_1(i\omega)$ аппроксимировались полиномами, при $\omega > 1$ — полиномами по растущим и убывающим степеням порядка не выше двух. Погрешность аппроксимации достаточно мала (различие наблюдалось в четвертом знаке). При $\omega > \omega_*$ функция $F_1(i\omega)$ заменялась асимптотикой $-iC/\omega$. С помощью такой аппроксимации интеграл (10) вычислялся аналитически.

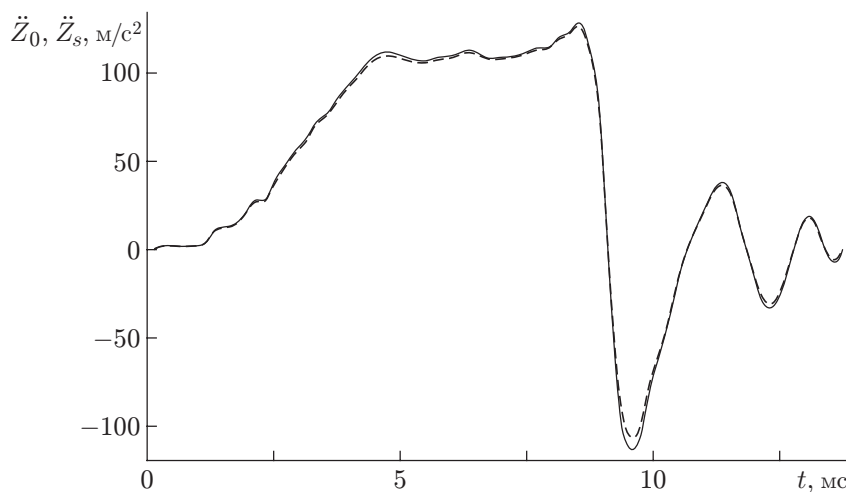


Рис. 2. Зависимость ускорения сейсмоисточника от времени:

сплошная линия — одиночный сейсмоисточник на грунте; штриховая — один из сейсмоисточников рассматриваемой системы на льду

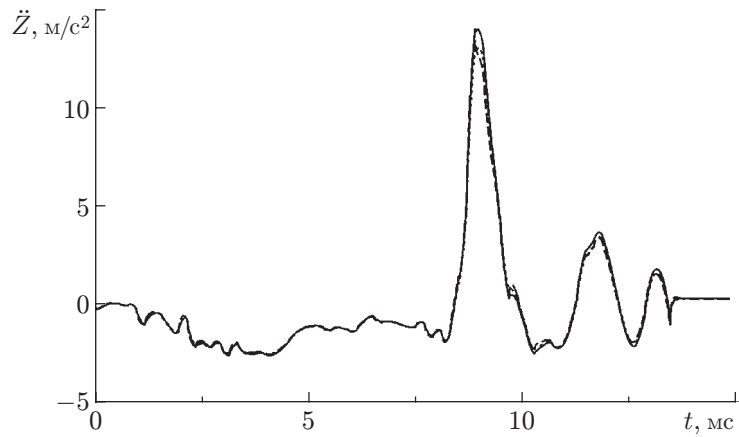


Рис. 3. Зависимость ускорения сейсмоисточника на льду от времени: сплошная линия — система из двух сейсмоисточников и тягача; штриховая — одиночный сейсмоисточник в случае сжимаемой жидкости; пунктирная — то же в случае несжимаемой жидкости

Из расчетов следует, что влияние сжимаемости на функцию $Q(t)$ проявляется лишь при малых временах ($t < t_*$), причем $t_* \ll t_0$, поэтому влияние сжимаемости жидкости на ускорение сейсмоисточника малó. Зависимость ускорения одиночного сейсмоисточника на льду от времени показана на рис. 3 штриховой линией в случае сжимаемой жидкости, пунктирной линией в случае несжимаемой жидкости. На рис. 3 видно, что кривые практически совпадают, поэтому для системы из двух сейсмоисточников и тягача расчеты проводились для случая несжимаемой жидкости.

Решение для системы из двух сейсмоисточников и тягача. Используя преобразование Лапласа в безразмерных переменных, из системы (6) получаем систему уравнений

$$A \begin{pmatrix} \hat{Z} \\ \hat{Z}_b \end{pmatrix} = -\hat{Z}_0 M \begin{pmatrix} B_{0s} + B_2 \\ 2B_{1s} \end{pmatrix},$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 1 + Ms^2(B_{0s} + B_2) & M_b s^2 B_{1b} \\ 2Ms^2 B_{1s} & 1 + M_b s^2/k_b + M_b s^2 B_{0b} \end{pmatrix},$$

$$B_{0s}(s) = I_0(\bar{R}, s), \quad B_{0b}(s) = I_0(\bar{R}_b, s), \quad B_{1s}(s) = I_1(\bar{R}, s), \quad B_{1b}(s) = I_1(\bar{R}_b, s), \quad B_2(s) = I_2(\bar{R}, s),$$

$$I_0(R, s) = \frac{1}{\pi R \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(R\zeta) d\zeta}{\tilde{K}(\zeta, s)}, \quad I_j(R, s) = \frac{1}{\pi R \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(R\zeta) J_0(j\bar{L}\zeta) d\zeta}{\tilde{K}(\zeta, s)},$$

$$\tilde{K}(\zeta, s) = \zeta^4(1 + \alpha s) + 1 + \lambda s^2 + \mu s^2/\zeta.$$

Для образов ускорений эта система имеет вид

$$A \begin{pmatrix} \hat{Z} \\ \hat{Z}_b \end{pmatrix} = -\hat{Z}_0 Ms^2 \begin{pmatrix} B_{0s} + B_2 \\ 2B_{1s} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Решая систему (11), находим образы ускорений сейсмоисточников и тягача, затем, используя обратное преобразование Лапласа, находим зависимость ускорений от времени.

Решение системы (11) имеет вид

$$\hat{Z}(s) = -\hat{Z}_0 G(s), \quad \hat{Z}_b(s) = -\hat{Z}_0 G_b(s),$$

$$G(s) = \frac{Ms^2(B_{0s} + B_2)(1 + M_b s^2/k_b + M_b s^2 B_{0b}) - 2MM_b s^4 B_{1s} B_{1b}}{[1 + Ms^2(B_{0s} + B_2)](1 + M_b s^2/k_b + M_b s^2 B_{0b}) - 2MM_b s^4 B_{1s} B_{1b}},$$

$$G_b(s) = \frac{2Ms^2 B_{1s}}{[1 + Ms^2(B_{0s} + B_2)](1 + M_b s^2/k_b + M_b s^2 B_{0b}) - 2MM_b s^4 B_{1s} B_{1b}}.$$

Находим асимптотики интегралов при $|s| \rightarrow \infty$: $s^2 B_{1s} \rightarrow C_{1s}$, $s^2 B_2 \rightarrow C_2$, $s^2 B_{1b} \rightarrow C_{1b}$, где

$$C_{1s} = \frac{1}{\pi \bar{R} \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(\bar{R}\zeta) J_0(\bar{L}\zeta) \zeta d\zeta}{\zeta \lambda + \mu}, \quad C_2 = \frac{1}{\pi \bar{R} \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(\bar{R}\zeta) J_0(2\bar{L}\zeta) \zeta d\zeta}{\zeta \lambda + \mu},$$

$$C_{1b} = \frac{1}{\pi \bar{R}_b \sqrt{\rho g D}} \int_0^\infty \frac{J_1(\bar{R}_b \zeta) J_0(\bar{L}\zeta) \zeta d\zeta}{\zeta \lambda + \mu}.$$

Окончательно получаем $G(s) \rightarrow C_1$, $C_1 = 0,6382$, т. е. константа практически такая же, как для одиночного сейсмоисточника, а $s^2 G_b(s) \rightarrow C_b$, $C_b = 0,02236$.

Ускорение сейсмоисточников для системы, как и в случае одиночного сейсмоисточника, находится по формулам (9), (10), ускорение тягача определяется из выражений

$$\ddot{Z}_b(t) = - \int_0^t Q_b(t - \tau) \ddot{Z}_0(\tau) d\tau, \quad Q_b(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re} [e^{i\omega t} G_b(i\omega)] d\omega.$$

Отметим, что система (11) имеет полюсы в левой полуплоскости вблизи мнимой оси и значений $\pm i\omega_0$, где $\omega_0 = \sqrt{50}$ — собственная частота тягача на рессорах. Наличие структурного демпфирования и пространственного рассеивания энергии сдвигает полюсы в левую полуплоскость. Для исследуемой системы собственная частота найдена с помощью принципа аргумента: $\omega_* = 7,01149 + 0,013097i$. В окрестности собственной частоты функции $G(i\omega)$ и $G_b(i\omega)$ претерпевают резкие изменения. Обращение преобразования Лапласа производилось так же, как и для одиночного сейсмоисточника, с тем лишь отличием, что для аппроксимации вблизи собственной частоты вместо отрицательных степеней использовались функции вида

$$\frac{\omega}{(\omega - \omega_r)^2 + \omega_i^2}, \quad \frac{1}{(\omega - \omega_r)^2 + \omega_i^2},$$

где ω_r , ω_i — действительная и мнимая части собственной частоты ω_* .

Для оценки прочности льда необходимо знать максимальные усилия, действующие на льдину. В окрестности сейсмоисточников максимальные усилия наблюдаются во время действия импульса. Собственные колебания сейсмоисточников значительно меньше, чем колебания тягача. На рис. 3 сплошной линией показана зависимость ускорения сейсмоисточников от времени для системы (штриховая и пунктирная линии — для одиночного сейсмоисточника в случае сжимаемой и несжимаемой жидкости). Как видно на рис. 3, все кривые практически совпадают. На рис. 2 представлены зависимости от времени заданного ускорения одиночного сейсмоисточника на грунте (сплошная линия) и результирующего ускорения $\ddot{Z}_s(t) = \ddot{Z}_0(t) + \ddot{Z}(t)$ сейсмоисточника на льду при воздействии системы (штриховая линия). Из рис. 2, 3 следует, что для расчета максимальных динамических напряжений во льду взаимодействием сейсмоисточников и тягача можно пренебречь при расстояниях между ними порядка 10 м.

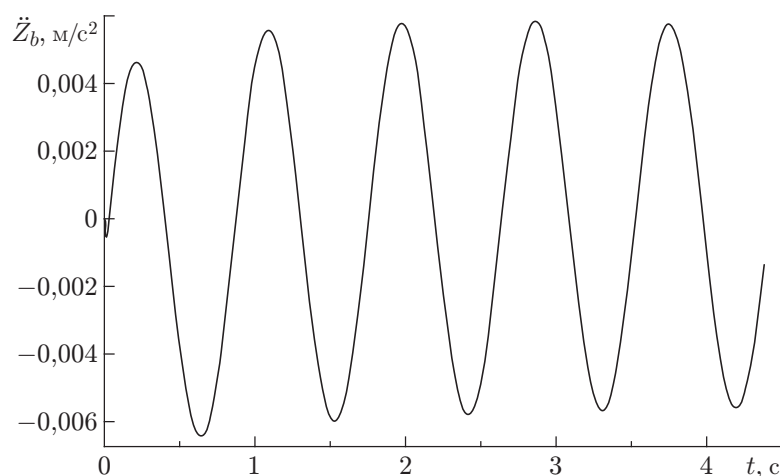


Рис. 4. Зависимость ускорения тягача от времени

На рис. 4 представлена зависимость ускорения тягача от времени. Видно, что импульс сейсмоисточников возбуждает собственные колебания тягача на рессорах. Эти колебания затухают достаточно слабо, но их амплитуды малы.

Полученные результаты показывают, что для сейсмоисточников динамические усилия значительно превышают статические, а для тягача максимальными являются статические усилия.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хейсин Д. Е.** Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967.
2. **Доронин Ю. П.** Морской лед / Ю. П. Доронин, Д. Е. Хейсин. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
3. **Козин В. М., Погорелова А. В.** Воздействие ударного импульса на плавающий ледяной покров // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 6. С. 26–30.
4. **Козин В. М., Погорелова А. В.** Деформация бесконечной ледовой пластины, вызванная ударным импульсом // Тр. Междунар. форума по проблемам науки, техники и образования. М.: Акад. наук о Земле, 2002. Т. 3. С. 48–50.
5. **Фрейденталь А.** Математические проблемы неупругой сплошной среды / А. Фрейденталь, Х. Гейрингер. М.: Физматгиз, 1962.
6. **Moving loads on ice plates** / V. A. Squire, R. J. Hosking, A. D. Kerr, P. J. Langhorne. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1966.
7. **Takizava T.** Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // Cold Regions Sci. Technol. 1985. V. 11. P. 171–180.

*Поступила в редакцию 22/XII 2005 г.,
в окончательном варианте — 18/V 2006 г.*