

чается (см. рис. 3), что достаточно иметь в газовзвеси 20% (или более) по массе крупных частиц (~ 100 мкм), чтобы скорость распространения пламени в ней была порядка 1 м/с.

Поступила в редакцию
4/VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Е. Озерова, А. М. Степанов. ФГВ, 1973, 9, 5.
2. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
3. Э. М. Спэрроу, Р. Д. Сесс. Теплообмен излучением. Л., «Энергия», 1971.
4. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
5. В. В. Александров, В. Н. Котеров.— В сб.; Динамика излучающего газа. Вып. 1. М., ВЦ АН СССР, 1974.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СФЕРИЧЕСКОЙ ДЕФЛАГРАЦИИ

В. А. Горев, С. Н. Мирошников, Я. К. Трошин

(Москва)

В последнее время большое значение приобрело изучение взрывов горючих газов и паров в открытой воздушной атмосфере. Анализ результатов большого числа таких взрывов, проведенный в [1], показывает, что горение образующейся смеси может генерировать сильную ударную волну, хотя наличие детонации можно было предполагать только в редких случаях. Наиболее полно исследованы два случая со сферической конфигурацией: горение с относительно малыми скоростями, когда газ, движущийся перед пламенем, можно считать несжимаемым [2], и случай детонации [3]. В этих случаях получены аналитические выражения для поля скорости, давления и других величин. Для описания промежуточных режимов сферической дефлаграции в каждом конкретном случае используется численное решение задачи о газовом потоке, генерируемом расширяющимся сферическим поршнем [4]. Именно так получены решения для некоторых горючих смесей в работах [5, 6].

В различных реальных ситуациях скорость горения изменяется. Наиболее важен случай ускорения медленного горения и переход его в детонацию. Для успешного изучения этих вопросов необходимо иметь аналитическое решение задачи о сферической дефлаграции с постоянной скоростью горения. Так, создать качественную теорию перехода медленного горения в детонацию в трубах [7] удалось только после решения задачи о плоской дефлаграции [8].

В данной работе рассматривается задача о сферической дефлаграции в следующей постановке. Пламя распространяется с постоянной скоростью по однородной газовой смеси. Продукты сгорания неподвижны, их тепловое расширение вызывает движение исходной газовой смеси перед фронтом пламени. Внешней границей движущейся исходной смеси является ударная волна.

Рассмотрим схематическое изменение состояния газа в безразмерной $p_{i0}-V_{i0}$ -плоскости ($p_{i0}=p_i/p_0$, $V_{i0}=V_i/V_0$) для трех скоростей го-

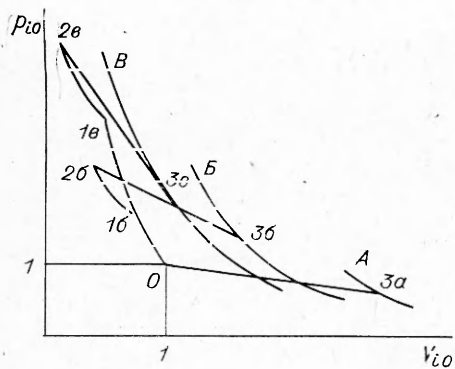


Рис. 1.

Когда же скорость горения имеет некоторое значение S_b , то исходный газ проходит через ударную волну и его состояние меняется скачком по ударной адиабате $01b$. Газ начинает двигаться за ударным фронтом и сжимается по изэнтропе $1b$ $2b$. Скорость движения его при этом возрастает. Наконец, газ попадает в волну горения и его состояние изменяется по прямой Михельсона $2b$ $3b$. Точка $3b$, описывающая состояние продуктов сгорания, лежит на кривой Гюгонио B , которая сдвинута влево относительно кривой A из-за нагрева газа в ударной волне. При увеличении скорости горения интенсивность ударной волны возрастает и, наконец, реализуется случай, когда прямая Михельсона является касательной к кривой Гюгонио. Это соответствует дефлаграции Чепмена — Жуге (см. рис. 1, B). При дальнейшем увеличении скорости горения продукты сгорания начинают двигаться.

Состояние продуктов сгорания связано с состоянием газа непосредственно перед фронтом пламени соотношением Гюгонио:

$$\pi = [\kappa - \sigma + q(a_0/a_2)^2] / (\kappa_3\sigma - 1) \quad (1)$$

и уравнением прямой Михельсона:

$$\pi = 1 + \gamma\alpha^2(a_0/a_2)^2 \cdot (1 - \sigma) / \sigma. \quad (2)$$

Ряд величин (κ, q, γ, a_0) , входящих в систему (1), (2), известен заранее. Здесь $\pi = p_3/p_2$ — перепад давления на фронте пламени; $\sigma = \rho_2/\rho_3 = V_3/V_2$ — степень расширения газа при сгорании, $\kappa_i = (\gamma_i + 1) / (\gamma_i - 1)$ (γ — показатель изэнтропы). В дальнейшем полагаем $\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma_3 = \gamma$. Величины $q + 2\gamma Q/a_0^2$ (Q — теплота сгорания единицы массы исходного газа, a_0 — скорость звука в невозмущенном газе) и $\alpha = W/a_0$ (W — видимая скорость пламени) определяются из эксперимента. На фронте пламени сохранение массы дает

$$W = S\sigma, \quad (2a)$$

где S — скорость горения по частицам.

Система (1), (2) разрешима, если для каждого α находятся значения π и σ . Для успешного решения этой задачи необходимо уметь определять состояние газа перед фронтом пламени, т. е. иметь связь между W и входящей в уравнения величиной скорости звука перед фронтом пламени. Отсюда ясно, что задача о сферической дефлаграции неразрывно связана с определением параметров течения между фронтом пламени и ударной волной. При постоянной скорости пламени это течение автомодельно [9], т. е. все величины зависят только от отношения текущей координаты ко времени r/t , поэтому система уравнений движе-

рения $Sa < Sb < Sv$ (рис. 1). Здесь p и V — давление и удельный объем; цифры означают: 0 — исходное состояние газа, 1 — состояние газа непосредственно за фронтом ударной волны, 2 — состояние газа непосредственно перед фронтом пламени, 3 — состояние неподвижных продуктов сгорания.

Для предельного случая $Sa \rightarrow 0$ газ перед пламенем находится в таком состоянии как на бесконечности (точка 0), а продукты сгорания характеризуются точкой $3a$ на кривой Гюгонио A .

ния и неразрывности может быть записана в следующем виде:

$$dv/d\xi = 2vh/\xi[(v-\xi)^2-h], \quad (3)$$

$$dh/d\xi = 2(\gamma-1)/\xi \cdot [hv(\xi-v)]/[(v-\xi)^2-h] \quad (4)$$

при граничных условиях на ударном фронте

$$v_s = \delta, \quad (5)$$

$$h_s = 1 + (\gamma-3)/2 \cdot \delta - (\gamma-1)/2 \cdot \delta^2.$$

Здесь $v = \frac{u}{R'_s}$; $h = \frac{a^2}{R_s^2}$; $\xi = r/R_s$; R_s — координата ударного фронта; R'_s — скорость ударного фронта.

Величина δ , выражающая отношение скорости газа за ударным фронтом к скорости ударного фронта, характеризует интенсивность ударного фронта и связана простым соотношением с числом Маха

$$M_s = \frac{R'_s}{a_0}$$

$$\delta = \frac{2}{\gamma+1} \left(1 - \frac{1}{M_s^2} \right). \quad (5a)$$

Кроме того, необходимо учитывать систему (1), (2), (2a). На фронте пламени $\xi = \xi_2$, $h = h_2$

$$u_2 = W - S = S(\sigma-1) = W(\sigma-1)/\sigma, \quad (5b)$$

следовательно,

$$v_2 = \frac{W}{R'_s} \frac{\sigma-1}{\sigma} = \xi_2 \frac{\sigma-1}{\sigma}.$$

Поэтому из (3)

$$\left. \frac{dv}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_2} = - \frac{2 \frac{\sigma-1}{\sigma}}{1 - \frac{S^2}{a_2^2}}. \quad (6)$$

Если бы пламя было непроницаемо для газа, т. е. течение вызывалось расширением твердого поршня, то определяющими уравнениями были бы (3) и (4), однако на поверхности поршня

$$\left. \frac{dv}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_2} = -2.$$

Такое же значение градиента скорости в этом месте получается, если поршень расширяется в несжимаемой жидкости, в чем легко убедиться, используя для его нахождения потенциал скорости несжимаемой жидкости [10]

$$\varphi = \frac{u_0 r_0^2}{r}. \quad (7)$$

Следовательно, при любых скоростях движения непроницаемого поршня вблизи его поверхности газ ведет себя как несжимаемый, и потенциал его скорости в этом месте можно брать в виде (7).

Если же поршень частично проницаем, так что скорость газа у его поверхности u_2 меньше скорости поршня W , например $u_2 = W(\sigma-1)/\sigma$ (аналогично случаю распространения пламени), то при

движении в несжимаемой жидкости

$$\frac{dv}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_2} = -2 \frac{\sigma-1}{\sigma}. \quad (8)$$

Поэтому, как следует из сравнения (6) и (8), при условии $\frac{S^2}{a_2^2} \ll 1$ газ у поверхности пламени можно считать несжимаемым и потенциал скорости и в этом случае брать в форме (7).

Рассмотрим течение между поверхностью поршня и ударным фронтом. Если пренебречь скачком энтропии на ударном фронте, то при помощи интеграла Бернулли

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=r_2} + \frac{u_2^2}{2} + \frac{a_2^2}{\gamma-1} = \frac{a_0^2}{\gamma-1} \quad (9)$$

получаем значения параметров газа перед поршнем в зависимости от скорости поршня. Поскольку газ перед поршнем можно считать несжимаемым, то для определения производной $\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=r_2}$ воспользуемся выражением (7) для потенциала скорости, что дает для поршня

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=r_2} = -2u_2^2. \quad (10)$$

Заметим, что для пламени

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_{r=r_2} = -2u_2 W = -2 \frac{\sigma-1}{\sigma} W^2. \quad (11)$$

Подстановка (10) в (9) приводит к следующему выражению для квадрата скорости звука перед поршнем:

$$(a_2/a_0)^2 = 1 + 3/2 \cdot (\gamma-1) \varepsilon^2, \quad (12)$$

где $\varepsilon = u_2/a_0$.

В [4] получено численное решение задачи о сферическом поршне. Сравнение результатов, найденных по (12), с численным решением [4] показывает, что (12) дает завышенное значение скорости звука, причем с ростом ε различие увеличивается. Это можно объяснить тем, что скачок энтропии на ударном фронте, сам по себе малый и законно пренебрежимый, дает скачок давления и скорости звука; и это расхождение в граничных условиях из-за нелинейности изэнтропы приводит к уже заметной ошибке в определении параметров на поверхности поршня.

Выражение (12) можно поправить таким образом, чтобы оно не усложнилось и в широком диапазоне скоростей давало результаты, удовлетворительно совпадающие с [4]. Этим требованиям в диапазоне $\varepsilon \leq 1, 2$ отвечает соотношение

$$(a_2/a_0)^2 = 1 + 3/2 (\gamma-1) \cdot \varepsilon^2 / (1+\varepsilon). \quad (13)$$

Зная значение скорости звука у поршня, можно вычислить и давление в этом месте

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{a_2}{a_0} \right)^{2\gamma} = \left[1 + \frac{3}{2} (\gamma-1) \frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \quad (14)$$

Здесь использовано уравнение изэнтропы, поскольку скачок энтропии на ударном фронте учтен множителем $1/(1+\varepsilon)$. Сравнение рассчитанных по (13) значений p_2 и результатов численного решения [4] пока-

зывает, что в рассматриваемом диапазоне ($\varepsilon \leq 1,2$) согласие хорошее. Максимальная ошибка получается при наибольших ε и не превышает 5%.

Для определения параметров газа перед фронтом пламени необходимо в интеграл движения (9) подставить выражение для производной $\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{r=r_2}$ из (11) и учесть (3)

$$\left(\frac{a_2}{a_0} \right)^2 = 1 + \frac{\gamma-1}{2} (3\sigma+1)(\sigma-1) \frac{S^2}{a_0^2}.$$

После введения переменной $\alpha = W/a_0$, поправочного множителя $1/(1+\alpha) \approx 1/(1+\varepsilon)$ и незначительных допущений окончательно получим

$$(a_2/a_0)^2 = 1 + 3/2 \cdot (\gamma-1) \cdot \alpha^2 / (1+\alpha) \cdot (\sigma-1) / \sigma. \quad (15)$$

В соотношении Гюгонио (1) для большинства воздушных и кислородных смесей $\kappa_3 = 10 \div 12$, $\kappa = 6 \div 8$, а $\sigma = 6 \div 10$. Поэтому $\kappa - \sigma \ll q$, $\kappa_3 \sigma \gg 1$, и выражение (1) переписывается в виде

$$\pi = q (a_0/a_2)^2 / \kappa_3 \sigma.$$

При малых скоростях горения ($S \rightarrow 0$) $a_2 \rightarrow a_0$, $\pi \rightarrow 1$, $\sigma \rightarrow \sigma_0$. σ_0 — степень расширения при малых скоростях горения — экспериментально измеряемая величина. Вводя σ_0 , получим:

$$\pi = \sigma_0 / \sigma \cdot (a_0/a_2)^2. \quad (16)$$

Введем малую величину $y = (\sigma_0 - \sigma) / \sigma_0$ в выражения (2), (15) и (16). Производя алгебраические преобразования и отбрасывая малые члены, получим

$$y = \frac{\alpha^2 \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} \left[\frac{3}{2} \frac{\gamma - 1}{1 + \alpha} - \frac{\gamma}{\sigma_0} \right]}{1 + \frac{3}{2} (\gamma - 1) \cdot \frac{\alpha^2}{1 + \alpha}}.$$

Расчет y показывает, что, например, при $\alpha = 1$ она является малой: для $\sigma_0 = 7$ $y_{\alpha=1} = 0,066$. Это позволяет в дальнейшем считать $(\sigma - 1) / \sigma \approx (\sigma_0 - 1) / \sigma_0$. Запишем выражение для перепада давления в волне горения и для абсолютного значения давления в продуктах сгорания

$$\pi = \frac{1}{1-y} \left[1 + \frac{3}{2} (\gamma - 1) \frac{\alpha^2}{1+\alpha} \cdot \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} \right]^{-1},$$

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{1}{1-y} \left[1 + \frac{3}{2} (\gamma - 1) \frac{\alpha^2}{1+\alpha} \cdot \frac{\sigma_0 - 1}{\sigma_0} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Изменение p_3/p_0 при увеличении α от 0 до 1,0 до $\sigma_0 = 7$ изображено на рис. 2. Здесь также для сравнения приведена зависимость $p_2/p_0(\alpha)$. Существенный недостаток полученного решения состоит в отсутствии какого-либо описания течения газа между фронтом пламени (поршнем) и ударным фронтом. Неизвестной осталась и связь интенсивности ударного фронта с видимой скоростью пламени (скоростью поршня).

Для малых скоростей горения можно попытаться воспользоваться акустической

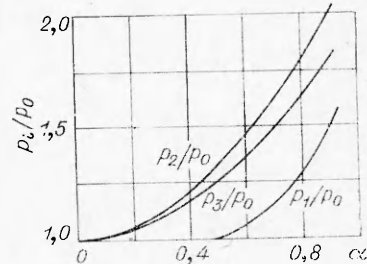


Рис. 2.

теорией, т. е. считать ударную волну очень слабой. Тогда потенциал скорости [4]

$$\varphi(r) = \alpha^3 / (1 - \alpha^2) \cdot a_0 \cdot (\sigma_0 - 1) / \sigma_0 \cdot (a_0 t - r)^2 / r.$$

Поскольку $u = -\partial\varphi/\partial r$, то распределение скорости газа имеет следующий вид (в безразмерных координатах):

$$v = \alpha^3 / (1 - \alpha^2) \cdot (\sigma_0 - 1) / \sigma_0 \cdot (1/\xi^2 - 1). \quad (17)$$

При использовании акустической теории в уравнении движения членом $u \cdot \partial u / \partial r$ пренебрегают по сравнению с членом $\partial u / \partial t$. Но в окрестности пламени эти величины одного порядка, что легко получить, используя (7). Поэтому в этом месте акустическая теория дает неверные результаты при определении скорости звука или давления. Более правильные результаты для распределения скорости звука получаются при подстановке найденного в акустическом приближении выражения скорости газа (4). После интегрирования получим

$$(a/a_0)^2 = 1 + 2A(\gamma - 1) \left[(1/\xi - 1) + A/2 \cdot (1/\xi^2 - 1) - A/4 \cdot (1/\xi^4 - 1) \right].$$

Здесь $A = \alpha^3 / (1 - \alpha^2) \cdot (\sigma_0 - 1) / \sigma_0$. Непосредственно перед фронтом пламени при $\xi = \alpha$

$$(a_2/a_0)^2 = 1 + 1/2 \cdot (\gamma - 1) \cdot \alpha^2 (3 - \alpha) / (1 + \alpha) \cdot (\sigma_0 - 1) / \sigma_0.$$

Это уравнение очень близко к (15) при малых α . Распределение давления выражается через скорость звука, поскольку течение изэнтропично

$$p/p_0 = \left\{ 1 + 2A(\gamma - 1) \left[(1/\xi - 1) + A/2 \cdot (1/\xi^2 - 1) - A/4 \cdot (1/\xi^4 - 1) \right] \right\}^{\gamma/(\gamma - 1)}. \quad (18)$$

Полученные соотношения (17), (18) хорошо описывают параметры течения при $\alpha < 0,6$. При больших значениях скорости горения интенсивность ударной волны становится значительной и ее нельзя не учитывать.

Чтобы описать течение при $\alpha \geq 0,6$ обратимся еще раз к задаче о расширяющемся сферическом поршне. Анализ численного решения [4] показывает, что при увеличении скорости движения поршня профиль скорости потока газа становится все более близким к линейному (рис. 3): уже при $\varepsilon = 0,6$ отклонение не превышает 7%, а разность значений скорости газа у поверхности поршня (равной скорости поршня) и непосредственно за ударным фронтом сохраняется приблизительно постоянной:

$$u_2 - u|_{r=R_s} = k a_0, \\ k \approx 0,525.$$

Поэтому можно приблизить профиль скорости к прямой, удовлетворяющей обоим граничным условиям и имеющей минимальное отклонение от действительного профиля

$$v = a - b\xi. \quad (19)$$

Коэффициенты a и b легко определяются из условий на границах и (5а):

$$b = k / (M_s - \varepsilon), \quad a = \varepsilon / M_s \cdot (b + 1), \quad (20)$$

причем

$$M_s = 1 + [(\varepsilon - k)(\gamma + 1)/4] + [(\varepsilon - k)^2(\gamma + 1)/32], \quad (21)$$

$$\delta = (\varepsilon - k) [1 - (\varepsilon - k)(\gamma + 1)/4].$$

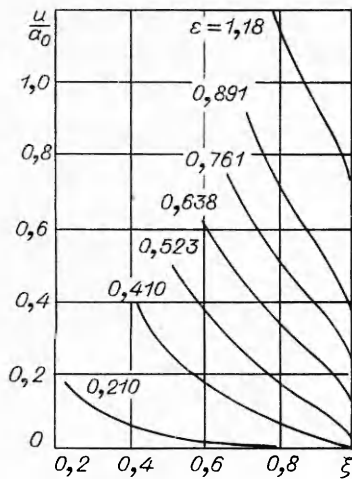


Рис. 3.

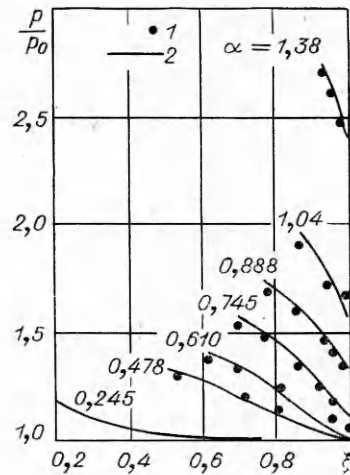


Рис. 4.

Чтобы найти профиль давления, используем уравнение системы (3), (4). Поделив первое на второе, получим

$$dh/dv = -(\gamma - 1)(v - \xi).$$

Выражая ξ из (19) через v и интегрируя при неизменном условии (5)

$$h = h_s = 1 + (\gamma - 3)/2 \cdot \delta - (\gamma - 1)/2 \cdot \delta^2 \quad \text{при } v = \delta,$$

получаем профиль скорости звука (напомним, что $h = \frac{1}{M_s^2} \cdot \left(\frac{a}{a_0}\right)^2$):

$$h = h_s - ab(\gamma - 1)(1 - \xi) \left[1 - (b + 1)/2a \cdot (1 + \xi) \right].$$

Отсюда легко можно перейти и к профилю давления, используя уравнение изэнтропы. Необходимо, однако, учесть скачок давления на ударном фронте, определяемый условием Рэнкина — Гюгонно. После преобразований имеем

$$\frac{p}{p_0} \left[\frac{h}{h_s} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left(M_s^2 - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right) \cdot \frac{2\gamma}{\gamma+1}. \quad (22)$$

Сравнение полученного профиля давления (рис. 4, 2) с расчетным [4] (см. рис. 4, 1) показывает хорошее согласование (расхождение менее 3%). Чтобы использовать зависимость (19) — (22) для задачи о сферической дефлаграции, необходимо учесть

$$\alpha = \varepsilon \cdot \sigma_0 / (\sigma_0 - 1), \quad \varepsilon = \alpha (\sigma_0 - 1) / \sigma_0.$$

В результате решения задачи о сферической дефлаграции для постоянных скоростей горения, соответствующих видимой скорости пламени $W \leq 1,2a_0 \approx 400$ м/с, впервые получены аналитические выражения для связи параметров продуктов сгорания и ударно-сжатого газа перед фронтом пламени со скоростью горения. Это позволяет определить параметры ударной волны на близких расстояниях. Следует отметить, что при $\alpha = 1,2$ ударная волна имеет интенсивность $M_s = 1,5$; при этом скорость горения по частицам $S \approx 58$ м/с. Такое значение ско-

рости горения по частицам соответствует увеличению скорости горения по сравнению со скоростью нормального горения примерно в 100 раз для углеводородно-воздушных смесей и в 25 раз — для водородно-воздушной смеси.

*Поступила в редакцию
29/V 1978*

ЛИТЕРАТУРА

1. R. A. Strehlow. 14-th Symposium (International) on Combustion, 1973, p. 1189.
2. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М., «Мир», 1968.
3. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 389.
4. G. I. Taylor. Proc. Roy. Soc., 1946, 186A, 1004, 273.
5. A. L. Kuhl, M. M. Kamel, A. K. Oppenheim. 14-th Symposium (International) on Combustion, 1973, p. 1201.
6. Г. И. Бам-Зеликович.— В сб.: Теоретическая гидродинамика. № 4. Оборонгиз, 1949.
7. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1968.
8. Я. К. Трошин. Изв. АН СССР. Отделение технических наук, 1956, 1.
9. Л. Н. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1957.
10. Г. Ламб. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

ГОРЕНИЕ ГЕТЕРОГЕННОЙ СИСТЕМЫ С КОМПОНЕНТАМИ, СПОСОБНЫМИ ИСПАРЯТЬСЯ И РЕАГИРОВАТЬ В КОНДЕНСИРОВАННОЙ И ГАЗОВОЙ ФАЗАХ

В. И. Аникеев, О. П. Коробейников, А. С. Шмелев

(Новосибирск)

В известной модели Беляева — Зельдовича [1,2] рассматриваются гомогенные летучие конденсированные вещества, скорость горения которых определяется процессами, протекающими в газовой фазе. Другие модели горения гомогенных конденсированных систем рассмотрены и классифицированы в работе [3]. Горение гетерогенных конденсированных смесей горючего и окислителя — процесс сложный, он трудно поддается теоретическому анализу. Описание стационарного и одномерного процесса горения гетерогенной смеси системы должно базироваться на статистическом рассмотрении процессов в областях, соизмеримых с размерами неоднородностей системы, в которых горение неоднородно и нестационарно. Попытки учета неоднородности и нестационарности приводят к пока непреодолимым трудностям. В связи с этим у исследователей возник интерес к более простым моделям гетерогенных смесевых систем. Примером такой модели может служить система, составленная из чередующихся слоев окислителя и горючего («сэндвич») [4—19]. Геометрическая определенность расположения компонентов делает эту систему удобной для теоретического анализа и для экспериментальных исследований процесса горения, являющегося в этой системе стационарным. Исследование горения слоевой системы позволяет проанализировать и обобщить влияние таких важных для горения смесевых систем факторов, как дисперсность и соотношение компонентов, давление, наличие катализаторов и др.