УДК 539

ОСОБЕННОСТИ ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛН ЧЕРЕЗ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ

Н. В. Чертова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634055 Томск
E-mail: chertova@ispms.tsc.ru

На основе уравнений полевой теории дефектов с использованием кинематических тождеств для упругого континуума с дефектами и динамических уравнений калибровочной теории рассмотрены закономерности прохождения плоских гармонических волн через границы раздела вязкоупругих сред. Определены коэффициенты отражения и преломления волн упругих смещений и волн поля дефектов, характеризуемого тензором плотности дислокаций и тензором плотности потока. Проанализированы зависимости полученных величин от параметров граничащих сред.

Ключевые слова: континуальная модель, дислокации, калибровочная теория, динамические уравнения, волны, границы раздела.

Введение. Изучение и прогнозирование закономерностей пластического деформирования материалов и сред является актуальной задачей механики, поскольку область упругих деформаций весьма ограничена и многие процессы, имеющие большое практическое значение (упрочнение, накопление необратимых деформаций, износ, разрушение и др.), происходят за ее пределами. Физические механизмы пластической деформации, среди которых особая роль принадлежит дислокационной пластичности [1], определяемой динамикой дефектов трансляционного типа, хорошо известны. В настоящей работе на основе математической модели, построенной в рамках калибровочного подхода и описывающей динамику дислокационного континуума, рассмотрены закономерности прохождения волн поля дефектов через границы раздела вязкоупругих сред. В работах [2–4] изучены вязкопластические среды. Многочисленные экспериментальные данные свидетельствуют о влиянии наличия внешних и внутренних границ на процессы деформирования [5, 6]. Результаты, полученные в настоящей работе, позволяют объяснить особенности пластического деформирования на границах вязкоупругих сред.

1. Математическая формулировка задачи. Исследование проводится с использованием системы уравнений полевой теории дефектов, включающей динамические уравнения калибровочной теории дислокаций [7]

$$B\,\frac{\partial I_{ij}}{\partial x_i} = -P_j, \qquad Se_{ikl}\,\frac{\partial}{\partial x_k}\,\alpha_{lj} = -B\,\frac{\partial}{\partial t}\,I_{ij} - \sigma_{ij} \tag{1}$$

и кинематические тождества континуальной теории [8]

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\,\alpha_{ki} = 0, \qquad e_{ikl}\,\frac{\partial}{\partial x_k}\,I_{lj} = \frac{\partial}{\partial t}\,\alpha_{ij}, \tag{2}$$

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-00264а).

где α_{ij}, I_{ij} — тензор плотности и тензор плотности потока дислокаций; σ_{ij}, P_i — эффективные напряжения и импульс; B, S — константы теории. Соотношения (2) следуют из определений параметров дислокационного континуума

$$I_{ij} = -\frac{\partial \beta_{ij}}{\partial t}, \qquad \alpha_{ij} = -e_{ikn}\,\frac{\partial \beta_{nj}}{\partial x_k}$$

(β_{ij} — тензор пластической дисторсии). Физический смысл параметров дислокационного ансамбля поясняют выражения

$$\alpha_{ij} = \frac{db_j}{ds_i}, \qquad I_{ij} = \frac{d\,(\partial b_j/\partial t)}{dl_i},$$

где $\boldsymbol{b}$ — суммарный вектор Бюргерса всех дислокаций, пересекающих единичную ориентированную площадку $\boldsymbol{s}$, ограниченную контуром с единичным касательным вектором $\boldsymbol{l}$. Если изучаемая среда имеет свойства вязкоупругого тела [9], то эффективные напряжения и импульс могут быть заданы следующим образом:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\frac{\partial U_l}{\partial_k} + \eta_{ijkl}\,\frac{\partial V_l}{\partial_k}, \qquad P_i = \rho V_i, \qquad V_i = \frac{\partial U_i}{\partial t}. \tag{3}$$

Здесь U_i — компоненты вектора упругих смещений; ρ — плотность среды; C_{ijkl}, η_{ijkl} — тензоры модулей упругости и коэффициентов вязкости, которые в случае однородного изотропного материала имеют вид

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \qquad \eta_{ijkl} = \gamma\delta_{ij}\delta_{kl} + \nu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}),$$

λ, μ — коэффициенты Ламе; γ, ν — объемная и сдвиговая вязкость упругого тела; δ_{ij} — символы Кронекера. Соотношения (3) являются частным случаем определения эффективных напряжений и импульса [10]. Напряжение и импульс удовлетворяют уравнению динамического равновесия

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k},$$

которое является условием совместности (1). Согласно [11] на границе раздела с нормалью $\boldsymbol{n}$ и касательным вектором $\boldsymbol{t}$ выполняются условия

$$[n_i U_i] = 0, \qquad [n_i \sigma_{ik}] = 0; \tag{4а}$$

$$[B n_i I_{ik}] = 0, \quad [t_i I_{ik}] = 0, \qquad [n_i \alpha_{ik}] = 0, \quad [S t_i \alpha_{ik}] = 0. \tag{4б}$$

2. Распространение волн упругих смещений в вязкоупругой среде. Из полученных в работе [11] решений уравнений (1)–(3) в виде плоских гармонических волн следует, что в вязкоупругих средах распространяются волны упругих смещений

$$U_n(\xi) = a_n \exp{(ik_n\xi)} + b_n \exp{(-ik_n\xi)}, \tag{5}$$

обусловленные динамикой компонент тензора плотности потока дислокаций на плоскости фронта волны или на плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны:

$$I_{\xi n}(\xi) = [\rho\omega/(Bk_n)][a_n \exp{(ik_n\xi)} + b_n \exp{(-ik_n\xi)}]. \tag{6}$$

Здесь ξ — координата, в направлении которой распространяется волна; ω — частота; k_n — волновой вектор; a_n, b_n — константы; $n = 1, 2, 3$. Компоненты тензора плотности потока дислокаций, заданные на плоскости, параллельной направлению распространения волны, определяются суммой двух волн:

$$I_{\varphi\xi}(\xi) = q_1(d_1) \exp{(\pm ik\xi)} + \frac{\omega^3\rho}{Sk_2(k^2 - k_2^2)}\, a_2(-b_2) \exp{(\pm ik_2\xi)},$$

$$I_{\varphi\varphi}(\xi) = q_2(d_2)\exp(\pm ik\xi) + \frac{\omega^3\rho k_1}{Sk_4^2(k^2 - k_1^2)}a_1(-b_1)\exp(\pm ik_1\xi), \tag{7}$$

$$I_{\varphi\zeta}(\xi) = q_3(d_3)\exp(\pm ik\xi),$$

за исключением компонент $I_{\varphi\zeta}(\xi)$, для которых $\varphi \neq \zeta \neq \xi$. В (7) q_n, d_n $(n = 1, 2, 3)$ — константы. Первые слагаемые описывают собственные возбуждения дислокационного ансамбля, вторые — возбуждения, обусловленные упругими смещениями. Аналогичные соотношения справедливы для компонент $I_{\zeta n}(\xi)$ [11]. Решения (5)–(7) позволяют записать выражения для волновых векторов

$$\boldsymbol{k}_1^2 = \frac{\omega^2}{C_1^2(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_1)}, \quad \boldsymbol{k}_2^2 = \frac{\omega^2}{C_2^2(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_2)}, \quad \boldsymbol{k}_4^2 = \frac{\omega^2}{C_4^2(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_4)}, \quad k = \frac{\omega}{C}, \tag{8}$$

используя которые можно получить скорости распространения волн, показатели преломления и поглощения [12]. Здесь $C_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $C_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ — скорости упругих волн; $C_4 = \sqrt{\lambda/\rho}$; $C = \sqrt{S/B}$ — скорость дислокационного континуума. Тангенсы углов потерь, задаваемые равенствами

$$\mathrm{tg}\,\delta_1 = \omega\,\frac{\gamma + 2\nu}{\lambda + 2\mu}, \quad \mathrm{tg}\,\delta_2 = \omega\,\frac{\nu}{\mu}, \quad \mathrm{tg}\,\delta_4 = \omega\,\frac{\gamma}{\lambda}, \tag{9}$$

характеризуют затухание соответствующих волн. На основе (7), (2) можно найти компоненты тензора плотности дислокаций, в том числе компоненты $\alpha_{\xi n}(\xi, t) \equiv 0$.

3. Определение коэффициентов отражения и преломления при прохождении волны через границу раздела. Рассмотрим частный случай падения первичной волны на границу раздела в направлении нормали. Используя граничные условия (4а), получим выражения для коэффициентов отражения и преломления у компонент вектора смещений

$$R_n = \frac{a_n^-}{a_n^0} = \frac{\sqrt{\rho^- M_n^-} - \sqrt{\rho^+ M_n^+}}{\sqrt{\rho^- M_n^-} + \sqrt{\rho^+ M_n^+}}, \qquad Y_n = \frac{a_n^+}{a_n^0} = \frac{2\sqrt{\rho^- M_n^-}}{\sqrt{\rho^- M_n^-} + \sqrt{\rho^+ M_n^+}}, \tag{10}$$

которые позволяют найти соответствующие коэффициенты для компонент тензора плотности потока дислокаций на плоскости фронта волны (6)

$$R_{\xi n} = \frac{a_n^-}{a_n^0} = R_n, \qquad Y_{\xi n} = \frac{B^- k_n^- \rho^+}{B^+ k_n^+ \rho^-}\,\frac{a_n^+}{a_n^0} = \frac{B^- \sqrt{\rho^+ M_n^+}}{B^+ \sqrt{\rho^- M_n^-}}\,Y_n. \tag{11}$$

Здесь и далее верхние индексы “−”, “+”, 0 соответствуют отраженной, преломленной и падающей волнам. Как и волновые векторы $\boldsymbol{k}_n$, определяемые выражениями (8), где $\boldsymbol{k}_2 = \boldsymbol{k}_3$, эффективные модули $M_n = \rho\omega^2/k_n^2 = \rho C_n^2(1 - i\,\mathrm{tg}\,\delta_n)$ и соответствующие выражения для коэффициентов Френеля (10), (11) являются комплексными величинами.

Коэффициенты Френеля компонент $I_{\varphi\zeta}$, заданных на плоскостях, параллельных направлению распространения волны, нетрудно найти с использованием последних двух граничных условий в (4б):

$$R_{\varphi\xi} = \frac{q_3^-}{q_3^0} = \frac{S^- k^- - S^+ k^+}{S^- k^- + S^+ k^+}, \qquad Y_{\varphi\xi} = \frac{q_3^+}{q_3^0} = \frac{2S^+ k^+}{S^- k^- + S^+ k^+}. \tag{12}$$

С учетом выражения (8) для волнового вектора $\boldsymbol{k}$ рассматриваемые величины можно определить через константы калибровочной дислокационной теории:

$$R_{\varphi\xi} = \frac{\sqrt{B^- S^-} - \sqrt{B^+ S^+}}{\sqrt{B^- S^-} + \sqrt{B^+ S^+}}, \qquad Y_{\varphi\xi} = \frac{2\sqrt{B^- S^-}}{\sqrt{B^- S^-} + \sqrt{B^+ S^+}}.$$

Для компонент $I_{\varphi\xi}$, $I_{\varphi\varphi}$, представляющих собой сумму двух гармоник, аналитические выражения для коэффициентов отражения и преломления могут быть найдены лишь приближенно на основе метода медленно меняющихся амплитуд [13]. Рассмотрим компоненту $I_{\varphi\xi}(\xi)$, определяемую волновыми векторами $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{k}_2$. Введем средний волновой вектор $\langle \boldsymbol{k}_2 \rangle = (\boldsymbol{k} + \boldsymbol{k}_2)/2$ и разность волновых векторов $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{k}_2$ $\delta\boldsymbol{k}_2 = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_2$, что позволяет записать выражения для $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{k}_2$ в виде

$$\boldsymbol{k} = \langle \boldsymbol{k}_2 \rangle + \delta\boldsymbol{k}_2/2, \qquad \boldsymbol{k}_2 = \langle \boldsymbol{k}_2 \rangle - \delta\boldsymbol{k}_2/2. \tag{13}$$

Используя (13), выражение для компоненты $I_{\varphi\xi}$ представим следующим образом:

$$I_{\varphi\xi}(\xi, t) = \psi_{\varphi\xi}(\xi) \exp\left(-i\omega t + i\langle k_2 \rangle \xi\right). \tag{14}$$

Здесь $\psi_{\varphi\xi}$ — амплитуда, зависящая от пространственных координат:

$$\psi_{\varphi\xi}(\xi) = q_1 \exp\Big(-\frac{i\delta k_2 \xi}{2}\Big) + \frac{\omega^3 \rho}{S(2\langle k_2 \rangle - \delta k_2)\langle k_2 \rangle \delta k_2}\, a_2 \exp\Big(\frac{i\delta k_2 \xi}{2}\Big).$$

В соответствии с условием медленного изменения амплитуды амплитуда почти постоянна, т. е. ее производная равна нулю: $\partial_\xi \psi_{\varphi\xi}(\xi) = 0$ при $\delta k_2 \to 0$. При этом выражение для соответствующей компоненты тензора плотности дислокаций [11] записывается в виде

$$\alpha_{\mu\xi}(\xi, t) = \langle k_2 \rangle \psi_{\varphi\xi}(\xi) \exp\left(-i\omega t + i\langle k_2 \rangle \xi\right)/\omega. \tag{15}$$

Граничные условия

$$\psi^0_{\varphi\xi} - \psi^-_{\varphi\xi} = \psi^+_{\varphi\xi}, \qquad \psi^0_{\varphi\xi} + \psi^-_{\varphi\xi} = (S^+ \langle k_2 \rangle^+)/(S^- \langle k_2 \rangle^-)\psi^+_{\varphi\xi}$$

для компонент $I_{\varphi\xi}$, $\alpha_{\mu\xi}$, определяемых по формулам (14), (15), позволяют получить коэффициенты Френеля для среднего волнового вектора

$$R_{\varphi\xi} = \frac{S^- \langle k \rangle^- - S^+ \langle k \rangle^+}{S^- \langle k \rangle^- K^- + S^+ \langle k \rangle^+}, \qquad Y_{\varphi\xi} = \frac{2S^- \langle k \rangle^-}{S^- \langle k \rangle^- + S^+ \langle k \rangle^+}. \tag{16}$$

Выражения (16), подобные (12), справедливы также для компонент $I_{\varphi\varphi}$, $\alpha_{\mu\varphi}$ с амплитудой

$$\psi_{\varphi\varphi}(\xi) = q_2 \exp\Big(-\frac{i\delta k_1 \xi}{2}\Big) + \frac{\omega^3 \rho (2\langle k_1 \rangle - \delta k_1)}{4Sk_4^2 \langle k_1 \rangle\, \delta k_1}\, a_1 \exp\Big(\frac{i\delta k_1 \xi}{2}\Big)$$

при $\langle k_1 \rangle = (k + k_1)/2$, $\delta k_1 = k - k_1$. С точностью до констант выполняются следующие соотношения для коэффициентов отражения и преломления:

$$R_{\mu\xi} = R_{\varphi\xi}, \qquad R_{\mu\varphi} = R_{\varphi\varphi}, \qquad R_{\mu\varphi} = R_{\varphi\mu},$$
$$Y_{\mu\xi} = Y_{\varphi\xi}, \qquad Y_{\mu\varphi} = Y_{\varphi\varphi}, \qquad Y_{\mu\varphi} = Y_{\varphi\mu}.$$

4. Анализ результатов. На основе равенств (10), (11), (16) определены действительные и мнимые части рассматриваемых величин, найдены их модули и аргументы. Исследована зависимость коэффициентов отражения и преломления для компонент вектора смещений

$$\begin{gathered}
\mathrm{Re}\,(R_n) = \frac{1 - p_n^4 + (\mathrm{tg}\,\delta_n^-)^2 - p_n^4(\mathrm{tg}\,\delta_n^+)^2 - 2p_n(1 - p_n^2)A_n - 2p_n(\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)B_n}{(1 - p_n^2)^2 + (\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)^2}, \\
\mathrm{Re}\,(Y_n) = \frac{2[1 - p_n^2 + (\mathrm{tg}\,\delta_n^-)^2 - p_n^2(\mathrm{tg}\,\delta_n^+)^2 - p_n(1 - p_n^2)A_n - p_n(\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)B_n]}{(1 - p_n^2)^2 + (\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)^2}, \\
\mathrm{Im}\,(R_n) = \mathrm{Im}\,(Y_n) = \frac{2p_n[p_n(\mathrm{tg}\,\delta_n^- - \mathrm{tg}\,\delta_n^+) + (1 - p_n^2)B_n - (\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)A_n]}{(1 - p_n^2)^2 + (\mathrm{tg}\,\delta_n^- - p_n^2\,\mathrm{tg}\,\delta_n^+)^2},
\end{gathered} \tag{17}$$

где

$$A_n = \sqrt{\Big(\sqrt{(1 - \operatorname{tg}\delta_n^- \operatorname{tg}\delta_n^+)^2 + (\operatorname{tg}\delta_n^- + \operatorname{tg}\delta_n^+)^2} + 1 - \operatorname{tg}\delta_n^- \operatorname{tg}\delta_n^+\Big)/2},$$

$$B_n = \sqrt{\Big(\sqrt{(1 - \operatorname{tg}\delta_n^- \operatorname{tg}\delta_n^+)^2 + (\operatorname{tg}\delta_n^- + \operatorname{tg}\delta_n^+)^2} - 1 + \operatorname{tg}\delta_n^- \operatorname{tg}\delta_n^+\Big)/2}, \qquad n = 1, 2, 3,$$

от отношений упругих импедансов граничащих сред $p_n = \rho^+ C_n^+/(\rho^- C_n^-)$ и тангенсов углов потерь $\operatorname{tg}\delta_n^-$, $\operatorname{tg}\delta_n^+$ (9). Коэффициенты преломления для компонент тензора плотности потока дислокаций на плоскости фронта волны $Y_{\xi n}$ зависят не только от упругих и вязких характеристик граничащих сред, но и от отношения констант B^+/B^-, характеризующих инерционные свойства структурных элементов среды [12]. Установлено, что при одинаковых коэффициентах затухания волн, распространяющихся в контактирующих средах, имеют место равенства

$$\operatorname{Re}(R_n) = \frac{1 - p_n}{1 + p_n}, \qquad \operatorname{Re}(Y_n) = \frac{2}{1 + p_n}, \qquad \operatorname{Im}(R_n) = \operatorname{Im}(Y_n) = 0. \tag{18}$$

Соотношения (18) выполняются также при нулевых значениях тангенсов углов потерь, соответствующих границе раздела упругих сред. Известно, что при малых значениях тангенсов углов потерь, когда $\operatorname{tg}\delta_n \ll 1$, в среде распространяются слабозатухающие волны [14]. При $\operatorname{tg}\delta_n \gg 1$ волновой процесс практически отсутствует, поскольку волна затухает на расстояниях, значительно меньших ее длины. Определены предельные значения R_n, Y_n: при $p_n \to 0$ $\operatorname{Re}(R_n) = 1$, $\operatorname{Re}(Y_n) = 2$, $\operatorname{Im}(R_n) = \operatorname{Im}(Y_n) = 0$; при $p_n \to \infty$ $\operatorname{Re}(R_n) = 1$, $\operatorname{Re}(Y_n) = 0$, $\operatorname{Im}(R_n) = \operatorname{Im}(Y_n) = 0$.

Результаты численных расчетов, проведенных на основе (17) при $p_n = 0{,}5$; $0{,}9$; $1{,}1$; $1{,}5$ и значениях $\operatorname{tg}\delta_n^-$, $\operatorname{tg}\delta_n^+$, принадлежащих интервалу $[0, 2]$, показали, что при $p_n < 1$ значения тангенса угла потерь $\operatorname{tg}\delta_n^-$, характеризующего затухание волн в первой среде, наиболее существенное влияние оказывают на модуль R_n, который достигает максимума при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_n^-$ и $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 0$ (рис. 1,*а*). При $p_n > 1$ зависимость $|R_n|$ от тангенсов углов потерь иная, поскольку изменение $\operatorname{tg}\delta_n^+$ оказывает наиболее существенное влияние на $|R_n|$ и максимум $|R_n|$ достигается при максимальном значении $\operatorname{tg}\delta_n^+$ и $\operatorname{tg}\delta_n^- = 0$ (рис. 1,*б*). При $p_n \approx 1$ зависимость модуля коэффициента отражения R_n от $\operatorname{tg}\delta_n^-$, $\operatorname{tg}\delta_n^+$ близка к симметричной. Отношение упругих импедансов граничащих сред p_n не оказывает влияния на характер зависимости модуля коэффициента преломления компонент вектора смещений Y_n от величин $\operatorname{tg}\delta_n^-$, $\operatorname{tg}\delta_n^+$. Модуль Y_n увеличивается с ростом $\operatorname{tg}\delta_n^-$ и уменьшается с ростом $\operatorname{tg}\delta_n^+$ при любых значениях p_n (рис. 2,*а*,*б*). Максимальное значение $|Y_n|$, которое достигается при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_n^-$ и $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 0$, с ростом p_n уменьшается.

При $p_n < 1$ и $p_n > 1$ зависимости косинуса аргумента R_n $(\cos\Phi_R)$ от тангенсов углов потерь различаются знаком (см. рис. 1,*в*,*г*). С ростом p_n интервал, в котором изменяется $\cos\Phi_R$, увеличивается при $p_n < 1$ и уменьшается при $p_n > 1$. На распределение косинуса аргумента Y_n $(\cos\Phi_Y)$ величина p_n практически не оказывает влияния (см. рис. 2,*в*,*г*). При одинаковом затухании $(\operatorname{tg}\delta_n^- = \operatorname{tg}\delta_n^+)$ $\cos\Phi_Y = 1$, т. е. $\Phi_Y = 0$; наибольшее отличие от нуля аргумента Φ_Y имеет место при $\operatorname{tg}\delta_n^- = 2$, $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 0$ и при $\operatorname{tg}\delta_n^- = 0$, $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 2$.

Результаты расчетов для компонент $I_{\xi n}$ проанализируем с учетом соотношений

$$R_{\xi n} = R_n, \qquad Y_{\xi n} = Y_n(p_n/b)|T_n|\,\mathrm{e}^{i\Phi_T}, \tag{19}$$

где $T_n = \sqrt{(1 - i\operatorname{tg}\delta_n^+)/(1 - i\operatorname{tg}\delta_n^-)} = |T_n|\,\mathrm{e}^{i\Phi_T}$. Из (19) следует, что коэффициенты преломления для компонент тензора плотности потока дислокаций на плоскости фронта волны $Y_{\xi n}$ совпадают с коэффициентами преломления для компонент вектора смещений Y_n

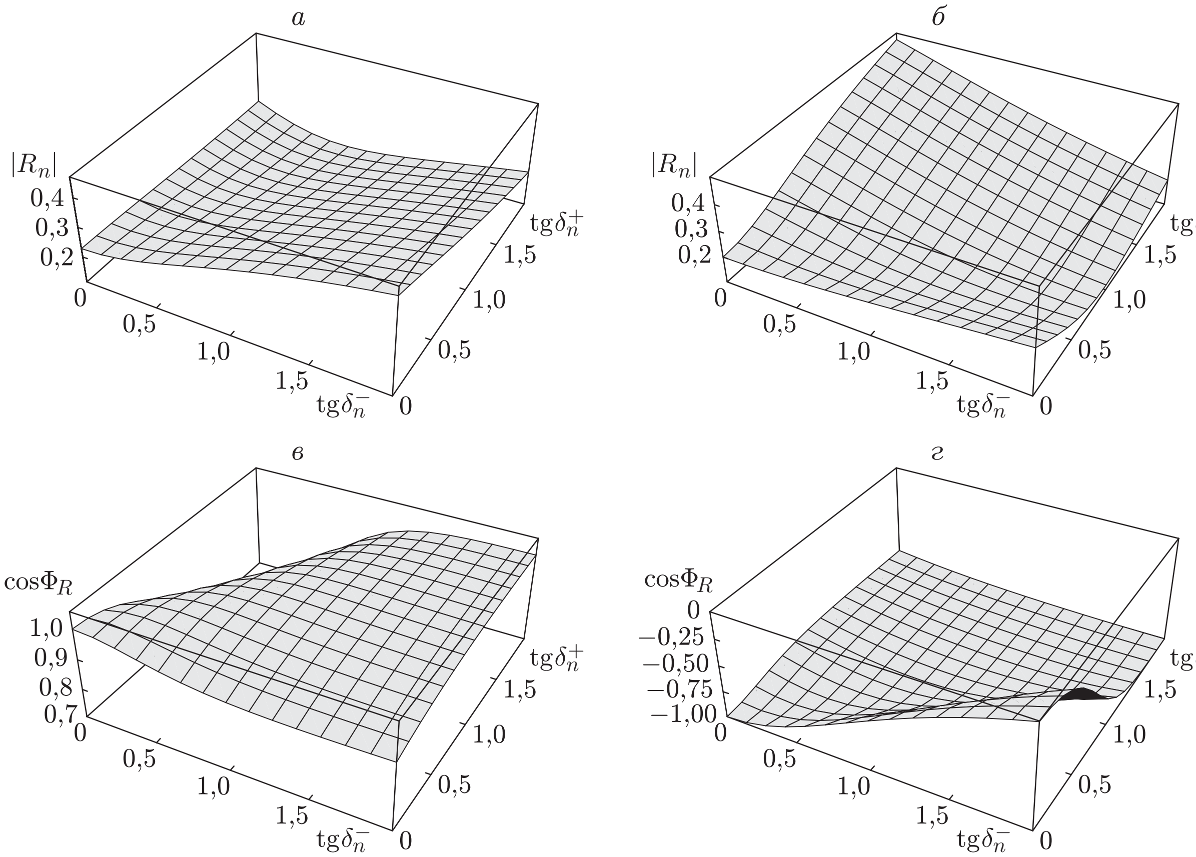

Рис. 1. Модули (*а, б*) и аргументы (*в, г*) коэффициентов отражения компонент вектора смещений:
а, в — $p_n < 1$; *б, г* — $p_n > 1$

с точностью до коэффициента, определяемого отношением упругих импедансов контактирующих сред и констант, характеризующих инерционные свойства дислокационного ансамбля ($b = B^+/B^-$), при $\operatorname{tg}\delta_n^- = \operatorname{tg}\delta_n^+$ ($|T_n| = 1$, $\Phi_T = 0$). Максимальное значение $|T_n|$ достигается при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_n^+$ и $\operatorname{tg}\delta_n^- = 0$, минимальное — при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_n^-$ и $\operatorname{tg}\delta_n^+ = 0$. При тех же значениях тангенсов углов потерь имеет место наибольшее отличие от нуля аргумента T_n. Аналогичный характер имеют зависимости модуля $Y_{\xi n}$ и косинуса его аргумента ($\cos\Phi_{\xi n}$) от $\operatorname{tg}\delta_n^-$, $\operatorname{tg}\delta_n^+$ при различных значениях параметров граничащих сред.

Выражения для коэффициентов отражения и преломления компонент $I_{\varphi\xi}$, $I_{\varphi\varphi}$ (16) можно записать в виде

$$
\begin{gathered}
R_{\varphi n} = \frac{1 - s/c + D_m^-/c_m^- - sD_m^+/c_m^+ + i(G_m^-/c_m^- - sG_m^+/c_m^+)}{1 + s/c + D_m^-/c_m^- + sD_m^+/c_m^+ + i(G_m^-/c_m^- + sG_m^+/c_m^+)}, \\
Y_{\varphi n} = \frac{2(1/c_m^- + D_m^-/c_m^- + iG_m^-/c_m^-)}{1 + s/c + D_m^-/c_m^- + sD_m^+/c_m^+ + i(G_m^-/c_m^- + sG_m^+/c_m^+)},
\end{gathered}
\tag{20}
$$

где

$$
D_m^{\pm} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\delta_m^{\pm})^2} + 1}{2(1 + (\operatorname{tg}\delta_m^{\pm})^2)}}, \qquad G_m^{\pm} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\operatorname{tg}\delta_m^{\pm})^2} - 1}{2(1 + (\operatorname{tg}\delta_m^{\pm})^2)}},
$$

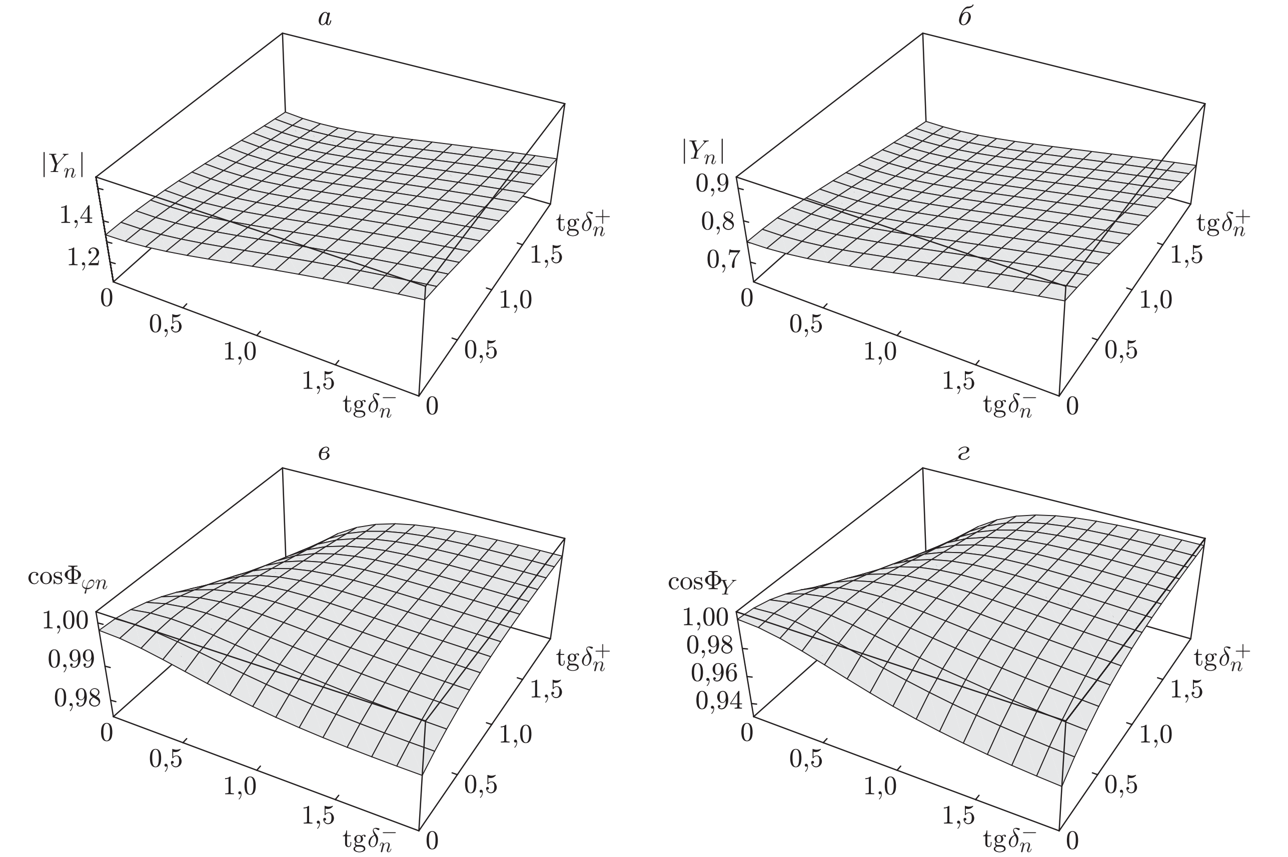

Рис. 2. Модули (*а, б*) и аргументы (*в, г*) коэффициентов преломления компонент вектора смещений:
а, в — $p_n < 1$; *б, г* — $p_n > 1$

$s = S^+/S^-$; $c = C^+/C^-$; $c_m^+ = C_m^+/C^-$, $c_m^- = C_m^-/C^-$ при $n = \xi$, $m = 2$ и $n = \varphi$, $m = 1$. Полученные выражения имеют наиболее простой вид при распространении слабозатухающих волн и волн с одинаковыми коэффициентами затухания. В первом случае при $\operatorname{tg}\delta_m^\pm \ll 1$, $D_m^\pm = 1$, $G_m^\pm = 0$

$$R_{\varphi n} = \frac{1 - s/c + 1/c_m^- - s/c_m^+}{1 + s/c + 1/c_m^- + s/c_m^+}, \qquad Y_{\varphi n} = \frac{2(1 + 1/c_m^-)}{1 + s/c + 1/c_m^- + s/c_m^+},$$

во втором случае при $\operatorname{tg}\delta_m^- = \operatorname{tg}\delta_m^+$, $D_m^\pm = D_m$, $G_m^\pm = G_m$

$$\operatorname{Re}(R_{\varphi n}) = \frac{1}{Z}\Big[\Big(1 + \frac{D_m}{c_m^-}\Big)^2 - \Big(\frac{s}{c} + \frac{D_m}{c_m^-}\Big)^2 + \Big(\frac{1}{(c_m^-)^2} - \frac{s^2}{(c_m^+)^2}\Big)G_m^2\Big],$$

$$\operatorname{Re}(Y_{\varphi n}) = \frac{2}{Z}\Big[\Big(1 + \frac{s}{c}\Big)\Big(1 + \frac{1}{c_m^-}\Big) + \Big(\frac{1}{c_m^-} + \frac{s}{c_m^+}\Big)D_m + \Big(\frac{1}{(c_m^-)^2} + \frac{s}{c_m^- c_m^+}\Big)(D_m^2 + G_m^2)\Big],$$

$$\operatorname{Im}(R_{\varphi n}) = \operatorname{Im}(Y_{\varphi n}) = \frac{2s}{Z}\Big(\frac{1}{cc_m^-} - \frac{1}{c_m^+}\Big)G_m,$$

где

$$Z = \Big[1 + \frac{s}{c} + \Big(\frac{1}{c_m^-} + \frac{s}{c_m^+}\Big)D_m\Big]^2 + \Big[\Big(\frac{1}{c_m^-} + \frac{s}{c_m^+}\Big)G_m\Big]^2.$$

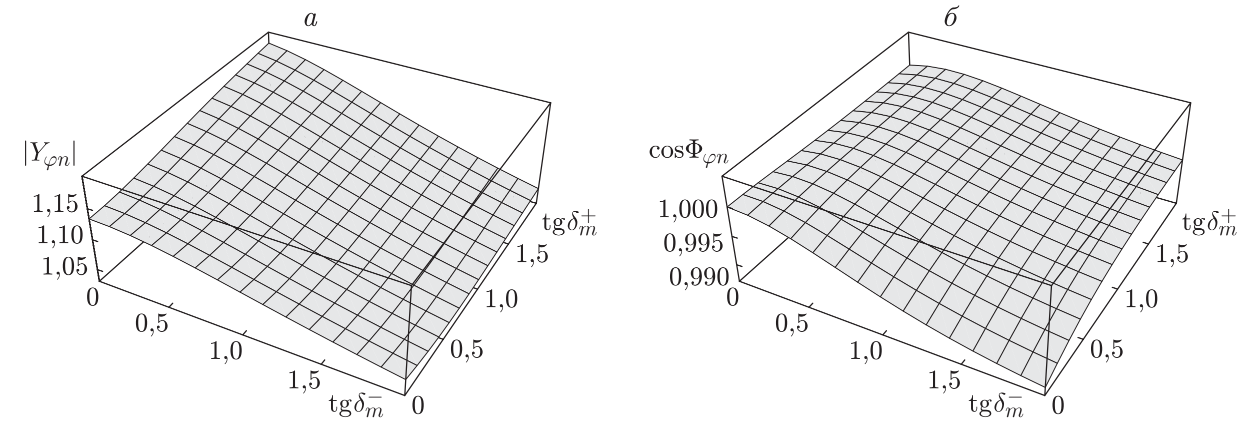

Рис. 3. Модули (*а*) и аргументы (*б*) коэффициентов преломления компонент тензора плотности потока дефектов на плоскости, параллельной направлению распространения волны ($s = 0{,}5$, $c = 0{,}3$, $c_m^- = 0{,}5$, $c_m^+ = 0{,}8$)

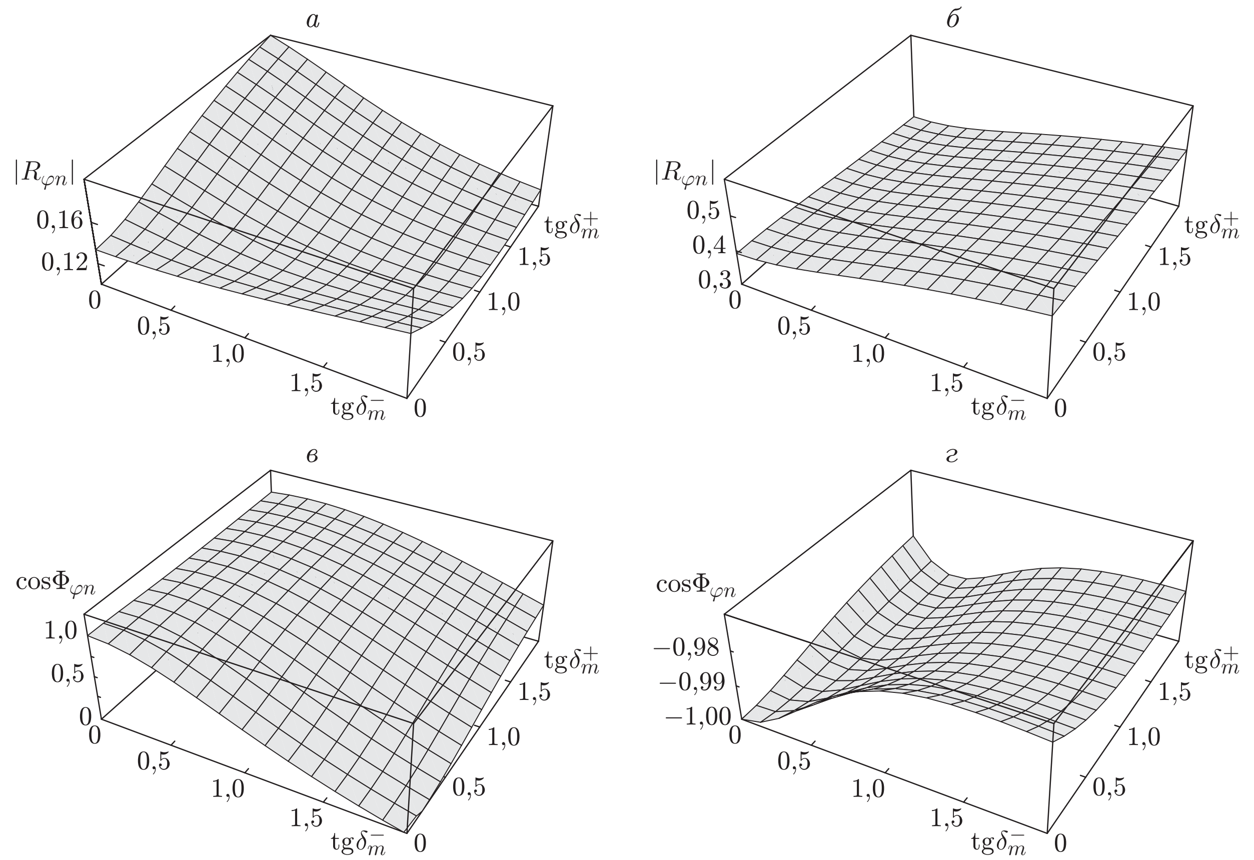

Рис. 4. Модули (*а, б*) и аргументы (*в, г*) коэффициентов отражения компонент тензора плотности потока дефектов на плоскости, параллельной направлению распространения волны ($c = 0{,}3$, $c_m^- = 0{,}5$, $c_m^+ = 0{,}8$):
а, в — $s = 0{,}5$; *б, г* — $s = 1{,}5$

В отличие от коэффициентов Френеля для компонент вектора смещений величины $R_{\varphi n}$, $Y_{\varphi n}$ зависят от степени затухания волны в случае контакта сред с одинаковыми коэффициентами затухания. Численно исследовались зависимости коэффициентов отражения и преломления (20) при $s < 1$ и $s > 1$. В обоих случаях полагалось, что скорость упругих волн больше скорости волн поля дефектов, определяющих пластическую деформацию, т. е. $c_m^+ > c$, $c_m^- > c$. Соотношение скоростей упругих волн в граничащих средах может быть различным, рассматривались случаи $c_m^- > c_m^+$ и $c_m^- < c_m^+$.

Установлено, что вариация параметров сред не оказывает влияния на характер зависимостей $|Y_{\varphi n}|$ и $\cos\Phi_{\varphi n}$ от тангенсов углов потерь, представленных на рис. 3. Модуль $R_{\varphi n}$ возрастает с увеличением $\operatorname{tg}\delta_m^-$ при $s > 1$ независимо от соотношения упругих скоростей и достигает максимума при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_m^-$ и $\operatorname{tg}\delta_m^+ = 0$. В случае $s < 1$ при $c_m^- > c_m^+$ характер зависимости $|R_{\varphi n}|(\operatorname{tg}\delta_m^\pm)$ остается прежним, а при $c_m^- < c_m^+$ меняется (рис. 4,*а*,*б*). При $s < 1$, $c_m^- < c_m^+$ максимальное значение $|R_{\varphi n}|$ имеет место при наибольшем значении $\operatorname{tg}\delta_m^+$ и $\operatorname{tg}\delta_m^- = 0$. В случае $s > 1$ кривые зависимостей $\cos\Phi_{\varphi n}(\operatorname{tg}\delta_m^\pm)$ практически совпадают при $c_m^- > c_m^+$ и $c_m^- < c_m^+$. В области малых значений $\operatorname{tg}\delta_m^-$ в случае $s < 1$ эти зависимости незначительно различаются при $c_m^- > c_m^+$ и существенно различаются при $c_m^- < c_m^+$ (рис. 4,*в*,*г*). Если отношение скоростей дислокационного континуума c или всех трех скоростей c, c_m^+, c_m^- уменьшить на порядок, то все рассматриваемые варианты расчетов (четыре в каждом случае) дают результаты, качественно подобные результатам, полученным при $s > 1$. В том случае, когда только отношение скоростей дислокационного континуума меньше на порядок, рассматриваемые величины $R_{\varphi n}$, $Y_{\varphi n}$ практически не зависят от $\operatorname{tg}\delta_m^+$.

Таким образом, в работе исследованы закономерности распространения пластической деформации при наличии границы раздела вязкоупругих сред, необходимые для анализа прохождения волн поля дефектов через слой вязкоупругих сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бойко В. С., Гарбер Р. И., Косевич А. М.** Обратимая пластичность кристаллов. М.: Наука, 1991.
2. **Чертова Н. В., Гриняев Ю. В.** Закономерности распространения плоских волн дефектов в вязкопластической среде // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, № 18. С. 91–94.
3. **Чертова Н. В., Гриняев Ю. В.** Закономерности распространения плоских волн поля дефектов в вязкопластической среде при наличии границ раздела двух сред // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 1. С. 115–125.
4. **Chertova N. V., Chertov M. A.** Propagation features of plane waves of defect field across the interface boundary between viscoplastic media with arbitrary damping // Intern. J. Engng Sci. 2006. V. 44. P. 1601–1610.
5. **Алехин В. П.** Физика прочности и пластичности поверхностных слоев материалов. М.: Наука, 1983.
6. **Панин В. Е.** Физическая мезомеханика поверхностных слоев твердых тел // Физ. мезомеханика. 1999. Т. 2, № 6. С. 5–23.
7. **Косевич А. М.** Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978.
8. **Кадич А.** Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций / А. Кадич, Д. Эделен. М.: Мир, 1987.
9. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1987. Т. 7.
10. **Гриняев Ю. В., Чертова Н. В.** Полевая теория дефектов // Физ. мезомеханика. 2000. Т. 3, № 5. С. 19–32.

11. **Чертова Н. В., Чертов М. А.** Распространение плоских волн поля дефектов в вязкоупругой среде // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 7. С. 25–32.
12. **Попов В. Л., Слядников Е. Е., Чертова Н. В.** Динамическая калибровочная теория волн в упругопластических средах // Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1995. Т. 1, гл. 5. С. 113–130.
13. **Андронов А. А.** Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. М.: Наука, 1981.
14. **Виноградова М. Б.** Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. М.: Наука, 1990.

Поступила в редакцию 25/III 2010 г.