

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НА ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА
ИОНИЗОВАННЫЙ ГАЗ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Г. А. Любимов

(Москва)

При формулировке граничных условий для внутренней задачи о течении электропроводной среды в канале часто бывает удобно задавать плотность тока на ограничивающих канал стенках. Если через стенки канала снимается ток, то обычно при решении внутренней задачи (см., например, [1], [2]) величина плотности тока на границе канала задается из условий во внешней цепи (плотность тока выражается через величину внешнего сопротивления). При этом не учитываются физические свойства материала электрода (в частности, его эмиссионная способность).

Так как протекание тока в канале может осуществляться только за счет электронов, эмитированных стенкой канала (электродом), то ясно, что величина плотности тока на границе канала должна зависеть от температуры стенки и ее физических свойств (работы выхода материала стенки), а не только от величины внешнего сопротивления.

В данной работе показано, каким образом можно сформулировать граничные условия на электроде с учетом физических свойств материала электрода.

Кроме того, указывается, что точная формулировка граничных условий зависит от распределения электрических величин в электродном слое, имеющем толщину меньше длины свободного пробега электрона.

Так как решения задачи о приэлектродном слое в настоящее время не существует, то формулировка граничных условий должна опираться на некоторые предположения относительно механизма электронной эмиссии и характера приэлектродного слоя. При этом соответствие принимаемых предположений существованию рассматриваемой задачи должно проверяться в каждом конкретном случае.

Для иллюстрации предлагаемого метода в работе рассчитаны вольтамперные характеристики канала при самых грубых предположениях относительно течения и физических свойствах материала электрода.

1. В ряде задач магнитной гидродинамики приходится иметь дело с условиями, при которых ионизованный газ граничит с поверхностью твердого тела. Сюда относятся, например, задачи о течении электропроводного газа в каналах различных магнитогидродинамических устройств.

Если граничная поверхность представляет собой диэлектрик, то при решении таких задач естественно считать, что $j_n|_S = 0$. В магнитогидродинамических задачах при $R_m \ll 1$, когда магнитное поле можно считать заданным, условие $j_n|_S = 0$ и гидродинамические условия на поверхности твердого тела достаточны для определения всех величин в области течения, ограниченной диэлектрическими стенками.

Если граничная поверхность — проводник (электрод), то можно решать задачу о течении газа при $R_m \ll 1$, потребовав, чтобы $E_\tau|_S = 0$ (все точки электрода находятся под одним потенциалом). Но задание условия $E_\tau|_S = 0$ в ряде случаев оказывается неудобным, так как это условие совместно с гидродинамическими условиями неполностью определяет решение задачи в области течения. Неединственность решения задачи при таком задании граничного условия связана с тем, что плотность тока на границе зависит от условий вне области течения (условия замыкания токов через внешнюю нагрузку). При этом задачу надо решать совместно для внутренней и внешней областей и сопрягать решения из условия непрерывности функции j_n на поверхности раздела.

В связи с этим в ряде случаев для решения задачи в области течения удобнее задавать на поверхности проводника функцию $j_n(j_n|_S = f(S))$, подчиняя функцию $f(S)$ тем или иным условиям локального или интегрального типа, следующим из постановки задачи.

Так или иначе, во всех решениях подобного рода (см., например, [1-2]) предполагается, что плотность тока на поверхности раздела S ионизованный газ — твердое тело зависит только от электродинамических (поле, проводимость, внешняя нагрузка и т. д.) величин и не зависит от физических свойств материала электрода. С другой стороны, известно, что передача тока на границе твердое тело — газ связана с механизмами электронной эмиссии из проводника, которая зависит от физических свойств материала проводника и от его температуры.

Если считать, что передача тока на поверхности проводника происходит только за счет термоэмиссии электронов, то плотность эмиссионного тока определяется уравнением (см., например, [3])

$$j_0 = AT^2 \exp\left(-\frac{e\Phi}{kT}\right) \left(A = \frac{4\pi m k^2 e}{h^3}\right) \quad (1.1)$$

Здесь e , m — заряд и масса электрона, k — постоянная Больцмана, h — постоянная Планка, Φ — работа выхода материала электрода, в вольтах, T — температура электрода, $A = = 120 \text{ а / см}^2 \text{град}^2$ для металлических проводников.

Соотношение (1.1) показывает, что кроме абсолютных констант и константы, связанной с материалом электрода Φ , плотность эмиссионного тока зависит существенно от температуры T электрода. Таким образом, в задаче появляется новый параметр — температура электрода, который должен быть учтен при формулировке граничных условий для области течения или при сопряжении решения в области течения с внешними условиями (например, при выражении суммарного тока через внешнюю нагрузку или приложенную разность потенциалов).

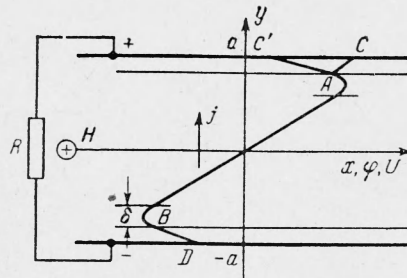
Проиллюстрируем на конкретном примере, как изменяется граничное условие на поверхности электрода, если учесть эмиссионные свойства материала электрода.

2. Рассмотрим задачу о течении проводящего вязкого газа в плоском канале. Пусть внешнее постоянное магнитное поле приложено перпендикулярно плоскости течения, а скорость имеет только одну компоненту — вдоль канала (фиг. 1). Плоскости, ограничивающие поток, являются проводниками (электродами), соединенными между собой через внешнюю¹ нагрузку R . Будем считать, что условия задачи таковы, что гидродинамическая задача может быть отделена от электродинамической [2], так что скорость можно считать заданной функцией $u = u(y)$, причем $u(-a) = u(a) = 0$. Газ будем считать плотным и равновесным так, чтобы распределение тока в потоке описывалось законом Ома в форме

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right) \quad (2.1)$$

При сформулированных условиях задача о распределении тока в канале имеет решение $\mathbf{j} = j e_y = \text{const}$, а распределение электрического потенциала может быть найдено из (2.1) и имеет вид кривой AB на фиг. 1. Изменение потенциала вблизи стенок связано с наличием заряженных гидродинамических пограничных слоев толщины δ . Вид кривой AB и разность

¹ Здесь и в дальнейшем все величины рассчитываются на единицу площади электрода. Если электрод сплошной и суммарная внешняя нагрузка R^0 , то $R = SR^0$, где S — площадь электрода. При этом полный ток во внешней цепи $I = Sj$ и закон Ома для внешней цепи имеет обычный вид $IR^0 = \Phi_A - \Phi_B$.



Фиг. 1

потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ зависят от величины тока j , протекающего в системе, и от электродвижущей силы ($\varepsilon = 2aH U / c$), индуцируемой движением газа (U — средняя по сечению скорость газа).

Если не интересоваться эмиссионными свойствами электрода, т. е. считать, что поверхность электрода такова, что «обеспечивает» необходимый обмен током между электродом и газом, то свободная константа j в решении может быть определена из условий во внешней цепи

$$Rj = \varphi_A - \varphi_B \quad (2.2)$$

При этом будут верны формулы

$$j = \frac{\varepsilon}{R + r_r}, \quad \varphi_A - \varphi_B = \varepsilon \frac{R}{R + r}, \quad r = \int_{-a}^a \frac{dy}{\sigma(y)} \quad (2.3)$$

Укажем, что в рассмотренной задаче электроны поступают в газ с положительного электрода и уходят из газа через отрицательный электрод. В области течения на каждый электрон действует сила

$$F_y = eE' = e \left(E + \frac{uH}{c} \right) = e \left(- \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{uH}{c} \right)$$

направленная от положительного электрода к отрицательному.

Будем считать теперь, что электрод представляет собой проводник, способный испускать электроны только за счет термоэмиссии по формуле (1.1). В общем случае $j_0 \neq \varepsilon / (R + r)$.

Очевидно, что общий характер решения внутри области течения, которое целиком определяется значениями ε и $j(a)$, не может измениться. Учет эмиссионных свойств электрода отразится только в том, что граничное значение $j(a)$ уже не будет связано соотношением (2.2) с разностью потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$. Вместо (2.2) должна быть сформулирована другая связь $j = f(R)$, учитывающая физические свойства материала электрода.

Будем считать, что газ достаточно плотный и электрические поля не очень велики, чтобы плотностью ионного тока можно было пренебречь. При этом (2.1) описывает движение «электрического» газа. Это уравнение предполагает взаимодействие «электронного» и «нейтрального» газов и может не выполняться в приэлектродной области на расстояниях порядка длин свободного пробега электронов. В приэлектродном слое, в котором отсутствуют столкновения, ток определяется соотношением $j = nev^*$. Здесь v^* — средняя скорость электронов, которая зависит от распределения заряда и потенциала в этом слое.

Отсюда следует, что граничное значение $j(a)$ для уравнения (2.1) может определяться не только эмиссионными свойствами электрода, но и характером распределения потенциала и заряда в узком приэлектродном слое, толщина которого меньше длины свободного пробега электронов (по-видимому, надо считать толщину этого слоя порядка дебаевской длины).

В качестве самого грубого приближения можно принять, что электрическое поле внутри приэлектродного слоя постоянно, и заменять этот слой поверхностью разрыва потенциала. Это предположение означает пренебрежение процессами, происходящими в приэлектродном слое, и влиянием этих процессов и электрических полей в слое на эмиссионные свойства электрода. Конечно, процессы в приэлектродном слое (некоторые соображения о влиянии этих процессов на эмиссию из электрода в работах [4-5]) и электрические поля (эффект Шоттки и автоэлектронная эмиссия) могут существенно влиять на величину эмиссионного тока, но сейчас речь

идет о принципиальной возможности выразить величину падения потенциала в приэлектродном слое через эмиссионные свойства электрода и другие параметры задачи и о формулировке граничных условий для внутренней задачи. В связи с этим будем характеризовать эмиссионные свойства соотношением (1.1) и покажем, как связать разрыв потенциала на приэлектродном слое с температурой электрода — единственным параметром, определяющим ток эмиссии с электрода в (1.1).

Будем считать, что разность потенциалов на внешней нагрузке равна разности потенциалов в газе $\varphi_C - \varphi_D$. Разность потенциалов между электродами за счет различной работы выхода материалов не превышает 1—2 в, и ей в ряде практически интересных случаев можно пренебречь. Следовательно, (фиг. 1)

$$\varphi_C - \varphi_D = \varphi_+ + \varphi_A - \varphi_B + \varphi_0 = jR \quad (2.4)$$

где $\varphi_+ = \varphi_C - \varphi_A$ — падение потенциала у положительного электрода, $\varphi_A - \varphi_B$ — падение потенциала в потоке, φ_0 — контактная разность электрод — газ при отсутствии тока.

Для определенности будем считать, что при отсутствии тока газ имеет отрицательный потенциал ($\varphi_0 < 0$) по отношению к электродам. Такое положение имеет место при высокой температуре электродов и при низких давлениях, когда эмиссионный ток из электрода больше равновесного потока электродов из газа. В этом случае эмитированные из электрода электроны отражаются от потенциального барьера φ_0 (φ_0 имеет порядок одного вольта).

При наличии тока через систему поток электронов направлен к отрицательному электроду. При этом электроны, поступающие из газа, попадают около отрицательного электрода в ускоряющее поле и уходят на электрод. Электроны же из электрода отражаются от потенциального барьера φ_0 . При этом ток на отрицательный электрод равен току из газа, а барьер φ_0 практически не меняется (изменение φ_0 , вообще говоря, можно вычислить).

Иначе обстоит дело на положительном электроде. Ток, текущий через систему, поддерживается только электронами, поступающими с положительного электрода (в противном случае объем газа зарядился бы положительно и при нулевой подвижности ионов ток в системе равнялся бы нулю [6]). Следовательно, ток в систему может поступать только за счет понижения потенциального барьера у положительного электрода. При этом из условия непрерывности тока

$$j = j_0 \exp\left(-\frac{\varphi_+ e}{kT}\right) \quad \varphi_+ > 0 \quad (2.5)$$

Таким образом, при увеличении тока потенциальный барьер у положительного электрода понижается. Из (2.1) следует

$$\varphi_A - \varphi_B = \varepsilon - rj \quad (2.6)$$

Соотношения (2.4)—(2.6) позволяют определить φ_+ и вольтамперную характеристику системы

$$\frac{\varepsilon + \varphi_+ + \varphi_0}{R + r} = j = j_0 \exp\left(-\frac{e\varphi_+}{kT}\right), \quad \varphi_+ > 0 \quad (2.7)$$

Наконец, $\varphi_+ = 0$ при $j = j_0$. При этом, если учитывать только термоэлектронную эмиссию, ток достигает насыщения и никакое дальнейшее увеличение э. д. с. (ε) не может привести к увеличению тока.

При $\varepsilon > \varepsilon(j = j_0)$ в приэлектродном слое происходит падение потенциала по отношению к потоку (распределение потенциала имеет вид кри-

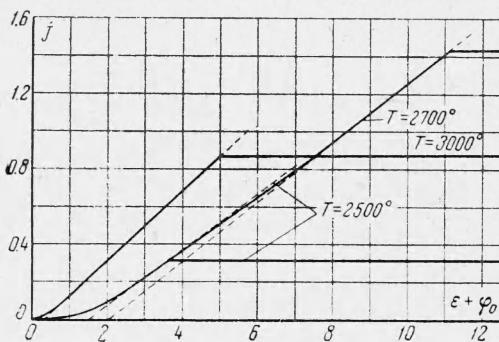
вой $C'ABD$ на фиг. 1), которое можно вычислить по формуле

$$\Phi_+ = (R + r)j_0 - \varepsilon - \Phi_0 \quad (2.8)$$

Вольт-амперные характеристики, рассчитанные по соотношению (2.7), для различных температур электродов представлены на фиг. 2. При расчете предполагалось, что профиль скоростей имеет вид (для кривой, соответствующей $T = 3000^\circ$, масштаб по обеим осям уменьшен в десять раз)

$$\frac{u}{U} = \left(1 - \frac{|y|}{a}\right)^{1/2} \quad (u_0 = 1 \text{ км/сек, } i \text{ скорость на оси})$$

профиль температур подобен профилю скорости; величина $\sigma(T)$ бралась для аргона с 1% калия; температура на оси потока 3000° K ; материал электрода — графит ($A = 5.93 \text{ а / см}^2 \text{ град}^2$, $\Phi = 3.93 \text{ в [}^7\text{]}$), внешнее сопротивление $R = 0$, ширина канала $2a = 10 \text{ см}$.



Фиг. 2

Для сравнения на фиг. 2 пунктиром приведены соответствующие характеристики, рассчитанные по (2.3), которые зависят от температуры электродов через r (эти характеристики проведены через точки $j = 0$, $\varepsilon = -\Phi_0$).

Фиг. 2 показывает, что если пренебречь контактной разностью потенциала Φ_0 , то вольт-амперная кривая практически совпадает с прямой (2.3) до токов, равных токам эмиссии (токи насыщения). Физически дело обстоит, по-видимому, так, что при малых токах около электрода образуется отрицательно заряженный слой за счет большой эмиссии электрода. При больших же токах приэлектродный слой заряжен положительно, и на нем «гасится» часть напряжения, возникающего в потоке.

Поступила 25 IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Neuringer J. L. Optimum power generation from a moving plasma. J. fluid mech., 1960, vol. 7, No. 2 (Русск. пер. в сб.: «Движущаяся плазма». Изд-во иностр. лит., 1961).
2. Ватажин А. Б., Регер С. А. Приближенный расчет распределения тока при течении проводящей жидкости по каналу в магнитном поле. ПММ, 1962, т. XXVI, № 3.
3. Гапонов В. И. Электроника. Физматгиз, 1960.
4. Rain H. J., Smy P. R. Experiments on power generation from moving plasma. J. fluid mech., 1961, vol. 10, No. 1. (Русск. пер. в сб. «Механика», 1962, № 3).
5. George D. W., Messerle H. K. Electrode conduction processes in air plasmas. J. fluid mech., 1962, vol. 13, No 3 (Русск. пер. в сб. «Механика», 1963, № 2).
6. Suncuntalla M., Engel A., Fowler Ionic conductivity of highly ionized plasmas. R. Phys. Rev., vol. 118, No. 6. (Русск. пер. в сб. «Плазма в магнитном поле». Госатомиздат, 1962).
7. Mullaney G. J., Kydd P. H., Dibelius N. R. Electrical conductivity in flame gases with large concentration of potassium. J. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No. 4. (Русск. пер. в сб.: «Плазма в магнитном поле». Госатомиздат, 1962)