УДК 532.581

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЭКВАТОРИАЛЬНОМ ШИРОТНОМ ПОЯСЕ

С. И. Перегудин, С. Е. Холодова

Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург
E-mails: peregudinsi@yandex.ru, kholodovase@yandex.ru

Исследуются трехмерные крупномасштабные движения невязкой несжимаемой стратифицированной идеальной электропроводящей вращающейся жидкости в сферическом экваториальном широтном поясе. Математическая модель данного физического процесса представляет собой замкнутую систему уравнений в частных производных, состоящую из уравнений гидродинамики, в которых учтены вращение Земли, сила Лоренца, и соответствующих уравнений магнитной динамики с необходимыми граничными условиями. Построено аналитическое решение системы уравнений в приближении экваториальной β-плоскости, описывающее распространение волн малой амплитуды.

Ключевые слова: стратифицированная вращающаяся жидкость, электропроводящая вращающаяся жидкость, уравнения в частных производных, квазигеострофическое движение, магнитогидродинамика, земное ядро, аналитическое решение.

Введение. Интерес к земному ядру обусловлен его существенным влиянием на многие геофизические явления и процессы в Земле и на ее поверхности. Результаты проведенных в данной работе исследований могут использоваться в астрофизике и геофизике, в частности при изучении жидкого ядра Земли и недр звезд.

В работе [1] построено аналитическое решение задачи о квазигеострофических движениях жидкости, определяющее влияние рельефа мантии и динамики твердого ядра Земли на магнитогидродинамические характеристики волнового процесса в жидком ядре.

В [2] нелинейная система уравнений в частных производных, моделирующая волновые движения в идеальной электропроводящей вращающейся жидкости с учетом инерционных сил, сил тяжести, сил Кориолиса и Лоренца, а также неоднородностей ее плотности, сведена к скалярному линейному уравнению и в аналитическом виде решена задача о волнах малой амплитуды в рассматриваемой жидкости. Анализ полученного решения подтверждает факт существования установившегося режима колебаний при больших значениях времени, что свидетельствует о важной роли в эволюции планеты стратификации плотности жидкого ядра Земли, определяющей в ряде случаев его основную динамику.

Согласно гипотезе, предложенной в работе [3], движение жидкости в тонком примыкающем к мантии слое вносит существенный вклад в динамику магнитного поля. В [4, 5] проведен анализ, подтверждающий справедливость данной гипотезы для возмущений магнитогидродинамических полей, возникающих вблизи некоторой точки сферического слоя вне экваториальной зоны. Особый интерес представляет исследование возмущений магнитогидродинамических полей в экваториальном широтном поясе.

1. Основные уравнения. Рассмотрим движение идеальной электропроводящей несжимаемой стратифицированной вращающейся жидкости. Колебания рассматриваемой жидкости описываются системой уравнений [6–8]

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v} - g\boldsymbol{z} + \frac{1}{\mu\rho} \operatorname{rot} \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{b}; \tag{1}$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \boldsymbol{v} = 0, \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{b} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = (\boldsymbol{b} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} - (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{b} - \boldsymbol{b} \operatorname{div} \boldsymbol{v}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{b}$ — вектор магнитной индукции; $\boldsymbol{v}$ — скорость жидкости в системе координат, вращающейся с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$; p — давление; ρ — плотность; g — ускорение свободного падения. Предполагается, что магнитная проницаемость μ постоянна.

Вблизи экватора нормальная компонента угловой скорости вращения Земли представляет собой малую величину и на экваторе обращается в нуль, вследствие чего геострофическое приближение становится неверным.

Таким образом, для описания экваториальной динамики необходим детальный анализ исходных магнитогидродинамических уравнений с учетом особенностей экваториальной области.

Рассмотрим уравнения динамики волн в широтном поясе вблизи экватора. Предполагается, что масштаб движения в направлении с севера на юг настолько мал, что возможно использование локальной декартовой системы координат, причем сферичность Земли учитывается лишь зависимостью параметра Кориолиса от широты, которая может быть записана в виде

$$f = \beta_0 y_*, \tag{4}$$

где y_* — размерное расстояние к северу от экватора; $\beta_0 = -2\omega/r_0$; r_0 — радиус жидкого сферического слоя.

Введем характерные масштабы: H — характерный масштаб движения в вертикальном направлении, L — характерный масштаб движения в горизонтальном направлении, U — характерный масштаб горизонтальной компоненты вектора скорости движения, B — характерный масштаб горизонтальных компонент магнитного поля, T — время адвекции. С помощью этих масштабов введем безразмерные переменные

$$x_* = Lx, \quad y_* = Ly, \quad z_* = Hz, \quad t_* = Tt. \tag{5}$$

Тогда для компонент скорости и магнитного поля получаем

$$v_{x*} = Uv_x, \quad v_{y*} = Uv_y, \quad v_{z*} = \frac{H}{L} Uv_z, \quad b_{x*} = Bb_x, \quad b_{y*} = Bb_y, \quad b_{z*} = \frac{H}{L} Bb_z. \tag{6}$$

Масштабы для полей плотности и давления выберем с учетом следующих обстоятельств: 1) при малых числах Россби величина горизонтальной составляющей градиента давления одного порядка с величиной силы Кориолиса; 2) силы плавучести и вертикальный градиент давления равны по порядку величин, что следует из соответствия с высокой точностью крупномасштабных движений приближению гидростатики. Полагая, что $p_s(z)$ и $\rho_s(z)$ определяют основное состояние, на фоне которого возникают возмущения, обусловленные движением, для давления p_* и плотности ρ_* получаем соотношения

$$p_* = p_s(z) + \rho_s(z)\beta_0 L^2 U \tilde{p}(x, y, z, t); \tag{7}$$

$$\rho_* = \rho_s(z)\Big(1 + \frac{\beta_0 L^2 U}{gH} \rho(x, y, z, t)\Big). \tag{8}$$

Подставляя (5)–(8) в уравнения движения (1)–(3) и оставляя только линейные члены, получаем уравнения в приближении экваториальной β-плоскости

$$\rho_s\Big(\frac{\partial v_x}{\partial t} - yv_y\Big) + \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\mu}\,Db_x = 0; \tag{9}$$

$$\rho_s\Big(\frac{\partial v_y}{\partial t} + yv_y\Big) + \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\mu}\,Db_y = 0; \tag{10}$$

$$\rho = -\frac{1}{\rho_s}\,\frac{\partial \eta}{\partial z}; \tag{11}$$

$$\frac{1}{\rho_s}\,\frac{\partial}{\partial z}\,(\rho_s v_z) + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0; \tag{12}$$

$$\frac{\partial b_x}{\partial x} + \frac{\partial b_y}{\partial y} + \frac{\partial b_z}{\partial z} = 0; \tag{13}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = D\boldsymbol{v} + \boldsymbol{b}_0\,\frac{\rho_s'}{\rho_s}\,v_z, \tag{14}$$

где $\eta = \rho_s p + (b_{0x}b_x + b_{0y}b_y)/\mu$; $D = \langle \boldsymbol{b}_0, \nabla\rangle$ — дифференциальный оператор. Обозначения для возмущений скорости и индукции магнитного поля сохранены прежними. Для замыкания системы (9)–(14) необходимо использовать термодинамическое уравнение, которое в отсутствие диссипации сводится к уравнению сохранения плотности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - S(z)v_z = 0, \tag{15}$$

где $S(z) = -(R/L)^2\rho_s^{-1}(z)\,\partial\rho_s(z)/\partial z$ — параметр стратификации; $R = \sqrt{gH}/(\beta_0 L)$ — экваториальный радиус деформации Россби. Далее учитывается соотношение $S = O(1)$, которое следует из наблюдений [9].

Исключая функцию ρ из уравнения (15) и результата дифференцирования уравнения (11) по t и считая, что вертикальный масштаб плотности превышает вертикальный масштаб вертикального движения, т. е. учитывая малость величины $\rho_s^{-1}(z)\,\partial\rho_s(z)/\partial z$, систему (9)–(14) представим в виде

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} - yv_y + \frac{\partial \tilde\eta}{\partial x} - \frac{1}{\mu\rho_s}\,Db_x = 0; \tag{16}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + yv_x + \frac{\partial \tilde\eta}{\partial y} - \frac{1}{\mu\rho_s}\,Db_y = 0; \tag{17}$$

$$v_z = -\frac{1}{S(z)}\,\frac{\partial^2 \tilde\eta}{\partial t\,\partial z}, \qquad \rho = -\frac{\partial p}{\partial z}; \tag{18}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{v} = 0; \tag{19}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{b} = 0; \tag{20}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = D\boldsymbol{v}; \tag{21}$$

$$\tilde\eta = p + (b_{0x}b_x + b_{0y}b_y)/(\mu\rho_s). \tag{22}$$

2. Частные решения. Рассмотрим некоторые примеры распространения нестационарных волн в экваториальном широтном поясе. Полагая $b_{0x} = b_{0y} = 0$, уравнения (16), (17) с учетом уравнения индукции (21) запишем следующим образом:

$$\Big(D_t^2 - \frac{1}{\mu\rho_s}\,D^2\Big)v_x - yD_t v_y + \frac{\partial^2 p}{\partial t\,\partial x} = 0; \tag{23}$$

$$\Big(D_t^2 - \frac{1}{\mu\rho_s}\,D^2\Big)v_y + yD_t v_x + \frac{\partial^2 p}{\partial t\,\partial y} = 0. \tag{24}$$

Исследуем возможность существования нетривиальных волновых возмущений, для которых y-компонента скорости v_y тождественно равна нулю. Полагая величину v_y равной нулю и исключая давление из уравнений (23), (24), получаем уравнение для x-компоненты скорости v_x:

$$\Big(D_t^2 - \frac{1}{\mu\rho_s}\,D^2\Big)\frac{\partial v_x}{\partial y} - yD_t\,\frac{\partial v_x}{\partial x} = 0. \tag{25}$$

Будем искать решения с разделяющимися переменными вида

$$v_x = u(x,y,t)G(z). \tag{26}$$

Подставляя (26) в уравнение (25), получаем

$$\frac{\partial^3 u}{\partial t^2\,\partial y} - y\,\frac{\partial^2 u}{\partial t\,\partial x} - \lambda\,\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \tag{27}$$

$$\frac{d^2 G}{dz^2} - \frac{\lambda\mu\rho_s}{b_{0z}^2}\,G = 0, \tag{28}$$

где λ — постоянная разделения.

Разделяя переменные в уравнении (27), т. е. полагая $u(x,y,t) = \tilde{u}(x,t)u_1(y)$, для функций $\tilde{u}(x,t)$ и $u_1(y)$ получаем уравнения

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t^2} - \nu\,\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t\,\partial x} - \lambda\tilde{u} = 0; \tag{29}$$

$$\frac{du_1}{dy} - \frac{y}{\nu}\,u_1 = 0, \tag{30}$$

где ν — постоянная разделения. Ограниченное при больших значениях y решение уравнения (30) существует при $\nu = -\nu_1^2 < 0$ и имеет вид

$$u_1(y) = \mathrm{e}^{-y^2/(2\nu_1^2)},$$

а решение уравнения (29) представляет собой линейную комбинацию произвольных функций вида $A_1(x+\alpha t)$ и $A_2(x-\alpha t)$, т. е. $\tilde{u} = A_1(x+\alpha t) + A_2(x-\alpha t)$, где функции $A_1(x+\alpha t)$ и $A_2(x-\alpha t)$ в соответствии с уравнением (29) должны удовлетворять уравнениям

$$A_1''(x+\alpha t) - \frac{\lambda}{\alpha^2 + \nu_1^2\alpha}\,A_1(x+\alpha t) = 0; \tag{31}$$

$$A_2''(x-\alpha t) - \frac{\lambda}{\alpha^2 - \nu_1^2\alpha}\,A_2(x-\alpha t) = 0 \tag{32}$$

при $\alpha \neq 0$, $\lambda \neq 0$, $\nu_1^2 \neq \alpha$. Без ограничения общности можно считать $\alpha > 0$.

Решения уравнений (31) при $\lambda/(\alpha^2+\nu_1^2\alpha)<0$ и (32) при $\lambda/(\alpha^2-\nu_1^2\alpha)<0$ соответственно имеют вид

$$A_1(x+\alpha t)=d_1\sin\sqrt{\frac{-\lambda}{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+d_2\cos\sqrt{\frac{-\lambda}{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t),$$

$$A_2(x-\alpha t)=d_3\sin\sqrt{\frac{\lambda}{\nu_1^2\alpha-\alpha^2}}\,(x-\alpha t)+d_4\cos\sqrt{\frac{\lambda}{\nu_1^2\alpha-\alpha^2}}\,(x-\alpha t).$$

Рассмотрим уравнение (28) для функции вертикальной структуры $G(z)$ горизонтальной компоненты v_x. Будем искать функцию $G(z)$ в виде

$$G(z)=\tilde G(\rho_s(z)).$$

С учетом соотношений

$$G'(z)=\tilde G'(\rho_s(z))\rho_s'(z),\qquad G''(z)=\tilde G''(\rho_s'(z))^2+\tilde G'(\rho_s(z))\rho_s''(z)$$

уравнение (28) переходит в уравнение для функции $\tilde G(\rho_s(z))$

$$(\rho_s')^2\tilde G''+\rho_s''\tilde G'-\frac{\lambda\mu\rho_s}{b_{0z}^2}\,\tilde G=0. \tag{33}$$

Из равенства

$$S=-\frac{1}{F\rho_s}\,\frac{\partial\rho_s}{\partial z}=\mathrm{const}$$

получаем

$$\rho_s'=-SF\rho_s,\qquad \rho_s''=S^2F^2\rho_s,$$

поэтому уравнение (33) приводится к виду

$$\rho_s^2\tilde G''+\rho_s\tilde G'-\frac{\lambda\mu\rho_s}{b_{0z}^2S^2F^2}\,\tilde G=0,$$

общее решение которого представляет собой линейную комбинацию функций Бесселя и Неймана нулевого порядка [10]

$$\tilde G(\rho_s(z))=C_1J_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)+C_2Y_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big),$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные.

Если $\alpha=\nu_1^2$, то $A_2(x-\alpha t)\equiv 0$ и

$$A_1(x+\nu_1^2t)=d_1\sin\frac{|\lambda_1|}{\nu_1^2\sqrt2}\,(x+\nu_1^2t)+d_2\cos\frac{|\lambda_1|}{\nu_1^2\sqrt2}\,(x+\nu_1^2t).$$

При $\lambda=-\lambda_1^2<0$ и $0<\nu_1^2<\alpha$ общее решение уравнения (25) имеет вид

$$v_x=\mathrm{e}^{-y^2/(2\nu_1^2)}\Big(d_1\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+d_2\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+{}$$
$$+d_3\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)+d_4\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)\Big)\times$$
$$\times\Big[C_1J_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)+C_2Y_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)\Big].$$

Примем следующие граничные условия при $z=0$:

$$v_z=0, \qquad b_x=0, \quad b_y=0. \tag{34}$$

Для того чтобы найти решение вблизи границы жидкого ядра с мантией, потребуем выполнения условий

$$v_x\to 0, \quad b_x\to 0, \quad b_y\to 0 \quad \text{при} \quad z\to-\infty. \tag{35}$$

Интегрируя уравнение (21) по времени, получаем выражения для компонент индукции магнитного поля

$$\begin{aligned}
b_x(x,y,z,t) = b_{0z}\,\mathrm{e}^{-y^2/(2\nu_1^2)}\Big[&\frac{C_1|\lambda_1|\sqrt{\mu}\,\rho_s'(z)}{b_{0z}SF\sqrt{\rho_s(z)}}\,J_0'\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)+\\
&+\frac{C_2|\lambda_1|\sqrt{\mu}\,\rho_s'(z)}{b_{0z}SF\sqrt{\rho_s(z)}}\,J_0'\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)\Big]\Big(-\frac{d_1\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}{\alpha|\lambda_1|}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+\\
&+\frac{d_2\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}{\alpha|\lambda_1|}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+\frac{d_3\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}{\alpha|\lambda_1|}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)-\\
&-\frac{d_4\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}{\alpha|\lambda_1|}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)\Big)+C_3(x,y,z),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_z(x,y,z,t) = -b_{0z}\,\mathrm{e}^{-y^2/(2\nu_1^2)}\Big[&C_1J_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)C_2Y_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)\Big]\times\\
&\times\Big(\frac{d_1}{\alpha}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+\frac{d_2}{\alpha}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)-\\
&-\frac{d_3}{\alpha}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)-\frac{d_4}{\alpha}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x-\alpha t)\Big)+C_5(x,y,z).
\end{aligned}$$

Интегрируя уравнение неразрывности по z, получаем выражение для вертикальной компоненты скорости

$$\begin{aligned}
v_z(x,y,z,t) = -\,\mathrm{e}^{-y^2/(2\nu_1^2)}\Big(&\frac{d_1|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)-\\
&-\frac{d_2|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2+\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)+\frac{d_3|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\cos\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)-\\
&-\frac{d_4|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\sin\frac{|\lambda_1|}{\sqrt{\alpha^2-\nu_1^2\alpha}}\,(x+\alpha t)\Big)\times\\
&\times\int\Big[C_1J_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)+C_2Y_0\Big(\frac{2|\lambda_1|\sqrt{\mu\rho_s(z)}}{b_{0z}SF}\Big)\Big]\,dz+C_4(x,y,t).
\end{aligned}$$

Из первого равенства в (34) получаем

$$C_4(x, y, t) = \tilde{u}'_x(x, t) u_1(y) \int \tilde{G}\, dz\big|_{z=0},$$

выполнение второго равенства в (34) приводит к равенству $C_2 = 0$ и к определению числа $|\lambda_1|$:

$$|\lambda_1| = \frac{\gamma_0^2 SFb_{0z}}{2\sqrt{\mu\rho_s(0)}},$$

где γ_0^2 — нуль функции Бесселя J_1. Функция $b_y(x, y, z)$ связана с произвольными функциями $C_3(x, y, z)$ и $C_5(x, y, z)$ соотношением

$$\frac{\partial C_3}{\partial x} + \frac{\partial C_5}{\partial z} + \frac{\partial b_y}{\partial y} = 0,$$

которое является следствием уравнения индукции магнитного поля. Пусть

$$C_3(x, y, z) = \operatorname{Re}\big(y\, e^{ikx-y^2/2}\, z\, e^z\big), \qquad C_5(x, y, z) = \operatorname{Re}\big(y\, e^{ikx-y^2/2}(z-1)\, e^z\big),$$

тогда

$$b_y(x, y, z) = \operatorname{Re}\big((1+ik)\, e^{ikx-y^2/2}\, z\, e^z\big),$$

и, следовательно, третье равенство в (34) также выполняется. Условие (35) выполняется, так как при $z \to -\infty$ функции Бесселя стремятся к нулю и функция $\rho'_s(z)$ в рассматриваемой задаче при больших z равна нулю. Давление и плотность определяются из уравнений (18):

$$p(x, y, z, t) = -S \int_0^t \int_0^z v_z(x, y, \tilde{z}, \tau)\, d\tau\, d\tilde{z}, \quad \rho(x, y, z, t) = S \int_0^t v_z(x, y, z, \tau)\, d\tau\, dz.$$

Таким образом, проведенный анализ подтверждает существование в экваториальной зоне волн Кельвина, распространяющихся к востоку и к западу. Из уравнения (17) следует, что зональная скорость в волне Кельвина не удовлетворяет геострофическому соотношению. Это характерно для неэлектропроводящей жидкости. На отклонение от геострофичности скорости оказывает влияние наличие магнитного поля, а именно его меридиональная компонента.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Холодова С. Е.** Квазигеострофические движения во вращающемся слое электропроводной жидкости // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 1. С. 30–41.
2. **Холодова С. Е.** Динамика вращающегося слоя идеальной электропроводной несжимаемой жидкости // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2008. Т. 48, № 5. С. 882–898.
3. **Брагинский С. И.** Волны в устойчиво стратифицированном слое на поверхности земного ядра // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. № 3. С. 476–482.
4. **Холодова С. Е.** Математическое моделирование крупномасштабных движений стратифицированной электропроводной жидкости в сферическом слое // Вестн. С.-Петерб. гос. ун-та. 2009. Сер. 10, вып. 1. С. 118–133.

5. **Перегудин С. И., Холодова С. Е.** Об интегрировании системы нелинейных уравнений в частных производных, моделирующей геострофические движения во вращающемся сферическом слое // Процессы управления и устойчивость: Тр. 40-й Междунар. науч. конф. аспирантов и студентов, Санкт-Петербург, 6–9 апр. 2009 г. СПб.: Издат. дом С.-Петерб. гос. ун-та, 2009. С. 181–190.
6. **Альвен Г.** Космическая электродинамика / Г. Альвен, К.-Г. Фельтхаммар. М.: Мир, 1967.
7. **Алешков Ю. З.** Математическое моделирование физических процессов. СПб.: Изд-во С.-Петерб. гос. ун-та, 2001.
8. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1992. Т. 8.
9. **Брагинский С. И.** Магнитогидродинамика земного ядра // Геомагнетизм и аэрономия. 1964. Т. 4, № 5. С. 898–916.
10. **Зайцев В. Ф.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: Точные решения / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. М.: Физматлит, 1995.

Поступила в редакцию 17/III 2010 г.