

МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

В.В. Плоткин

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Академика Коттога, 3, Россия*

Проводится учет латеральной неоднородности электромагнитного поля при магнитотеллурическом зондировании (МТЗ) с целью по-новому подойти к оценке параметров анизотропии электропроводности трехмерно неоднородной среды. Для этого привлекаются данные синхронных площадных электромагнитных зондирований. При расчетах электромагнитного поля в произвольно анизотропной среде используются методы решения переопределенных систем уравнений. Латеральная неоднородность параметров анизотропии учитывается в приближении плавно-неоднородной среды. Проведены численные эксперименты по решению обратной задачи восстановления компонент тензора электропроводности анизотропной плавно-неоднородной среды по данным МТЗ. Показано, что полное определение тензора электропроводности с помощью МТЗ возможно с привлечением синхронной площадной съемки данных по латеральной неоднородности компонент электромагнитного поля. При восстановлении по данным МТЗ характеристик анизотропии плавно-неоднородной по латеральным координатам среды применимо приближенное доменное описание ограниченной области полигона с помощью эффективного тензора электропроводности.

Анизотропная среда, синхронные площадные данные, латеральная неоднородность, эффективный тензор электропроводности.

INVERSION OF HETEROGENEOUS ANISOTROPIC MAGNETOTELLURIC RESPONSES

V.V. Plotkin

Inversion of laterally heterogeneous MT responses collected by a dense synchronous 2D array allows a new approach to estimating electrical anisotropy. The procedure includes solving an overdetermined equation system, assuming distant-dependent anisotropy in a smooth approximation. Inversion is performed using an effective conductivity tensor, which approximates some limited domain of the survey polygon. The algorithm for simulating 2D array MT responses with the effective conductivity tensor approach implies correlation of surface components of the EM field measured simultaneously at all stations within the chosen domain of the survey polygon. The suggested technique of data acquisition and processing ensures reconstruction of the full conductivity tensor from laterally variable components of the EM field.

Electrical anisotropy, synchronous 2D array MT data, lateral heterogeneity, effective conductivity tensor

ВВЕДЕНИЕ

Анизотропия пород литосферы, в том числе на мантийных глубинах, наблюдалась сейсмическими методами неоднократно [Babuska et al., 1998; Babuska, Plomerova, 2006; Eken et al., 2010]. Исследования сейсмической анизотропии необходимы для решения проблемы происхождения и развития континентальной литосферы и построения ее геодинамической модели. Поскольку анизотропия физических свойств пород сказывается и на электропроводности, для построения достоверных геодинамических моделей дополнительная информация о параметрах анизотропии электропроводности весьма важна.

При магнитотеллурическом зондировании (МТЗ) анизотропия электропроводности должна проявляться как зависимость кажущегося сопротивления зондируемой среды от направления электрического поля. В то же время известно, что при МТЗ латерально неоднородных изотропных сред и стандартной обработке данных такой эффект также имеет место. К настоящему времени выяснилось [Heinson, White, 2005; Wannamaker, 2005], что при интерпретации данных по кривым МТЗ часто трудно определиться в выборе между латеральной неоднородностью и(или) анизотропией электропроводности. В работе [Verdichevsky, Pushkarev, 2006] приводятся кривые МТЗ, которые оказываются одинаковыми для двух глубинных разрезов — 1D разреза анизотропной и 2D разреза изотропной электропроводности. Понятно, что это связано с диффузионным характером распространения низкочастотного электромагнитного поля в проводящей среде, эффективным пространственным усреднением электропроводности на диффузионных масштабах и возникающими трудностями пространственного разрешения МТЗ.

Далее сейсмическими методами установлено, что анизотропные характеристики скоростей распространения упругих волн не превышают единиц процентов. В то же время электромагнитные методы показывают в ряде случаев, что анизотропия кажущейся электропроводности достигает нескольких порядков. В статье [Jones, 2006] отмечается, что это обстоятельство может быть связано с различной глубиной проникновения магнитной (ТЕ) и электрической (ТМ) мод электромагнитного поля в 2D-проводящую среду. В такой среде мода с электрическим полем, параллельным протяженности проводящих двумерных включений (ТЕ мода), не проникает на глубины, достигаемой ТМ модой. Это и может быть причиной различий в кажущемся сопротивлении зондируемой среды для обеих мод. В работах [Gatzemeier, Moorkamp, 2005; Simpson, Tommasi, 2005] обсуждаются и другие возможные причины сильной анизотропии электропроводности на мантийных глубинах, в частности, за счет анизотропии коэффициентов диффузии при гидратации оливина.

В случае возбуждения анизотропной горизонтально-слоистой среды вертикально падающей на нее плоской волной в систему уравнений электромагнитного поля входят лишь некоторые комбинации компонент тензора электропроводности. Поэтому при решении обратной задачи и таком способе возбуждения среды полностью определить все компоненты тензора электропроводности невозможно [Рек, Santos, 2006]. Это означает необходимость учета в эксперименте отклонений от плоскостойкого поля [Левадный, Павлова, 1985] и проведения площадного варианта МТЗ. В работах [Bahr et al., 2000; Gatzemeier, Moorkamp, 2005] перспективы преодоления подобных трудностей уже связывались с необходимостью площадных зондирований с помощью массива пунктов наблюдений, но обработка таких данных проводилась на основе стандартного анализа кривых МТЗ. При таком подходе часто определяют направления (strike azimuths), вдоль которых вытянуты двумерные структуры электропроводности. Я. Пломерова с соавторами [Plomerova et al., 2008] сомневаются в том, что эти направления соответствуют осям сейсмической анизотропии.

В статье проводится учет латеральной неоднородности электромагнитного поля. Предполагается, что это даст возможность по-новому подойти к оценке параметров анизотропии электропроводности трехмерно неоднородной среды и установить, какова величина анизотропии электропроводности в реальности и как она сопоставляется с сейсмическими данными. С этой целью в работе привлекаются данные синхронных площадных электромагнитных зондирований, и для их обработки используется предложенный ранее метод согласования регистрируемых распределений компонент поля на поверхности изучаемого региона между собой [Плоткин, 2005].

О РАСЧЕТЕ НЕОДНОРОДНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим возбуждение анизотропной среды неоднородным полем, зависящим от горизонтальных координат, которое можно представить набором наклонно падающих на среду плоских волн. Для описания такого поля на ограниченном полигоне с размерами L_x и L_y (введена декартова система координат с началом в центре полигона на поверхности среды, ось OX направлена на север, ось OY — на восток и ось OZ — вниз) будем использовать систему функций:

$$S_n(x, y) = \exp(ik_{xn}x + ik_{yn}y), \quad k_{xn} = \frac{2\pi}{L_x} m', \quad k_{yn} = \frac{2\pi}{L_y} m'', \quad (1)$$

где $n=1, \dots, (2M'+1)(2M''+1)$, $-M' \leq m' \leq M'$, $-M'' \leq m'' \leq M''$, а M' и M'' — максимальные номера пространственных гармоник, учитываемых при аппроксимации горизонтальной неоднородности поля. Отыскивая решение системы уравнений Максвелла в *однородной* анизотропной среде для пространственных гармоник (1) с зависимостью от времени и координаты z в виде $\exp(i\omega t + k_{zn}z)$, получим систему для определения амплитуд E_{xn} , E_{yn} и E_{zn} пространственных гармоник электрического поля:

$$\begin{aligned} (k_{yn}^2 - k_{zn}^2)E_{xn} - k_{xn}k_{yn}E_{yn} + ik_{xn}k_{zn}E_{zn} + i\omega\mu(\sigma_{xx}E_{xn} + \sigma_{xy}E_{yn} + \sigma_{xz}E_{zn}) &= 0, \\ -k_{xn}k_{yn}E_{xn} + (k_{xn}^2 - k_{zn}^2)E_{yn} + ik_{yn}k_{zn}E_{zn} + i\omega\mu(\sigma_{yx}E_{xn} + \sigma_{yy}E_{yn} + \sigma_{yz}E_{zn}) &= 0, \\ ik_{xn}k_{zn}E_{xn} + ik_{yn}k_{zn}E_{yn} + (k_{xn}^2 + k_{yn}^2)E_{zn} + i\omega\mu(\sigma_{zx}E_{xn} + \sigma_{zy}E_{yn} + \sigma_{zz}E_{zn}) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_{xx} и т.п. — компоненты тензора электропроводности $\hat{\sigma}$, μ — магнитная проницаемость. Равенство нулю детерминанта этой системы дает уравнение для определения коэффициентов k_{zn} :

$$k_{zn}^4 \sigma_{zz} + k_{zn}^3 [ik_{xn}(\sigma_{zx} + \sigma_{xz}) + ik_{yn}(\sigma_{zy} + \sigma_{yz})] + k_{zn}^2 [-k_{xn}^2(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) - k_{yn}^2(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) - k_{xn}k_{yn}(\sigma_{xy} + \sigma_{yx}) +$$

$$\begin{aligned}
& +i\omega\mu(\sigma_{xz}\sigma_{zx} + \sigma_{yz}\sigma_{zy}) - i\omega\mu\sigma_{zz}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \\
& +k_{zn}\{(k_{xn}^2 + k_{yn}^2)[-ik_{xn}(\sigma_{xz} + \sigma_{zx}) - ik_{yn}(\sigma_{yz} + \sigma_{zy})] + \omega\mu[k_{xn}\sigma_{yy}(\sigma_{xz} + \sigma_{zx}) + k_{yn}\sigma_{xx}(\sigma_{yz} + \sigma_{zy}) - \\
& - k_{xn}(\sigma_{xy}\sigma_{yz} + \sigma_{yx}\sigma_{zy}) - k_{yn}(\sigma_{yx}\sigma_{xz} + \sigma_{xy}\sigma_{zx})]\} + (k_{xn}^2 + k_{yn}^2)[k_{xn}^2\sigma_{xx} + k_{yn}^2\sigma_{yy} + k_{xn}k_{yn}(\sigma_{xy} + \sigma_{yx})] + \quad (3) \\
& +i\omega\mu[k_{xn}^2(\sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{zx}\sigma_{xz} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}) + k_{yn}^2(\sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{zy}\sigma_{yz} - \sigma_{xy}\sigma_{yx}) + \\
& +k_{xn}k_{yn}(\sigma_{xy}\sigma_{zz} + \sigma_{yx}\sigma_{zz} - \sigma_{zy}\sigma_{xz} - \sigma_{yz}\sigma_{zx})] + \omega^2\mu^2[\sigma_{zx}(\sigma_{xz}\sigma_{yy} - \sigma_{yz}\sigma_{xy}) + \sigma_{zy}(\sigma_{yz}\sigma_{xx} - \sigma_{xz}\sigma_{yx}) + \\
& +\sigma_{zz}(\sigma_{xy}\sigma_{yx} - \sigma_{xx}\sigma_{yy})] = 0.
\end{aligned}$$

Известно, что в среде с тензорными характеристиками поле расщепляется на две анизотропные составляющие, отличающиеся по затуханию и фазовому сдвигу (в оптике говорят о расщеплении поля на обыкновенную и необыкновенную волны). Поэтому уравнение (3) имеет четыре корня, причем два корня с положительной реальной частью соответствуют полям, затухающим вверх, а два корня с отрицательной реальной частью — полям, затухающим вниз. Отметим, что в общем случае, когда коэффициенты при нечетных степенях k_{zn} в (3) не равны нулю, проникновение поля вверх или вниз по оси OZ может заметно отличаться. Установлено, что имеет место не только смена знака k_{zn} , но и для некоторых пространственных гармоник — несовпадение мнимых частей по абсолютной величине, а значит и фазового сдвига в среде.

Каждая анизотропная составляющая характеризуется своей поляризацией в среде, т.е. соотношением между компонентами поля. Поляризацию анизотропных составляющих можно определить из системы (1), если подставить в нее соответствующий корень k_{zn} . Компоненты магнитного поля найдем из уравнений:

$$\begin{aligned}
-i\omega\mu H_{xn} &= ik_{yn}E_{zn} - k_{zn}E_{yn}, \\
-i\omega\mu H_{yn} &= -ik_{xn}E_{zn} + k_{zn}E_{xn}, \\
-i\omega\mu H_{zn} &= ik_{xn}E_{yn} - ik_{yn}E_{xn}.
\end{aligned} \quad (4)$$

На практике при численной реализации алгоритма расчета удобнее не пользоваться коэффициентами поляризации, а ввести и сразу вычислять шесть неизвестных амплитуд для компонент электрического поля — по три амплитуды декартовых компонент для каждой из двух анизотропных составляющих поля. Для этого можно использовать методы решения переопределенных систем уравнений [Потемкин, 2004; Ильин, Позняк, 2005], учитывая одновременно все необходимые уравнения. В частности, такая система включает по три уравнения системы (2) для каждой из анизотропных составляющих в отдельности, всего 6 уравнений. Далее добавляются уравнения, совместно учитывающие амплитуды анизотропных составляющих — граничные условия на поверхности $z = 0$. Здесь принимается во внимание, какие компоненты поля считаются заданными на поверхности полигона — магнитного или электрического поля. В варианте задания компонент магнитного поля добавляются необходимые уравнения из системы (4), а при задании компонент электрического поля — простые уравнения в виде сумм амплитуд анизотропных составляющих для горизонтальных компонент электрического поля. Кроме того, еще надо учесть, что на границе с непроводящей атмосферой должен быть равен нулю суммарный вертикальный ток — еще два уравнения: $(\hat{\sigma}\mathbf{E})_z = 0$ и $(\text{rot}\mathbf{H})_z = 0$.

При составлении указанной переопределенной системы уравнений учитывается теорема единственности решения задачи электромагнитного поля для заданной модели среды — факт, что это решение полностью определяется значениями тангенциальных компонент либо магнитного, либо электрического полей на поверхности исследуемого объема среды. Это дает способ решения обратной задачи — определения тензора электропроводности по пяти компонентам электромагнитного поля, зарегистрированным на поверхности исследуемого полигона. Например, если задать на поверхности компоненты электрического поля E_x и E_y по экспериментальным данным, указанным способом для текущей модели среды можно вычислить теоретические значения трех компонент магнитного поля. Сравнивая их с измеренными в эксперименте значениями компонент магнитного поля, можно так скорректировать модель среды, чтобы добиться лучшего согласования экспериментальных данных по всем

компонентам поля. Возможен и другой вариант, по экспериментальным данным на поверхности задавать компоненты магнитного поля, и по текущей модели среды вычислять теоретические значения компонент электрического поля. В работе изучались все такие варианты с целью оценить и повысить достоверность решения обратной задачи, в том числе эффективность использования данных скважинных измерений вертикальной электрической компоненты поля.

Переопределенная система линейных уравнений имеет единственное решение при условии, что ранг ее основной и расширенной матрицы равен числу неизвестных [Ильин, Позняк, 2005], т.е. шести в нашем случае. При численном решении описанной переопределенной системы уравнений были выявлены ситуации, когда ранг матриц системы был меньше шести. Основная матрица системы имела слишком малые сингулярные числа, становилась существенной линейная зависимость некоторых из входящих уравнений. Анализ показал, что это происходит в ситуациях, когда искомые амплитуды одной из анизотропных составляющих становятся равными нулю. Установлено, что это случается либо при слабой анизотропии и фактически в изотропной среде, либо в анизотропной среде, когда одна из составляющих не возбуждается. В таких ситуациях переопределенная система уравнений корректировалась: либо амплитуды одной из анизотропных составляющих приравнялись нулю, если корни k_{zn} существенно отличались, либо в противном случае система трансформировалась к случаю изотропной среды.

Отметим, что для расчетов электромагнитного поля в анизотропной среде нами также применялся метод, основанный на переходе к решению матричного уравнения Риккати для адмитанса, предложенный в работе [Карчевский, 2007]. Существенным моментом здесь явился корректный учет условия на границе с непроводящей атмосферой — равенства нулю вертикального тока (в том числе с помощью решения переопределенной системы уравнений). Сравнение результатов расчета поля обсуждаемыми методами в одинаковых ситуациях показало их полное совпадение.

ХАРАКТЕРИСТИКИ АНИЗОТРОПИИ И УЧЕТ ЛАТЕРАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СРЕДЫ

В произвольно анизотропной среде тензор электропроводности в системе координат его главных осей описывается диагональной матрицей $\hat{\sigma}'$, а в лабораторной системе координат имеет вид $\hat{\sigma}$:

$$\hat{\sigma}' = \begin{pmatrix} \sigma_{x'} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z'} \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = V \hat{\sigma}' V^T, \quad (5)$$

где V — матрица поворота системы координат. Матрица поворота V унитарна и обратное преобразование осуществляется транспонированной матрицей V^T . Столбцы матрицы V являются собственными векторами тензора электропроводности в лабораторной системе координат. Матрица поворота может быть вычислена методами приведения тензора к диагональному виду, а также выражена с помощью углов Эйлера, характеризующих поворот системы координат:

$$V = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \Phi - \cos \vartheta \sin \Psi \sin \Phi & -\cos \Psi \sin \Phi - \cos \vartheta \sin \Psi \cos \Phi & \sin \vartheta \sin \Psi \\ \sin \Psi \cos \Phi + \cos \vartheta \cos \Psi \sin \Phi & -\sin \Psi \sin \Phi + \cos \vartheta \cos \Psi \cos \Phi & -\sin \vartheta \cos \Psi \\ \sin \vartheta \sin \Phi & \sin \vartheta \cos \Phi & \cos \vartheta \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где ϑ — угол нутации, Ψ — угол прецессии и Φ — угол чистого вращения.

Основное внимание было уделено моделям тонкослоистых сред, когда в главных осях анизотропии может быть описана тензором $\hat{\sigma}'$ с двумя совпадающими собственными значениями $\sigma_{x'} = \sigma_{y'}$, т.е. в главных осях среда предполагалась трансверсально-изотропной. Однако направление оси OZ' , нормальной к слоистости, в пространстве могло иметь произвольное направление, задаваемое углами в (6).

Латеральная неоднородность среды учитывается в приближении плавных неоднородностей [Плоткин и др., 2008], когда характерные горизонтальные масштабы поля малы в сравнении с горизонтальными масштабами неоднородности

$\left(\left| \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x, \partial y} \right| \ll |k_{xn, yn} \sigma_{ik}| \right)$. Это позволяет считать малыми члены с производными от электропроводности по горизонтальным координатам. Поэтому в нулевом приближении в каждой точке полигона можно применять описанный выше подход для анизотропной горизонтально-однородной среды и латерально неоднородного поля. При переходе к другой точке полигона все расчеты производятся с другими характеристиками среды.

Обработку синхронных площадных данных по компонентам поля можно осуществлять на основе аппроксимации на всю поверхность данных, полученных в дискретных точках сети наблюдений, функ-

циями (1). Это позволяет также ввести потенциалы, учитывающие двухмодовую структуру поля аналогично работе [Плоткин, 2008]:

$$E_x = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y}, \quad E_y = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x},$$

$$H_x = \frac{\partial H^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial H^{(0)}}{\partial y}, \quad H_y = \frac{\partial H^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial H^{(0)}}{\partial x}. \quad (7)$$

Здесь $E^{(1)}$, $H^{(0)}$ — скалярные потенциалы электрического и магнитного полей электрической моды (ТМ моды), $E^{(0)}$, $H^{(1)}$ — аналогичные потенциалы электрического и магнитного полей магнитной моды (ТЕ моды).

При индукционном возбуждении поле электрической моды $E^{(1)}$, $H^{(0)}$ в приближении плавно-неоднородной изотропной среды является величиной первого порядка малости и может быть рассчитано по теории возмущений. Такое решение для изотропной среды с электропроводностью $\sigma(x, y)$ получено В.В. Плоткиным с соавторами [2008] и в рассматриваемой ситуации имеет вид

$$E_n^{(1)} = - \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial \sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) \right]_{0n} \frac{\exp(-k_{zn}z)(k_{zn}z + 1)}{2(k_{xn}^2 + k_{yn}^2)}. \quad (8)$$

Здесь $E^{(0)}$ — поле магнитной моды (ТЕ моды) в нулевом приближении, $k_{zn}^2 = k_{xn}^2 + k_{yn}^2 + i\omega\mu\sigma$ — квадрат волнового числа, n — номер выбранной пространственной гармоники в ряду (1). Выражение в квадратных скобках с индексом n в (8) для электрической моды (ТМ моды) поля равно амплитуде n -й пространственной гармоники представления этого выражения рядом функций (1).

Из (8) видно, что в случае магнитотеллурического зондирования изотропной среды электрическое поле ТМ моды возбуждается только в присутствии латеральных изменений $\sigma(x, y)$. При магнитотеллурическом зондировании анизотропной среды электрическое поле ТМ моды отлично от нуля и при отсутствии горизонтальных изменений характеристик электропроводности. В обоих случаях одна из физических причин возбуждения ТМ моды заключается в необходимости выполнения на границе с непроводящей атмосферой условия равенства нулю вертикального тока. В анизотропной среде это условие можно выполнить даже при отсутствии латеральных изменений электропроводности за счет согласования амплитуд анизотропных составляющих, обусловленных расщеплением поля в такой среде. Различие указанных механизмов возбуждения ТМ моды характеризуется появлением вертикальной компоненты электрического поля на границе $z = 0$ внутри анизотропной среды. Без априорных знаний о свойствах среды и при отсутствии экспериментальных данных по вертикальной компоненте электрического поля трудно сделать вывод, чем вызвано появление электрического поля ТМ моды при магнитотеллурическом зондировании — латеральными изменениями электропроводности или ее анизотропией. Еще более сложна ситуация, когда среда неоднородна также по вертикали, и анизотропные прослойки перекрыты изотропными слоями. Поскольку измерения вертикальной компоненты электрического поля достаточно сложно осуществить, возникает настоятельная необходимость проведения площадных синхронных магнитотеллурических зондирований, чтобы в процессе обработки экспериментальных данных попытаться решить обратную задачу определения тензора электропроводности в латерально неоднородной среде с помощью разделения полей на ТЕ и ТМ моды.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕНЗОРА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ЛАТЕРАЛЬНО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Можно априори предполагать, что восстановление локальных значений тензора электропроводности тем хуже, чем сильнее неоднородность, поскольку входные данные по компонентам электрического поля в реальных условиях содержат совместный вклад анизотропии и латеральной неоднородности. При восстановлении характеристик латерально неоднородной анизотропной среды по экспериментальным данным можно воспользоваться эффективным тензором электропроводности, приближенно описывающим некоторую ограниченную область полигона. Основанием этому может служить факт, что подобная доменная структура строения среды установлена при исследованиях анизотропных свойств литосферы сейсмическими методами [Plomerova et al., 2008]. Кроме того, разбивая исследуемый полигон на небольшие зоны синхронных наблюдений с ограниченными размерами и проводя в каждой из них последовательно независимый эксперимент в разные интервалы времени, можно существенно снизить затраты на экспериментальные работы [Плоткин, 2012].

Решение обратной задачи сводится к минимизации методами оптимизации следующего функционала Φ :

$$\Phi = \sum \Phi(F_p), \Phi(F_p) = \left\{ \sum_{m,n} |F_{p0}(x_m, y_n) - F_{pj}(x_m, y_n)|^2 \right\} / \left\{ \sum_{m,n} |F_{p0}(x_m, y_n)|^2 \right\}, \quad (9)$$

в котором слагаемые $\Phi(F_p)$ учитывают вклады выбранных компонент ($p = x, y, z$) магнитного ($F = H$) или электрического ($F = E$) полей. F_{p0} и F_{pj} обозначают значения p -й компоненты этих полей до минимизации и после j -й итерации соответственно в точках поверхности с координатами x_m, y_n . В данной работе применялись три варианта использования входных экспериментальных данных, а именно при решении упомянутой переопределенной системы уравнений на поверхности задавались экспериментальные значения следующих компонент: H_x и H_y ; E_x и E_y ; E_x, E_y, H_z . По этим компонентам для текущей модели среды вычислялись теоретические значения остальных компонент поля, которые и сравнивались с их экспериментальными значениями при минимизации функционала (9). Стартовая модель среды задавалась произвольно. Если для разных стартовых моделей среды и при всех указанных вариантах использования экспериментальных данных в процессе минимизации получается одна и та же итоговая модель среды, это может служить основанием, что полученное решение обратной задачи с большой долей вероятности достоверно.

Численные эксперименты проводились для моделей анизотропной среды с тензором электропроводности в виде (5), (6) с параметрами как не зависящими от горизонтальных координат, так и при наличии их латеральной изменчивости. Синтетические «экспериментальные» значения компонент поля для тестируемой модели среды получались по результатам расчета описанной переопределенной системы уравнений с заданными на поверхности входными данными компонент магнитного поля H_x и H_y , взятыми либо случайным образом, либо из экспериментальных данных, доступных через интернет. В обоих случаях для расчетов использовались только такие данные компонент H_x и H_y , которые на поверхности земли удовлетворяли условию $(\text{rot } \mathbf{H})_z = 0$ равенства нулю вертикального тока на границе с непроводящей атмосферой.

В процессе минимизации функционала (9) отыскивались все независимые компоненты некоторого эффективного симметричного тензора электропроводности, приближенно соответствующего исследуемому домену — ограниченной области полигона — в рамках однородного полупространства. С этой целью вводилось шесть независимых переменных ξ_1, \dots, ξ_6 для описания диагональных элементов тензора электропроводности в системе координат его главных осей в (5) и углов поворота в (6):

$$\sigma_{x'} = \sigma_0 \exp(\xi_1), \sigma_{y'} = \sigma_0 \exp(\xi_2), \sigma_{z'} = \sigma_0 \exp(\xi_3),$$

$$\vartheta = 90^\circ [1 + \sin(\xi_4)], \psi = 180^\circ [1 + \sin(\xi_5)], \phi = 180^\circ [1 + \sin(\xi_6)], \quad (10)$$

где σ_0 — базовое значение электропроводности. Такой выбор продиктован ограничениями в диапазоне изменений этих величин.

Графически тензор электропроводности удобно отображать в виде полярной диаграммы угловой зависимости эффективного значения электропроводности $\sigma_{ef} = \mathbf{e}(\sigma\mathbf{e})$ от направления электрического поля, задаваемого произвольным единичным вектором \mathbf{e} . Диаграмму будем представлять в полярных координатах, в которых радиальная координата соответствует зенитному углу \mathbf{e} относительно оси OZ , а угловая — азимуту направления \mathbf{e} относительно оси OX . Подобные угловые диаграммы позволяют наглядно судить о качестве восстановления тензора электропроводности при решении обратной задачи. Кроме того, такое представление удобно для сопоставления с аналогичными данными по анизотропии упругих параметров среды, получаемых сейсмическими методами [Plomerova et al., 2008].

В качестве примера на рис. 1 приведено несколько таких полярных диаграмм тензора электропроводности, отражающих процесс минимизации функционала Φ для однородного полупространства. В данном примере при расчетах поля использовался вариант с заданием на поверхности компонент H_x и H_y . Размеры полигона $L_x = 1440$ и $L_y = 1620$ км. Для аппроксимации латеральной зависимости компонент поля на полигоне учитывались все пространственные гармоники (1) до третьего порядка включительно. Предполагалось, что анизотропия среды описывается следующими значениями параметров: $\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = 0.01$ См/м,

Таблица 1

Часть рис. 1	$\Phi(E_x)$	$\Phi(E_y)$	$\Phi(H_z)$	$\Phi(E_z)$
<i>a</i>	0.306	0.166	0.0125	0.288
<i>б</i>	0.0467	0.0331	0.00397	0.0151
<i>в</i>	0.819e-3	3.78e-3	9.09e-5	0.0598
<i>г</i>	5.14e-7	4.06e-7	3.83e-8	8.26e-7

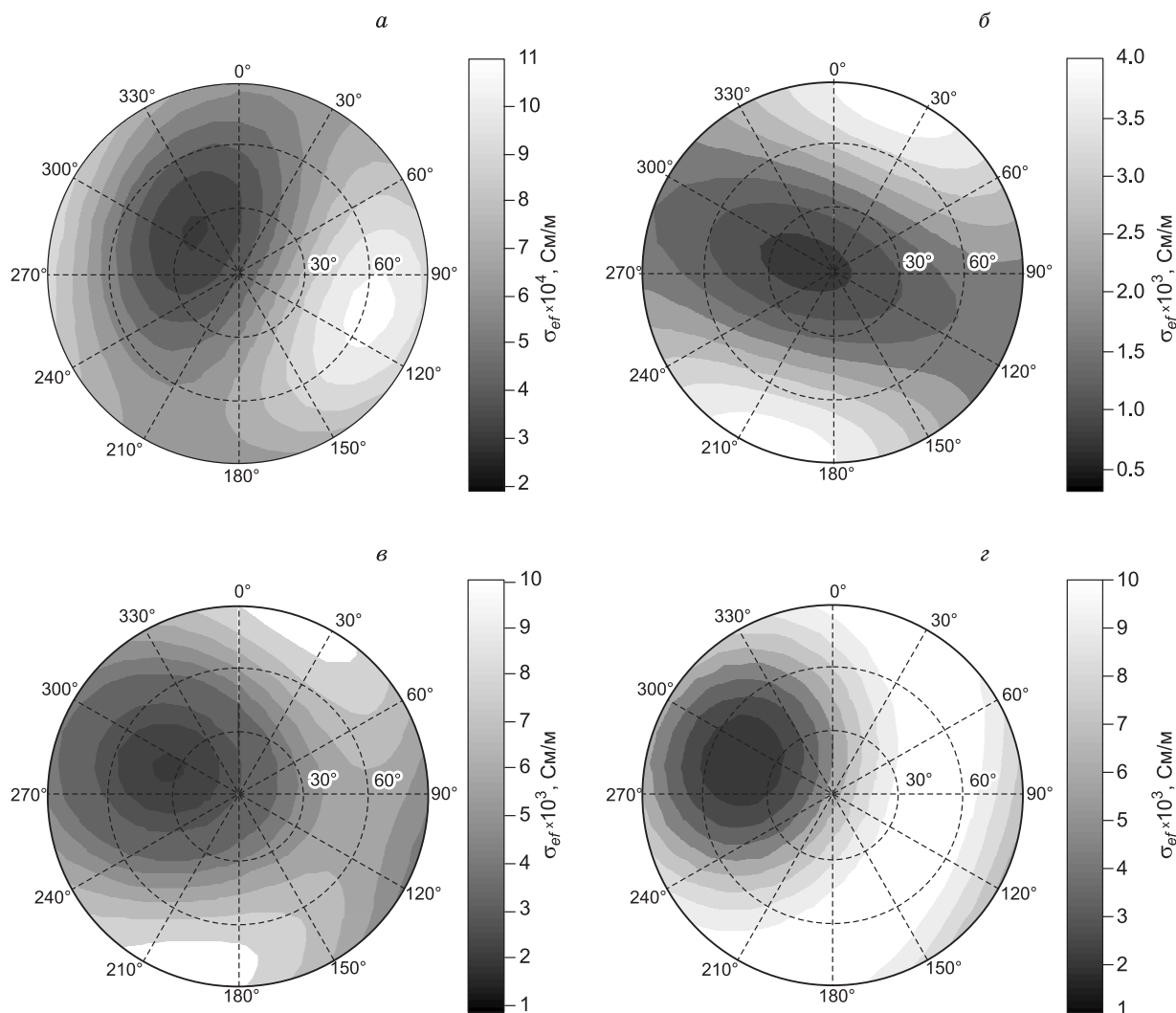


Рис. 1. Изолинии эффективной электропроводности σ_{ef} (в полярных координатах) в зависимости от направления ϵ , задаваемого зенитным углом (радиальная координата) и азимутом (угловая координата).

Ось OX — азимут 0° , ось OY — азимут 90° , ось OZ — вниз. a — стартовая модель однородного анизотропного полупространства, $б, в$ — промежуточные модели, $г$ — итоговая по (10) и тестируемая (11) модели.

$\sigma_z = 0.001$ См/м, $\vartheta = 45^\circ$, $\Psi = 20^\circ$ и $\varphi = 0^\circ$. Тензор электропроводности $\hat{\sigma}$ в лабораторной системе координат для тестируемой модели имеет вид:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} 0.0095 & 0.0014 & -0.0015 \\ 0.0014 & 0.0060 & 0.0042 \\ -0.0015 & 0.0042 & 0.0055 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В табл. 1 приведены значения отдельных слагаемых в функционале Φ (9), отражающие процесс минимизации для некоторых его итераций, показанных на рис. 1, a (начало минимизации, стартовая модель), $б, в$ (промежуточные итерации) и $г$ (конец минимизации, итоговая и тестируемая модели). Величина $\Phi(E_z)$ не включалась в функционал при его минимизации, поскольку обычно данные по вертикальной компоненте электрического поля отсутствуют. Она приведена лишь для сведения и показывает, насколько существенна связь E_z с параметрами анизотропии электропроводности. Можно видеть, что для полного восстановления тензора электропроводности необходимо весьма точное знание всех

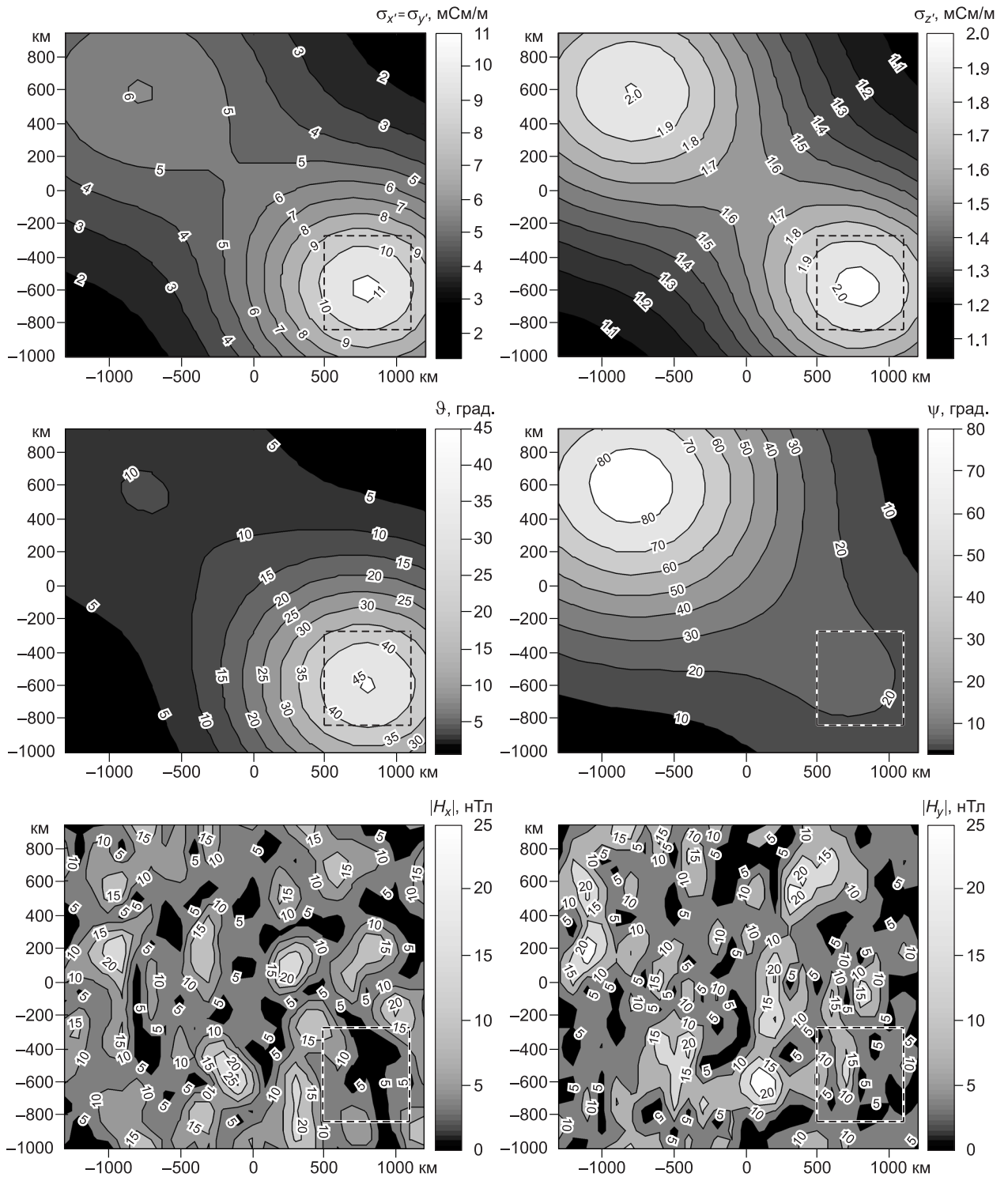


Рис. 2. Латеральное распределение параметров σ_x , σ_y , σ_z , ϑ и ψ неоднородной анизотропной среды и горизонтальных компонент магнитного поля на поверхности полигона.

Исследуемый домен показан прямоугольником в правом нижнем углу.

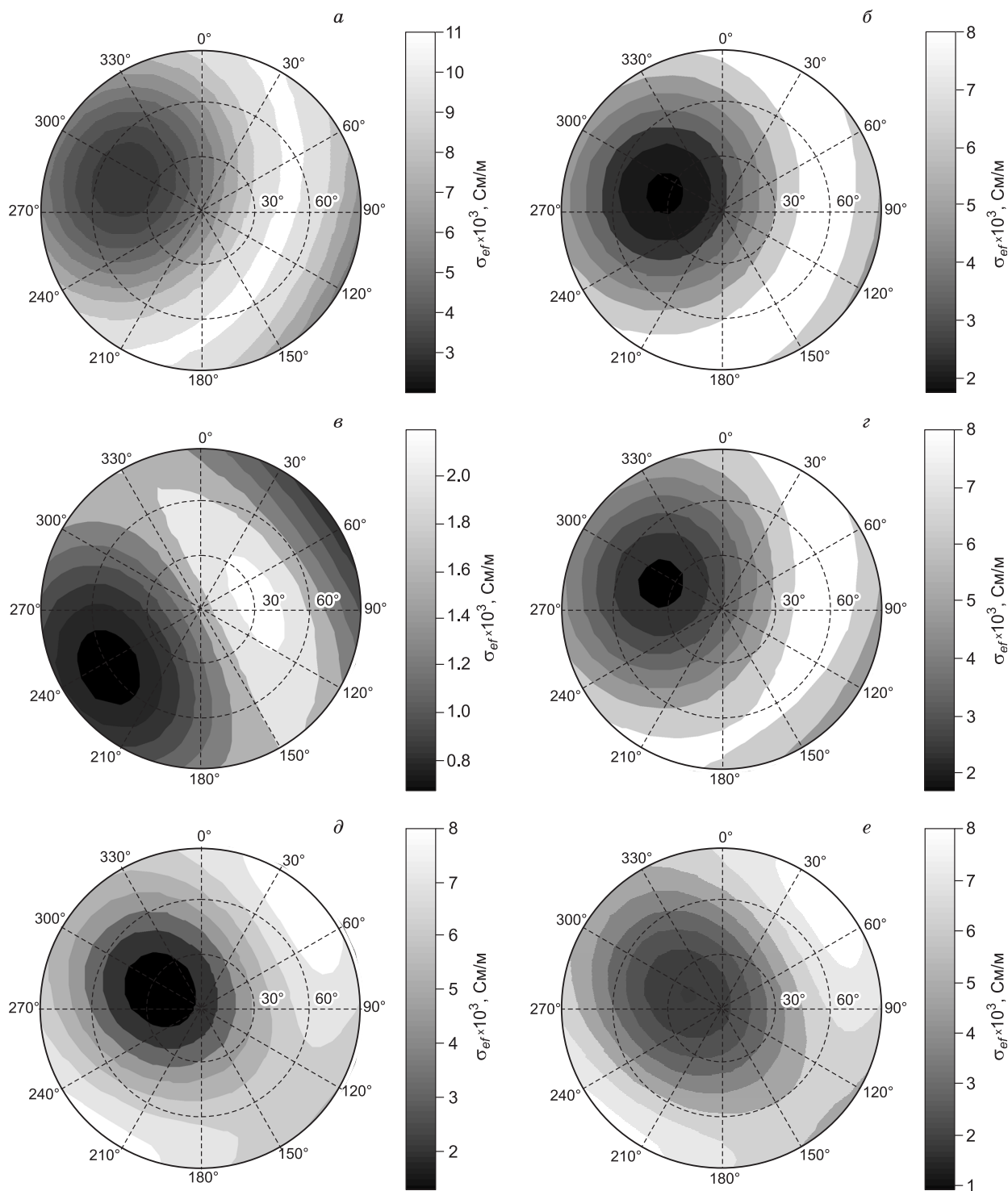


Рис. 3. Полярные диаграммы для тензоров электропроводности (аналогично рис. 1).

Для тестируемой неоднородной среды: *a* — в центре домена (см. рис. 2), *б* — в правом верхнем углу домена; для эффективного тензора домена: *в* — при одном из стартовых наборов параметров анизотропии, *г*—*е* — при итоговых параметрах анизотропии, достигнутых в разных вариантах минимизации.

Рис. 4. Распределения значений функционала (9) для однородного анизотропного полупространства в случаях задания на поверхности компонент магнитного (а) и электрического (б) полей.

Тензор электропроводности в главных осях фиксирован, исходное тестируемое состояние среды показано крестиком.

пяти компонент электромагнитного поля, регистрируемых на практике при магнитотеллурическом зондировании. Важно также, что такое восстановление стало возможным лишь в результате анализа латеральной неоднородности регистрируемого электромагнитного поля.

Эффективность восстановления тензора электропроводности при доменном описании неоднородной среды исследовалась на моделях с пятнистым характером латеральных изменений параметров анизотропии. На рис. 2 показан пример такого латерального распределения параметров анизотропии и входных данных по компонентам магнитного поля H_x и H_y на поверхности всего полигона (учитывались пространственные гармоники до третьего порядка включительно). Прямоугольником в правом нижнем углу показан домен, для которого характеристики анизотропии в рассматриваемой ситуации подбирались в виде эффективного тензора для горизонтально-однородной среды. Размеры полигона $L_x = 2000$ и $L_y = 2600$ км, размеры домена соответственно 550 и 600 км. В центральной точке домена анизотропия среды описывается следующими значениями параметров: $\hat{\sigma}_{x'} = \hat{\sigma}_{y'} = 0.0111$ См/м, $\hat{\sigma}_z = 0.002$ См/м, $\vartheta = 45.11^\circ$, $\Psi = 22.33^\circ$ и $\Phi = 0^\circ$. Тензор электропроводности $\hat{\sigma}$ в лабораторной системе координат в этой точке имеет вид:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} 0.0104 & 0.0016 & -0.0017 \\ 0.0016 & 0.0072 & 0.0042 \\ -0.0017 & 0.0042 & 0.0066 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

На рис. 3, а показана полярная диаграмма для тензора (12) в центральной точке домена и для сравнения (см. рис. 3, б) соответствующая диаграмма для точки в правом верхнем углу домена.

В табл. 2 приведены значения отдельных слагаемых в функционале Φ (9) в начале и в конце процессов минимизации для нескольких различных вариантов. В первых двух столбцах показаны слагаемые $\Phi(E_x)$ и $\Phi(E_y)$ (см. табл. 2, в, з) и слагаемые $\Phi(H_x)$ и $\Phi(H_y)$ (см. табл. 2, д, е). Все строки соответствуют диаграммам, показанным на рис. 3: в — начало минимизации, стартовая модель; з — конец

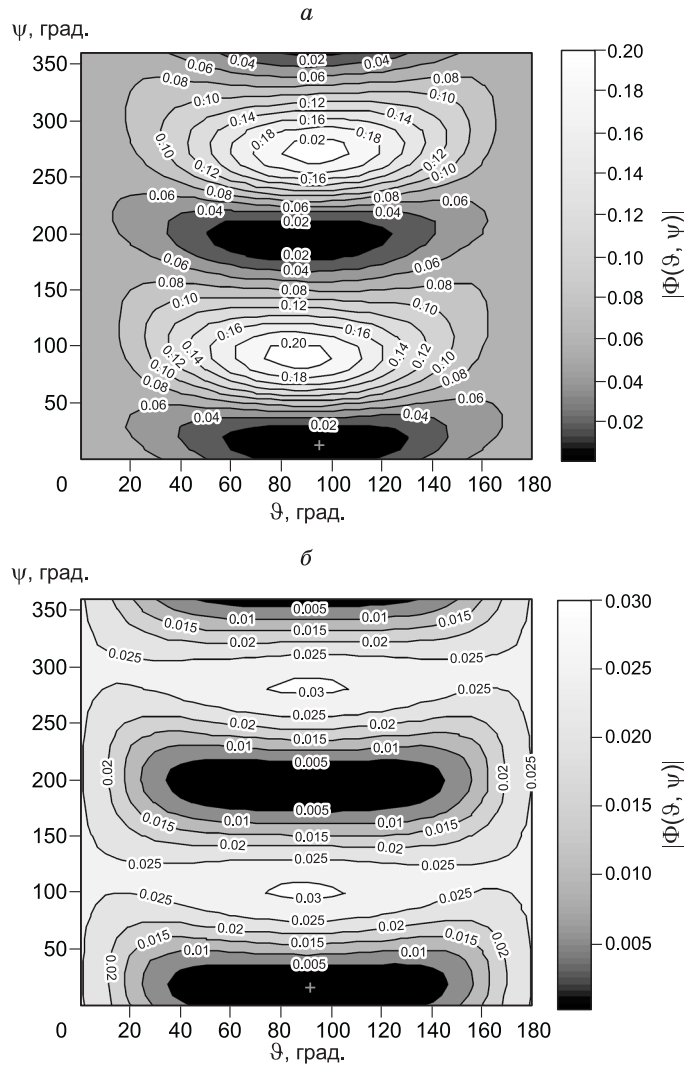


Таблица 2

Часть рис. 2	$\Phi(E_x)$, $\Phi(H_x)$	$\Phi(E_y)$, $\Phi(H_y)$	$\Phi(H_z)$	$\Phi(E_z)$
в	0.227	0.222	0.0292	0.451
з	0.00353	0.00210	0.000566	0.0366
д	0.00121	0.00196	0.000560	0.0968
е	0.00118	0.00195	0.000560	0.309

минимизации, вариант задания на поверхности компонент H_x и H_y ; δ , e — конец минимизации, вариант задания на поверхности компонент E_x и E_y . Следует отметить, что изменение стартовой модели в рассматриваемой ситуации практически не сказывается на результатах минимизации. Все конечные диаграммы при варианте задания на поверхности компонент H_x и H_y аналогичны показанной на рис. 3, z . Это же относится и к варианту задания на поверхности компонент E_x и E_y . В качестве подтверждения показаны итоговые диаграммы (см. рис. 3, δ , e) при двух различных стартовых моделях. Сравнивая δ и e (см. табл. 2) для этих случаев, можно видеть, что малое отличие итоговых диаграмм соответствует и малым изменениям горизонтальных компонент H_x и H_y , однако оно сопровождается заметно большим изменением вертикальной компоненты E_z . Это означает повышенную чувствительность обсуждаемого метода к данным по вертикальной компоненте E_z . На целесообразность ее измерений указано и в работе [Эпов и др., 2010]. Из сравнения z и δ (см. табл. 2) также видно, что при малых изменениях параметров анизотропии изменения горизонтальных компонент электрического поля больше, чем магнитного, т.е. чувствительность метода выше и по горизонтальным компонентам электрического поля. Это подтверждается и приведенными на рис. 4 распределениями целевого функционала (9) для однородного анизотропного полупространства: a — на поверхности заданы компоненты магнитного поля, а функционал представлен слагаемыми $\Phi(E_x) + \Phi(E_y)$, b — на поверхности заданы компоненты электрического поля, а отображены слагаемые $\Phi(H_x) + \Phi(H_y)$. Крестиком показано исходное тестируемое состояние среды. При этих расчетах тензор электропроводности в главных осях считался фиксированным: $\sigma_x = \sigma_y = 0.005$ См/м, $\sigma_z = 0.001$ См/м, а также $\varphi = 0$.

ВЫВОДЫ

Полное определение тензора электропроводности с помощью МТЗ возможно с привлечением синхронной площадной съемки данных по латеральной неоднородности компонент электромагнитного поля.

При восстановлении по данным МТЗ характеристик анизотропии плавно-неоднородной по латеральным координатам среды применимо приближенное доменное описание ограниченной области полигона с помощью эффективного тензора электропроводности.

Алгоритм обработки данных синхронной площадной съемки заключается в согласовании наблюдаемых в домене поверхностных распределений компонент электромагнитного поля между собой в процессе подбора эффективного тензора электропроводности.

ЛИТЕРАТУРА

- Ильин В.А., Позняк Э.Г.** Линейная алгебра. М., ФМЛ, 2005, 275 с.
- Карчевский А.Л.** Аналитическое решение уравнений Максвелла в частотной области для горизонтально-слоистых анизотропных сред // Геология и геофизика, 2007, т. 48 (8), с. 889—898.
- Левадный В.Т., Павлова И.В.** Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-слоистой анизотропной среды // Геология и геофизика, 1985 (6), с. 140—145.
- Плоткин В.В.** Метод согласования компонент для исследования латеральных неоднородностей по данным глобального МВЗ и МТЗ // Геология и геофизика, 2005, т. 46 (5), с. 568—578.
- Плоткин В.В.** Зона влияния неоднородности среды и поля при магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика, 2012, т. 52 (1), с. 140—149.
- Плоткин В.В., Белинская А.Ю., Гаврыш П.А., Губанов А.И.** Эффект нелокальности электромагнитного отклика при региональном магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика, 2008, т. 49 (11), с. 1150—1162.
- Потемкин В.Г.** Вычисления в среде MATLAB. М., Диалог-МИФИ, 2004, 720 с.
- Эпов М.И., Антонов Е.Ю., Федоров А.И.** Влияние наклонной анизотропии электропроводности на данные частотных и нестационарных индуктивных электромагнитных зондирований // Геология и геофизика, 2010, т. 51 (3), с. 401—407.
- Babuska V., Plomerova J.** European mantle lithosphere assembled from rigid microplates with inherited seismic anisotropy // Phys. Earth Planet. Inter., 2006, v. 158, p. 264—280.
- Babuska V., Montagner J.P., Plomerova J., Girardin N.** Age-dependent large-scale fabric of the mantle lithosphere as derived from surface-wave velocity anisotropy // Pure Appl. Geophys., 1998, v. 151, № 2—4, p. 257—280.
- Bahr K., Bantín M., Jantos C., Schneider E., Storz W.** Electrical anisotropy from electromagnetic array data; implications for the conduction mechanism and for distortion at long periods // Phys. Earth Planet. Inter., 2000, v. 119, № 3—4, p. 237—257.

Berdichevsky M.N., Pushkarev P.Y. Are the crustal and mantle conductive zones isotropic or anisotropic? // *Acta Geophys.*, 2006, v. 54, № 4, p. 333—342.

Eken T., Plomerova J., Roberts R., Vecsey L., Babuska V., Shomali H., Bodvarsson R. Seismic anisotropy of the mantle lithosphere beneath the Swedish National Seismological Network (SNSN) // *Tectonophysics*, 2010, v. 480, № 1—4, p. 241—258.

Gatzemeier A., Moorkamp A. 3D modeling of electrical anisotropy from electromagnetic array data: hypothesis testing for different upper mantle conduction mechanisms // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2005, v. 149, p. 225—242.

Heinson G., White A. Electrical resistivity of the Northern Australian lithosphere: crustal anisotropy or mantle heterogeneity? // *Earth Planet. Sci. Lett.*, 2005, v. 232, p. 157—170.

Jones A.G. Electromagnetic interrogation of the anisotropic Earth: looking into the Earth with polarized spectacles // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2006, v. 158, p. 281—291.

Pek J., Santos F.A.M. Magnetotelluric inversion for anisotropic conductivities in layered media // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 2006, v. 158, № 2—4, p. 139—158.

Plomerova J., Babuska V., Kozlovskaya E., Vecsey L., Hyvonen L.T. Seismic anisotropy — a key to resolve fabrics of mantle lithosphere of Fennoscandia // *Tectonophysics*, 2008, v. 462, № 1—4, p. 125—136.

Simpson F., Tommasi A. Hydrogen diffusivity and electrical anisotropy of a peridotite mantle // *Geophys. J. Int.*, 2005, v. 160, № 3, p. 1092—1102.

Wannamaker P.E. Anisotropy versus heterogeneity in continental solid Earth electromagnetic studies: fundamental response characteristics and implications for physicochemical state // *Surv. Geophys.*, 2005, v. 26, p. 733—765.

*Рекомендована к печати 15 июля 2011 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
31 марта 2011 г.*