Как видно отсюда, граница неустойчивости будет определяться уравнением

$$\lambda_* = 0.589 \sqrt{\left[17 + 10\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{b}\right)^4\right]^4 - 4\left[4 + 5\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^4\right]^2}$$

Величина во вторых скобках в подкоренном выражении намного меньше первого слагаемого и потому

$$\lambda_* \approx 0.589\left[17 + 10\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{b}\right)^4\right]^2 \qquad (3.4)$$

На фиг. 2 построена зависимость $\lambda^* = f(a / b)$. Таким образом, из (2.3) легко можно найти

$$\delta^* = \frac{E}{\rho_\infty c_\infty^2}\left(\frac{\delta}{a}\right)^3 = 0.35\frac{M_\infty^2}{\lambda_*}\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)\sqrt{\frac{M_\infty^2 + m^2 - 1}{(M_\infty^2 - 1)(m^2 - 1)}} \qquad (3.5)$$

где c_∞ — скорость звука в жидкости.

Эта зависимость и показана на фиг. 3 для свободно опертой квадратной пластинки при различных значениях числа Альфвена. Как видно из графика, увеличение напряженности внешнего магнитного поля (уменьшение m) ведет к снижению критической скорости флаттера.

Поступила 2 IV 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Sears W. R. Magnetohydrodynamic effects in aerodynamic flows. ARS J. (Jet Propulsion). 1959, vol. 29, № 6.
2. Хеджпет Дж., Флаттер прямоугольных свободноопертых панелей при больших сверхзвуковых скоростях. Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1958, № 2.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ КРЫЛА ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. Н. Панченков

(*Киев*)

С использованием теории малых волн задача о движении тела, погруженного в жидкость, исследовалась в работах многих авторов [1,2].

При помощи общего метода Н. Е. Кочина можно получить приближенное решение задачи о движении крыла вблизи свободной поверхности.

Удовлетворяя условиям теоремы Н. Е. Жуковского в «малом» для комплексной скорости, можно написать выражение

$$V(z) = V_\infty(z) + V_2(z) \qquad (1)$$

где $V_\infty(z)$ — комплексная скорость движения крыла в безграничном потоке,

$$V_2(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_C \overline{V_\infty(z)}\left[\frac{1}{z - \bar{\zeta}} - 2i\nu e^{-i\nu z}\int\limits_{+\infty}^{z}\frac{e^{i\nu t}}{t - \bar{\zeta}}\,d\bar{\zeta}\right] \qquad (2)$$

Для сил воздействия потока имеем выражения

$$P_h = \rho v_0 \Gamma_\infty - \frac{\rho}{2\pi}\int\limits_0^\infty |H(\lambda)|^2 d\lambda + \frac{\rho\nu}{\pi}\,\mathrm{v.p.}\int\limits_{-\infty}^{1} |H(\nu - \lambda\nu)|^2 \frac{d\lambda}{\lambda} \qquad (3)$$

$$Q = \rho\nu\,|H(\nu)|^2$$

где Γ_∞ — циркуляция вокруг крыла в безграничном потоке, а функция $H(\lambda)$ определяется выражением

$$H(\lambda) = \int\limits_C e^{-i\lambda z} V_\infty(z)\,dz \qquad (4)$$

Здесь и в дальнейшем приняты обозначения: h — относительное погружение крыла; b — хорда крыла, принятая за характерный размер; δ — относительная толщина крыла; ζ — поправка для учета конечности размаха крыла вблизи свободной поверхности; τ — коэффициент, учитывающий форму крыла в плане; α_k' — кромочный угол; α_0 — угол нулевой подъемной силы.

Формулы (2), (3), (4) соответствуют формулам Кочина, в которых вместо $V_h(z)$ и Γ_h на глубине h положены $V_\infty(z)$ и Γ_∞. При числе Фруда $F = v/\sqrt{gb} \to \infty$ выражение для подъемной силы плоской пластинки вблизи свободной поверхности получается через гипергеометрические функции в виде

$$P_h = \rho v_0 \Gamma_\infty - \frac{\rho \Gamma_\infty^2}{4\pi R\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right) - \\ - \frac{\rho v_0 \Gamma_\infty \cos\alpha_k}{2}\left[1 - \frac{4h}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)\right] \tag{5}$$

или

$$\gamma_h = \frac{P_h}{P_\infty} = 1 - \frac{\sin\alpha_k}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right) - \\ - \frac{\cos\alpha_k}{2}\left[1 - \frac{4h}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)\right] \tag{6}$$

Для дужки и крыла Жуковского выражения для γ_h имеют вид

$$\gamma_h = 1 - \frac{\sin(\alpha_0+\alpha_k)}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}\cos\alpha_0} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right) - \\ - \frac{\cos\alpha_k}{2\cos 2\alpha_0}\left[1 - \frac{4h}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)\right] \tag{7}$$

$$\gamma_h = 1 - \frac{\sin(\alpha_0+\alpha_k)}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}\cos\alpha_0} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right) - \frac{(1+\mu)^2\cos\alpha_k}{2\cos 2\alpha_0} \times \\ \times\left[1 - \frac{4h}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)\right] - \\ - \frac{k\delta(1+\mu)^4 F(3/4, 5/4, 2; (8h^2+1)^{-2})}{4\sqrt{2}(8h^2+1)^{3/2}\sin(\alpha_0+\alpha_k)\cos 3\alpha} \tag{8}$$

где k — отношение толщины, лежащей над хордой, к полной толщине профиля

$$\mu = \frac{0.77\,\delta}{1-0.6\,\delta}$$

Для коэффициента подъемной силы крыла конечного размаха можем написать выражение

$$C_{yh} = \frac{\psi\, dC_{y\infty}/d\alpha}{1 + (\psi/\pi\lambda)(dC_{y\infty}/d\alpha)(1+\tau)\zeta}(\alpha_0 + \alpha_k - \Delta\alpha_i) \tag{9}$$

$$\psi = 1 - \frac{2\sin(\alpha_0+\alpha_k)}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}\cos\alpha_0} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right) - \\ - \frac{(1+\mu)^2\cos\alpha_k}{2\cos 2\alpha_0}\left[1 - \frac{4h}{\sqrt{2}\sqrt{8h^2+1}} F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 1; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)\right]$$

$$\Delta\alpha_i = \frac{1}{\psi}\,\frac{k\,\delta(1+\mu)^4}{4\sqrt{2}(8h^2+1)^{3/2}\cos 3\alpha_0} F\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 2; \frac{1}{(8h^2+1)^2}\right)$$

Результаты расчета по формулам (6) — (9) хорошо согласуются с экспериментальными данными для всех относительных погружений [3].

Поступила 5 XI 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Труды конференции по теории волнового сопротивления. ЦАГИ, 1937.
2. Кочин Н. Е. Соч. т. II. Изд-во АН СССР, 1949.
3. Чудинов С. Д. О подъемной силе подводного крыла конечного размаха. Тр. ВНИТОСС, 1955, т. VI.