

УДК 519.63:534.13

## ЗАВИСИМОСТЬ МЕХАНИЗМА ДРЕЙФА ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕЛИНЕЙНОМ ВОЛНОВОМ ПОЛЕ ОТ ЕЕ ПОСТОЯННОЙ ВРЕМЕНИ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

А. Л. Тукмаков

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, 420111 Казань  
E-mail: tukmakov@mail.knc.ru

Анализируется критерий, позволяющий в зависимости от соотношения между постоянной времени частицы, временем нарастания фронта волны сжатия и длительностью прохождения акустической волны определять преобладающий механизм и направление дрейфа твердой сферической частицы в нелинейном волновом поле закрытого акустического резонатора. Предполагается, что движение частиц происходит под действием сил Стокса, Архимеда и силы присоединенных масс.

**Ключевые слова:** акустический резонатор, взвешенные в газе частицы, уравнения Навье — Стокса, постоянная времени частицы, длительность прохождения фронта волны сжатия, узлы и пучности стоячей волны скорости.

### ВВЕДЕНИЕ

Твердые частицы, находящиеся в периодическом нелинейном волновом поле, дрейфуют преимущественно под действием волнового акустического давления, возникающего вследствие асимметрии волны в фазах сжатия и разрежения, и в результате влияния акустического течения [1–5]. Интенсивность дрейфа, вызванного асимметрией формы акустической волны, определяется изменением количества движения частицы за период изменения внешнего поля, включающего фазы сжатия и разрежения газа. Если инерционность частицы мала и она успевает приобрести скорость, равную скорости несущей среды в быстропротекающей фазе сжатия, то при значительной амплитуде колебаний ее среднее перемещение за счет волнового давления будет невелико, так как в длительной фазе разрежения частица тем более успеет разогнаться до скорости, равной скорости газа, и приблизится к точке, в которой началось движение. В этом случае дрейф частицы обусловлен в основном акустическим течением. Если частица достаточно инерционная и не успевает переместиться за несущей средой в фазе сжатия, но перемещается в более длительной фазе разрежения, то в течение периода колебаний несущей среды частица приобретает суммарный ненулевой импульс и дрейфовую скорость, в результате чего имеет место ненулевое перемещение. В этом случае дрейф за счет волнового акустического давления может стать более интенсивным, чем перенос частицы акустическим потоком. В случае продольных колебаний газа в закрытой трубе или плоском канале частицы под действием радиационного давления дрейфуют в узлы стоячей волны поля скоростей [1]. Акустические потоки в трубе представляют собой тороидальные вихри Рэлея, расположенные между узлами и

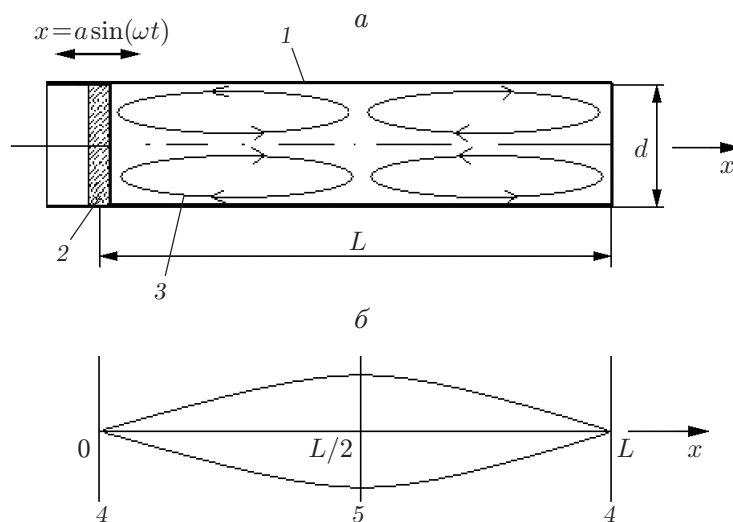


Рис. 1. Схема резонатора и колебаний волнового поля:  
*a* — конфигурация акустических вихрей при возбуждении колебаний на первой собственной частоте, *б* — расположение узлов и пучностей стоячей волны скорости на первой собственной частоте; 1 — труба, 2 — поршень, 3 — вихри Рэлея, 4 — узлы, 5 — пучность

пучностями стоячей волны скорости (рис. 1) [3–5]. В узких пристенных областях к вихрям Рэлея примыкают вихри Шлихтинга [4, 6]. На периферии вихрей Рэлея вблизи стенок трубы (вне пристенных областей, в которых развиваются вихри Шлихтинга) частицы всегда дрейфуют к ближайшим узлам стоячей волны скорости, так как и дрейф за счет действия волнового давления, и перенос локальными акустическими вихрями происходят в направлении ближайших узлов. Радиальная составляющая дрейфа частиц обусловлена только влиянием акустического течения. Вблизи оси трубы скорость акустического течения направлена от узла стоячей волны скорости к пучности, т. е. противоположно скорости дрейфа, происходящего под действием волнового механизма. Таким образом, вблизи оси трубы или канала направление дрейфа частицы зависит от того, какой из механизмов (действие волнового акустического давления или влияние акустического течения) преобладает. Критерий, позволяющий выявить основной механизм и направление дрейфа частицы вблизи оси резонатора, может быть получен при сопоставлении временных характеристик акустической волны с постоянной времени твердой частицы. В механике аэрозолей при медленном изменении внешней силы постоянная времени частицы определяется как отношение приобретаемого частицей импульса к силе Стокса

$$\tau = \frac{(4/3)\pi R^3 \rho_s u}{6\pi \eta R u} = \frac{2\rho_s R^2}{9\eta},$$

где  $\rho_s$ ,  $R$  — плотность и радиус частицы;  $\rho$ ,  $\eta$  — плотность и кинематическая вязкость газа. Параметр  $\tau$  характеризует время восстановления равновесного состояния в системе частица — среда [1]. В качестве временных характеристик волны будем рассматривать длительность ее прохождения  $T$  и время нарастания фронта волны сжатия  $\tau_f$  (рис. 2).

## 1. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ

**1.1. Движение несущей среды.** Колебания газа в трубе сопровождаются образованием нелинейных стоячих волн и акустических потоков [6–8]. Для описания этого явления

используем систему уравнений Навье — Стокса для сжимаемого теплопроводного газа в цилиндрической подвижной системе координат [9, 10]:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{E}_\xi + \mathbf{F}_\eta = \mathbf{H}; \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \xi_t \rho + \xi_x \rho u + \xi_y \rho v \\ \xi_t \rho u + \xi_x (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \xi_y (\rho uv - \tau_{xy}) \\ \xi_t \rho v + \xi_x (\rho uv - \tau_{xy}) + \xi_y (\rho v^2 + p - \tau_{yy}) \\ \xi_t E + \xi_x ((E + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + Q_x) + \xi_y ((E + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + Q_y) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \eta_t \rho + \eta_x \rho u + \eta_y \rho v \\ \eta_t \rho u + \eta_x (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \eta_y (\rho uv - \tau_{xy}) \\ \eta_t \rho v + \eta_x (\rho uv - \tau_{xy}) + \eta_y (\rho v^2 + p - \tau_{yy}) \\ \eta_t E + \eta_x ((E + p - \tau_{xx})u - \tau_{xy}v + Q_x) + \eta_y ((E + p - \tau_{yy})v - \tau_{xy}u + Q_y) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{Jy} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + \tau_{yy} \\ v(E + p - \tau_{yy}) + Q_y + u\tau_{xy} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} = \frac{1}{J} [\rho, \rho u, \rho v, E]^T,$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} \mathbf{V},$$

$$p = (\gamma - 1)\rho I, \quad \operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y}, \quad I = E - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2),$$

$$Q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad Q_y = \lambda \frac{\partial T}{\partial y}.$$

Здесь  $u, v, E, I, p, T$  — осевая и радиальная составляющие скорости, полная и внутренняя энергия, давление и температура газа;  $\gamma, \lambda, \mu$  — постоянная адиабаты, теплопроводность и динамическая вязкость;  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}$  — составляющие тензора вязких напряжений. Для решения системы (1) применялась явная схема Мак-Кормака с расщеплением оператора перехода на следующий временной слой по пространственным направлениям в обобщенных подвижных координатах  $\xi(x, y, t), \eta(x, y, t), t$  [9–12]:

$$\mathbf{q}_{j,k}^{n+1} = P_\xi(\Delta t_\xi/2) P_\eta(\Delta t_\eta/2) P_\eta(\Delta t_\eta/2) P_\xi(\Delta t_\xi/2) \mathbf{q}_{j,k}^n.$$

Переход со слоя  $t^n$  на слой  $t^{n+1}$  за счет последовательного применения одномерных операторов к вектору газодинамических функций осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{j,k}^{(1)} &= P_\xi(\Delta t_\xi/2) \mathbf{q}_{j,k}^n, & \mathbf{q}_{j,k}^{(2)} &= P_\eta(\Delta t_\eta/2) \mathbf{q}_{j,k}^{(1)}, \\ \mathbf{q}_{j,k}^{(3)} &= P_\eta(\Delta t_\eta/2) \mathbf{q}_{j,k}^{(2)}, & \mathbf{q}_{j,k}^{n+1} &= P_\xi(\Delta t_\xi/2) \mathbf{q}_{j,k}^{(3)}. \end{aligned}$$

Здесь  $\Delta t_\xi = \Delta t_\eta = \Delta t$ . Для получения промежуточных значений вектора  $\mathbf{q}^{(1)}$  необходимо применить одномерный оператор  $P_\xi(\Delta t_\xi/2)$  по переменной  $\xi$  к вектору газодинамических функций на временном слое  $t^n$ . Действие каждого одномерного оператора  $P$  состоит в последовательном выполнении шагов предиктор и корректор по соответствующей пространственной переменной:

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(1)*} = \mathbf{q}_{j,k}^n - \frac{\Delta t_\xi/2}{\Delta \xi} (\mathbf{E}_{j+1,k}^n - \mathbf{E}_{j,k}^n) + \frac{\Delta t_\xi}{2} \mathbf{H}_{j,k}^n,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{j,k}^{(1)} &= \frac{1}{2} (\mathbf{q}_{j,k}^n + \mathbf{q}_{j,k}^{(1)*}) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t_\xi / 2}{\Delta \xi} (\mathbf{E}_{j,k}^{(1)*} - \mathbf{E}_{j-1,k}^{(1)*}) + \frac{\Delta t_\xi}{4} \mathbf{H}_{j,k}^{(1)*}, \\ \mathbf{q}_{j,k}^{(2)*} &= \mathbf{q}_{j,k}^1 - \frac{\Delta t_\eta / 2}{\Delta \eta} (\mathbf{F}_{j,k+1}^{(1)} - \mathbf{F}_{j,k}^{(1)}) + \frac{\Delta t_\eta}{2} \mathbf{H}_{j,k}^1, \\ \mathbf{q}_{j,k}^{(2)} &= \frac{1}{2} (\mathbf{q}_{j,k}^1 + \mathbf{q}_{j,k}^{(2)*}) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t_\eta / 2}{\Delta \eta} (\mathbf{F}_{j,k}^{(2)*} - \mathbf{F}_{j,k-1}^{(2)*}) + \frac{\Delta t_\eta}{4} \mathbf{H}_{j,k}^{(2)*}, \quad \dots \end{aligned}$$

Пространственные группы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{F}$  на шагах предиктор и корректор представляются с помощью односторонних конечно-разностных операторов. На шаге предиктор производные по  $\xi$ , входящие в величины  $\mathbf{E}_{j+1,k}^n$ ,  $\mathbf{E}_{j,k}^n$ , заменялись левыми разностями первого порядка точности, на шаге корректор — правыми, производные по  $\eta$  — центральными разностями второго порядка точности. Производные по  $\eta$ , входящие в величины  $\mathbf{F}_{j,k+1}^n$ ,  $\mathbf{F}_{j,k}^n$ , на шаге предиктор представлялись левыми разностями первого порядка точности, на шаге корректор — правыми. На каждом шаге производные по переменной  $\xi$ , входящие в величины  $\mathbf{F}_{j,k+1}^n$ ,  $\mathbf{F}_{j,k}^n$ , аппроксимировались центральными разностями второго порядка точности. Производные по  $\xi$ ,  $\eta$ , входящие в величину  $\mathbf{H}$  как на шаге предиктор, так и на шаге корректор, также представляются центральными разностями второго порядка точности.

**1.2. Схема коррекции.** Основной алгоритм расчета дополнялся схемой коррекции, необходимой для получения монотонного решения [13]. Коррекция решения, полученного с использованием схемы Мак-Кормака, осуществлялась для примитивных переменных  $U = (\rho, u, v, E)^T$  после перехода на следующий временной слой (при  $t = t^{n+1}$ ):

$$U_j = \tilde{U}_j + k(\delta\Phi_{j+1/2} - \delta\Phi_{j-1/2}).$$

Здесь  $\delta\Phi_{j+1/2} = \delta\tilde{U}_{j+1/2}$ , если  $\delta\tilde{U}_{j-1/2} \delta\tilde{U}_{j+1/2} < 0$  или  $\delta\tilde{U}_{j+1/2} \delta\tilde{U}_{j+3/2} < 0$ , и  $\delta\Phi_{j+1/2} = 0$  в остальных случаях;  $\delta\tilde{U}_{j-1/2} = \tilde{U}_j - \tilde{U}_{j-1}$ ;  $\delta\tilde{U}_{j+1/2} = \tilde{U}_{j+1} - \tilde{U}_j$ ;  $\delta\tilde{U}_{j+3/2} = \tilde{U}_{j+2} - \tilde{U}_{j+1}$ ;  $\tilde{U}_j$  — значение функции после перехода на  $(n+1)$ -й временной слой по схеме Мак-Кормака;  $k = 0,125$  — коэффициент. Коррекция выполнялась последовательно по всем строкам (вдоль координаты  $\xi$ ), а затем по всем столбцам (вдоль координаты  $\eta$ ) в расчетной области.

**1.3. Граничные и начальные условия для несущей среды.** Схема резонатора приведена на рис. 1, *a*. На оси трубы задавались граничные условия симметрии, на твердых поверхностях включая поверхность поршня — условия прилипания. Для плотности, давления, энергии, температуры ставились однородные граничные условия второго рода. В начальный момент времени ( $t = 0$ ) во внутренних узлах расчетной области задавались температура и плотность неподвижного газа, поршень начинал движение по гармоническому закону  $x(t) = a \sin(\omega t)$ , где  $\omega$  — первая собственная частота продольных колебаний несущей среды в плоском канале.

**1.4. Уравнение движения частицы.** Предполагалось, что движение частицы в волновом поле происходит под действием силы сопротивления с коэффициентом сопротивления  $C_d$ , выражение для которого записывается в форме выражения Клячко, силы Архимеда и силы присоединенных масс [14]:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_s}{\partial t} = \frac{9}{2} C_d \frac{\text{Re}}{24} \frac{\mu}{R^2 \rho_s} (\mathbf{w} - \mathbf{w}_s) - \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_s} \left( \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{w}_s}{\partial t} \right). \quad (2)$$

Здесь

$$\text{Re} = \frac{2R\rho|\mathbf{w} - \mathbf{w}_s|}{\mu}, \quad C_d = \frac{24}{\text{Re}} \left( 1 + \frac{\text{Re}^{2/3}}{6} \right),$$

$\mathbf{w}_s, \mathbf{w}$  — скорости частицы и газа соответственно. Записав уравнение (2) в проекциях на оси, найдем решения для составляющих скорости частиц на временном слое  $t^{n+1}$ , считая начальными условиями значения составляющих скорости на временном слое  $t^n$  и зная скорость газа при  $t = t^{n+1}$ :

$$\begin{aligned} w_{x,s}^{n+1} &= w_{x,s}^n \exp\left(-\frac{b_x}{a} \Delta t\right) + \frac{c_x}{b_y} \left(1 - \exp\left(-\frac{b_x}{a} \Delta t\right)\right), \\ w_{y,s}^{n+1} &= w_{y,s}^n \exp\left(-\frac{b_y}{a} \Delta t\right) + \frac{c_y}{b_y} \left(1 - \exp\left(-\frac{b_y}{a} \Delta t\right)\right), \\ a &= 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_s}, \quad b_x = \frac{9}{2} C_d \frac{\text{Re}_x \mu}{24R^2 \rho_s}, \quad b_y = \frac{9}{2} C_d \frac{\text{Re}_y \mu}{24R^2 \rho_s}, \\ c_x &= b_x u^{n+1} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\partial u^{n+1}}{\partial t}, \quad c_y = b_y v^{n+1} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\partial v^{n+1}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Здесь  $w_{x,s}^n, w_{y,s}^n$  —  $x$ - и  $y$ -составляющие вектора скорости частицы на временном слое  $t^n$ ;  $u^{n+1}, v^{n+1}$  — составляющие скорости газа на временном слое  $t^{n+1}$ ;  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ .

## 2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В расчетах по направлению среднего перемещения частицы вблизи оси трубы определялся преобладающий механизм дрейфа частицы при различных соотношениях между ее постоянной времени  $\tau$ , длительностью периодической волны и длительностью нарастания фронта волны сжатия  $\tau_\Phi$ : если движение происходит от узла к пучности, то преобладает перенос акустическим течением; если от пучности скорости к узлу, то преобладает механизм дрейфа, обусловленный асимметрией фронтов. Поместим одну частицу на оси трубы со стороны поршня ( $x \approx 0,1L$ ), а другую — со стороны закрытого конца трубы ( $x \approx 0,9L$ ). Эксперимент проведем для сферических частиц различного радиуса и постоянной плотности  $\rho_s = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Радиусы частиц и их постоянные времени приведены в таблице. Постоянная времени твердой частицы определялась по формуле  $\tau = 2\rho_s R^2 / (9\eta)$  [1]. Расчеты проводились при значениях  $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ .

Волновое поле в закрытой трубе генерируется за счет периодического перемещения поршня (см. рис. 1). В эксперименте требуется определить зависимость движения частицы и ее постоянной времени от длительности прохождения волны и фронта ее сжатия. Для получения волн с различными длиной и крутизной фронтов будем моделировать продольные колебания газового столба в трубах диаметром  $d = 0,064 \text{ м}$  и длиной  $L = 0,125; 0,250; 1,000 \text{ м}$  на первой собственной частоте  $\omega = \pi c/L$ . Амплитуда колебаний поршня выбиралась таким образом, чтобы в пучности стоячей волны скорости колебательное число

Радиус частицы и ее постоянная времени

$R, \text{ м}$	$\tau, \text{ с}$	$R, \text{ м}$	$\tau, \text{ с}$
$10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-2}$
$5 \cdot 10^{-6}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$10^{-4}$	0,12
$10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$10^{-3}$	12
$1,64 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$		

Рейнольдса  $A = 2u_0/(\omega\mu)^{1/2}$  ( $u_0$  — амплитуда скорости газа в пучности стоячей волны скорости) не превышало значения, при котором движение газа является заведомо турбулентным [8]. Численный эксперимент проводился при следующих значениях параметров: начальная температура газа  $T_g = 293$  К, постоянный показатель адиабаты  $\gamma = 1,4$ , газовая постоянная  $R_g = 278$  Дж/(кг · К), начальная скорость звука  $a_0 = (\gamma R_g T_g)^{1/2} \approx 340$  м/с. Использовалась равномерная в каждом из направлений расчетная сетка с числом узлов  $N_j \times N_k = 100 \times 60$ . По мере уменьшения длины трубы амплитуда колебаний поршня также уменьшалась, чтобы сохранялся ламинарный режим движения. Изменяя длину расчетной области, а следовательно, и частоту колебаний поршня, которая в рассмотренных ниже расчетах является первой собственной частотой, можно получить нелинейные волны с различной длительностью прохождения фронтов сжатия и разрежения.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты проводились при различных длинах трубы  $L$  и амплитудах колебаний поршня  $a$ .

1.  $L = 0,125$  м,  $a = 0,0007$  м. На рис. 2 показана полученная при расчетах колебаний газа в трубе форма периодических волн давления в точках, расположенных на оси трубы со стороны поршня ( $x \approx 0,1L$ ) и со стороны закрытого конца ( $x \approx 0,9L$ ). Волна имеет четко выраженный нелинейный характер: при общей длительности прохождения волны  $T \approx 7 \cdot 10^{-4}$  с длительность прохождения фронта волны сжатия  $\tau_{\Phi} = 1,25 \cdot 10^{-4}$  с (см. рис. 2). Скорость газа в пучности стоячей волны скорости на оси трубы ( $x = L/2$ ,  $y = 0$ ) достигает 39 м/с. На рис. 3 представлены полученные в численном эксперименте зависимости от времени положения  $S$  частиц, радиусы которых приведены в таблице. В начальный момент времени частицы расположены на оси трубы. Из рис. 3 следует, что из обоих начальных положений по направлению к пучности стоячей волны скорости ( $x = L/2$ ) дрейфует только частица радиусом  $R = 10^{-6}$  м, и только для нее постоянная времени  $\tau = 1,2 \cdot 10^{-5}$  с меньше длительности прохождения фронта волны сжатия  $\tau_{\Phi} = 1,25 \cdot 10^{-4}$  с. Направление дрейфа этой частицы в обеих половинах трубы совпадает с направлением вихрей Рэлея (см. рис. 1, а), а значит, преобладающим механизмом дрейфа является влияние акустического течения.

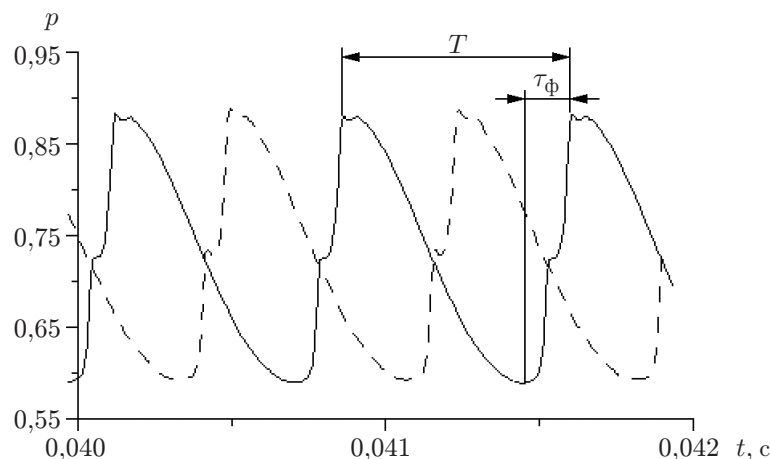


Рис. 2. Форма волн давления на оси трубы при колебаниях газа в закрытой трубе длиной  $L = 0,125$  м на первой собственной частоте:  
сплошная линия —  $x = 0,1L$ ,  $y = 0$ ; штриховая —  $x = 0,9L$ ,  $y = 0$

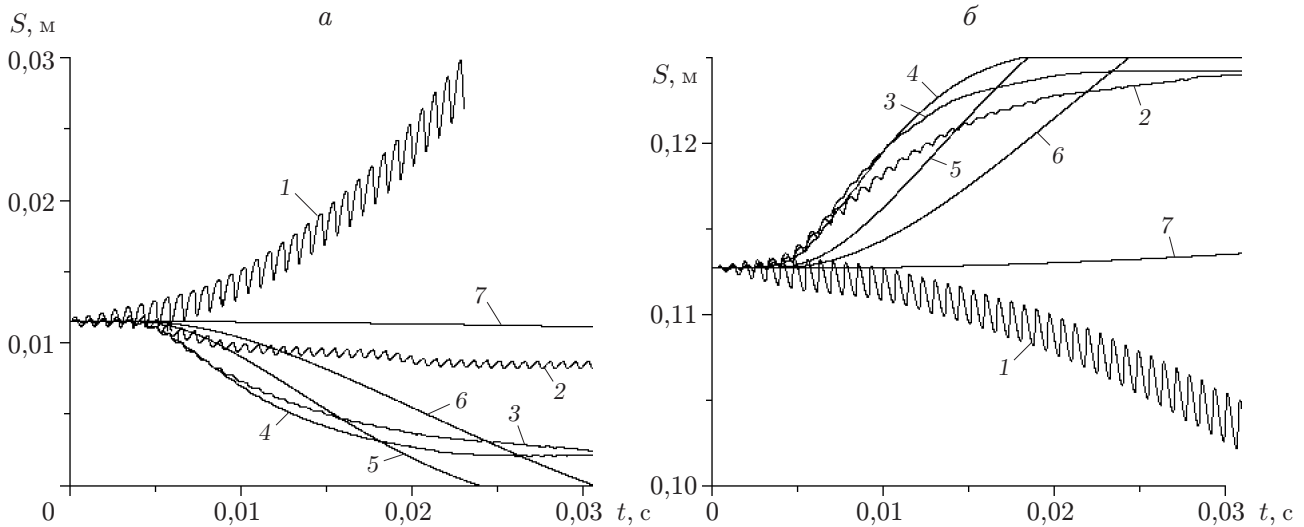


Рис. 3. Дрейф частиц различного радиуса при колебаниях поршня на первой собственной частоте резонатора длиной  $L = 0,125$  м:

$a$  — дрейф частиц вблизи поршня ( $x = 0,1L, y = 0$ ),  $b$  — дрейф частиц вблизи закрытого конца трубы ( $x = 0,9L, y = 0$ ); 1 —  $R = 10^{-6}$  м, 2 —  $R = 5 \cdot 10^{-6}$  м, 3 —  $R = 10^{-5}$  м, 4 —  $R = 1,64 \cdot 10^{-5}$  м, 5 —  $R = 5 \cdot 10^{-5}$  м, 6 —  $R = 10^{-4}$  м, 7 —  $R = 10^{-3}$  м

Необычное поведение имеет частица с постоянной времени, удовлетворяющей условию  $\tau_{\text{ф}} < \tau < T$ . Для частицы радиусом  $R = 5 \cdot 10^{-6}$  м постоянная времени  $\tau = 3 \cdot 10^{-4}$  с, что больше длительности прохождения фронта волны сжатия  $\tau_{\text{ф}} = 1,25 \cdot 10^{-4}$  с, но меньше периода колебаний  $T = 7 \cdot 10^{-4}$  с. В правой половине трубы эта частица дрейфует к закрытому концу, где располагается узел скорости, а значит, находится под действием волнового давления (см. рис. 3, б). Вблизи поршня ( $x \approx 0,1L$ ) частица начинает движение под действием волнового давления, но по мере развития акустического течения ее дрейф практически прекращается, вследствие того что перемещение за счет влияния акустического течения компенсирует среднее перемещение за счет действия волнового механизма, обусловленного асимметрией фронтов. Следует отметить, что полной симметрии распределения газодинамических функций относительно середины трубы не наблюдается, и в правой половине трубы волна имеет более крутой фронт. Остальные, более крупные частицы, постоянная времени которых удовлетворяет условию  $\tau > T$ , дрейфуют по направлению к узлам стоячей волны скорости (см. рис. 3), следовательно, преобладающий механизм дрейфа для них обусловлен асимметрией волновых фронтов, т. е. приобретением частицей ненулевого импульса в течение периода колебаний.

2.  $L = 0,25$  м,  $a = 0,001$  м. В данном случае волна нелинейна, имеет быстротекающую фазу сжатия и более длительную фазу разрежения. При общей длительности прохождения акустической волны  $T \approx 13 \cdot 10^{-4}$  с длительность прохождения фронта волны сжатия составляет  $\tau_{\text{ф}} = 4 \cdot 10^{-4}$  с. В течение периода колебаний наибольшая скорость газа достигается в пучности стоячей волны скорости на оси трубы ( $x = L/2, y = 0$ ) и составляет 34 м/с. На рис. 4 приведены полученные в численном эксперименте зависимости от времени положения частиц различного радиуса (см. таблицу), в начальный момент времени находящихся на оси трубы. По направлению к пучности стоячей волны скорости ( $x = L/2$ ) из обоих начальных положений дрейфуют частицы радиусом  $R = 10^{-6}$ ;  $5 \cdot 10^{-6}$  м (кривые 1, 2 на рис. 4), для которых постоянные времени  $\tau = 1,2 \cdot 10^{-5}$ ;  $3 \cdot 10^{-4}$  с меньше длительности прохождения фронта волны сжатия  $\tau_{\text{ф}} = 4 \cdot 10^{-4}$  с. Направление

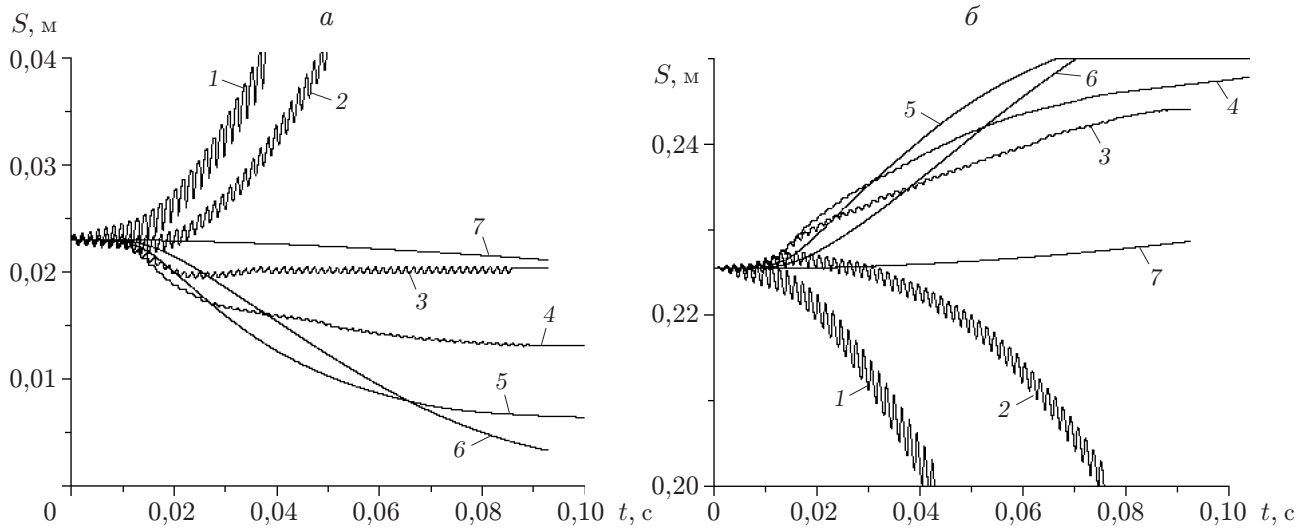


Рис. 4. Дрейф частиц различного радиуса при колебаниях поршня на первой собственной частоте резонатора длиной  $L = 0,25$  м (обозначения те же, что на рис. 3)

дрейфа свидетельствует о том, что эти частицы в среднем перемещаются под действием акустического течения, совершая при этом колебания большой амплитуды. Как и в рассмотренном выше случае, имеется частица с постоянной времени, удовлетворяющей условию  $\tau_{\text{ф}} < \tau < T$ , где  $\tau_{\text{ф}} = 4 \cdot 10^{-4}$  с;  $T = 1,3 \cdot 10^{-3}$  с. Радиус этой частицы равен  $R = 10^{-5}$  м,  $\tau = 1,2 \cdot 10^{-3}$  с. В правой половине трубы дрейф частицы обусловлен несимметрией волновых фронтов (кривая 3 на рис. 4,б), в левой половине дрейф вследствие асимметрии компенсируется перемещением за счет влияния акустического течения: в момент времени  $t \approx 0,04$  с частица практически останавливается (кривая 3 на рис. 4,а). Более крупные частицы, для которых  $\tau > T$  (кривые 4–7 на рис. 4), дрейфуют по направлениям к концам трубы, т. е. к узлам стоячей волны скорости. Иными словами, эти частицы перемещаются вследствие несимметрии волновых фронтов.

3.  $L = 1$  м,  $a = 0,005$  м. Результаты расчетов показывают, что на первой собственной частоте в закрытой трубе генерируется нелинейная волна с длительностью  $T \approx 6 \cdot 10^{-3}$  с и временем нарастания фронта волны сжатия  $\tau_{\text{ф}} = 1,6 \cdot 10^{-3}$  с. В течение периода колебаний наибольшая скорость газа, равная 30 м/с, достигается в пучности стоячей волны скорости на оси трубы ( $x = L/2, y = 0$ ). На рис. 5 приведены полученные в численном эксперименте зависимости от времени положения частиц различного радиуса (см. таблицу), в начальный момент времени расположенных на оси трубы. По направлению к пучности стоячей волны скорости ( $x = L/2$ ) из обоих начальных положений дрейфуют частицы радиусом  $R = 5 \cdot 10^{-6}; 10^{-5}$  м с постоянными времени  $\tau = 3 \cdot 10^{-4}; 1,2 \cdot 10^{-3}$  с (кривые 1, 2 на рис. 5), меньшими по сравнению с длительностью фронта волны сжатия  $\tau_{\text{ф}} = 1,6 \cdot 10^{-3}$  с. Таким образом, эти частицы в среднем перемещаются вследствие влияния акустического течения, совершая при этом колебания большой амплитуды. Медленный дрейф частицы радиусом  $R = 1,64 \cdot 10^{-5}$  м с постоянной времени  $\tau = 3,2 \cdot 10^{-3}$  с, удовлетворяющей условию  $\tau_{\text{ф}} < \tau < T$ , где  $\tau_{\text{ф}} = 1,6 \cdot 10^{-3}$  с;  $T = 6 \cdot 10^{-3}$  с, по направлению к пучности стоячей волны скорости в левой половине трубы обусловлен влиянием акустического течения (кривая 3 на рис. 5,а), по направлению к узлу ( $x = L$ ) в правой половине трубы — асимметрией волновых фронтов (кривая 3 на рис. 5,б). Более крупные частицы, для которых  $\tau > T$  (кривые 4–6 на рис. 5), дрейфуют по направлениям к концам трубы, т. е. к узлам стоячей волны скорости, а значит, вследствие несимметрии волновых фронтов.



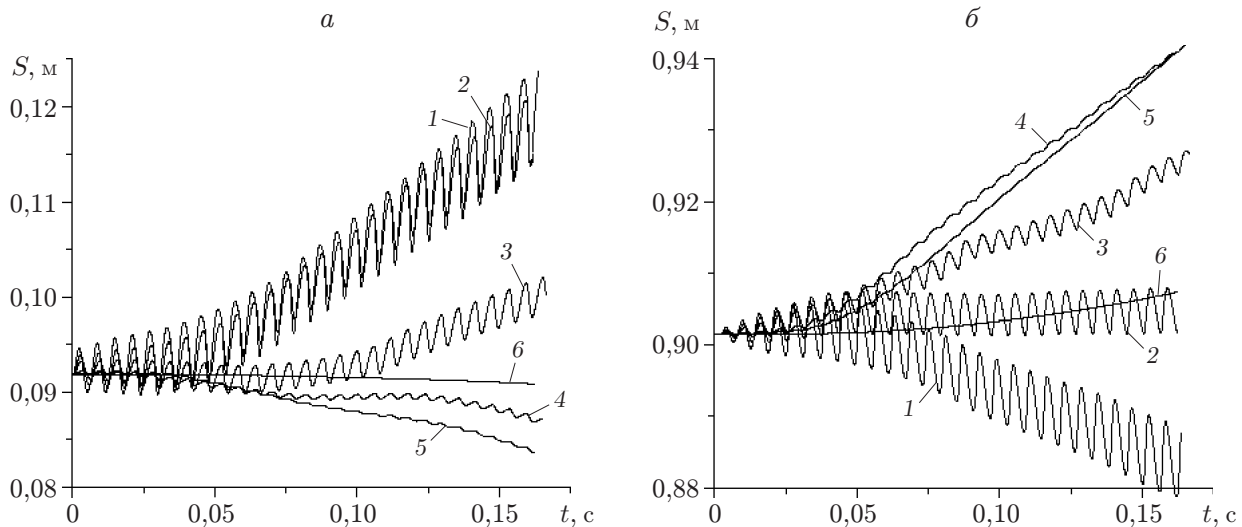


Рис. 5. Дрейф частиц различного радиуса при колебаниях поршня на первой собственной частоте резонатора длиной  $L = 1$  м:

$a$  — дрейф частиц вблизи поршня ( $x \approx 0,09L$ ,  $y = 0$ ),  $b$  — дрейф частиц вблизи закрытого конца трубы ( $x \approx 0,9L$ ,  $y = 0$ ); 1 —  $R = 5 \cdot 10^{-6}$  м, 2 —  $R = 10^{-5}$  м, 3 —  $R = 1,64 \cdot 10^{-5}$  м, 4 —  $R = 5 \cdot 10^{-5}$  м, 5 —  $R = 10^{-4}$  м, 6 —  $R = 10^{-3}$  м

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные расчеты показали, что, зная расположение узлов и пучностей стоячей волны поля скоростей в резонаторе, а следовательно, и конфигурацию акустических течений, можно определить направление дрейфа твердой частицы в любой точке области, в которой имеются вихри Рэлея. Вблизи боковых стенок резонатора частицы дрейфуют к ближайшему узлу стоячей волны скорости, так как в этой области наличие волнового давления и акустического течения приводит к перемещению частицы в одном направлении. Дрейф частицы вдоль радиуса трубы обусловлен влиянием акустического течения. На оси резонатора преобладающий механизм и направление дрейфа частицы определяются в зависимости от соотношения между ее постоянной времени, временем нарастания фронта волны сжатия и длительностью прохождения акустической волны. Анализ результатов расчетов позволяет выделить три варианта поведения частицы:

1. Постоянная времени твердой частицы меньше длительности прохождения фронта волны сжатия:  $\tau < \tau_{\text{ф}}$ . В этом случае частица дрейфует под действием акустического течения, дрейф сопровождается колебаниями большой амплитуды с частотой, равной частоте волнового поля.

2. Постоянная времени твердой частицы больше длительности прохождения фронта волны сжатия, но меньше длительности прохождения волны:  $\tau_{\text{ф}} < \tau < T$ . В этом случае акустическое течение и дрейф за счет асимметрии фронтов практически компенсируют друг друга. Возможно незначительное преобладание одного из механизмов, вызывающее слабый дрейф частицы либо в узел, либо в пучность стоячей волны скорости.

3. Постоянная времени твердой частицы превышает длительность прохождения волны:  $\tau > T$ . В этом случае преобладает дрейф под действием асимметрии фронтов, в результате чего частица перемещается по направлению к ближайшему узлу стоячей волны поля скоростей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Медников Е. П.** Акустическая коагуляция и осаждение аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
2. **Тимошенко В. И.** Взаимодействие и диффузия частиц в звуковом поле / В. И. Тимошенко, Н. Н. Чернов. Ростов н/Д: Ростиздат, 2003.
3. **Зарембо Л. К.** Введение в нелинейную акустику / Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. М.: Наука, 1966.
4. **Ниборг В.** Акустические течения // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1969. Т. 2, ч. Б. С. 302.
5. **Руденко О. В.** Теоретические основы нелинейной акустики / О. В. Руденко, С. И. Солуян. М.: Наука, 1975.
6. **Rudenko O. V.** Nonlinear standing waves, resonance phenomena, and frequency characteristics of distributed systems // Acoust. Phys. 2009. V. 55, N 1. P. 27–54.
7. **Галиуллин Р. Г., Тимохина Л. А., Филиппов С. Е.** Акустические течения при резонансных колебаниях газа в цилиндрической трубе // Акуст. журн. 2001. Т. 47, № 5. С. 611–615.
8. **Pgamov M. A., Zaripov R. G., Galiullin R. R., Repin V. B.** Nonlinear oscillations of a gas in a tube // Appl. Mech. Rev. 1996. V. 49, N 3. P. 137–154.
9. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т. 2.
10. **Steger J. L.** Implicit finite-difference simulation of flow about arbitrary two-dimensional geometries // AIAA J. 1978. V. 16, N 7. P. 679–686.
11. **Тукмаков А. Л.** Численное моделирование процесса волновой сепарации твердых частиц при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 3. С. 342–349.
12. **Тукмаков А. Л.** Численное моделирование дрейфа твердых частиц при резонансных колебаниях газа в открытом канале // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 2. С. 247–255.
13. **Жмакин А. И., Фурсенко А. А.** Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1980. Т. 20, № 4. С. 1021–1031.
14. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И.** Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесьях. М.: ВИНТИ, 1981. С. 209–287. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 16).
15. **Ганиев Р. Ф.** Динамика частиц при воздействии вибрации / Р. Ф. Ганиев, Л. Е. Украинский. Киев: Наук. думка, 1975.

*Поступила в редакцию 18/II 2009 г.,  
в окончательном варианте — 2/VI 2010 г.*