

УДК 536.3; 532.62

ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЧНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА ПЕРЕНОС ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕГО РАСТВОРЕННОГО ВЕЩЕСТВА В ТЕЧЕНИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО РАСТЯГИВАЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОТСОСА (ВДУВА)

С. Мухопадхай, М. Голам Ариф*, М. Вазед Али**

Университет г. Бурдвана, 713104 Бурдван, Индия

* Институт менеджмента Университета г. Раджшахи, 6205 Раджшахи, Бангладеш

** Университет г. Раджшахи, 6205 Раджшахи, Бангладеш

E-mail: swati_bumath@yahoo.co.in

Проанализированы течение и массообмен в пограничном слое на экспоненциально растягивающейся пористой пластине, при этом вместо условия прилипания на границе рассматривалось условие проскальзывания. С использованием преобразования подобия получены автомодельные уравнения, которые решены численно методом пристрелки. Установлено, что скорость жидкости и концентрация уменьшаются при увеличении параметра проскальзывания, скорость жидкости уменьшается при увеличении параметра отсоса.

Ключевые слова: экспоненциально растягивающаяся пластина, отсос (вдув), проскальзывание, массообмен, автомодельные решения.

Введение. Исследование течения в пограничном слое на растягивающейся поверхности имеет большое значение вследствие его широкого применения в технике, электрохимии и при обработке полимеров. Защитные покрытия (металлические и полимерные) материала необходимы во многих промышленных производственных процессах. В работе [1] исследовано течение, вызванное растяжением пластины, и получено точное автомодельное решение. Это исследование было продолжено в работах [2–4], в которых проанализированы тепло- и массообмен в различных физических процессах. Авторы работы [2] отметили, что не обязательно рассматривать поверхность, непрерывно растягивающуюся. В основном в работах, посвященных изучению течения в пограничном слое на растягивающейся поверхности, принят линейный закон растяжения поверхности. Однако согласно [2] в действительности растяжение пластмассовой пластины может быть нелинейным. В работе [5], вероятно, впервые рассмотрено растяжение пластины по квадратичному закону. Различные аспекты данной задачи исследованы многими авторами (см., например, [6–10]).

В работе [11] исследована нелинейно растягивающаяся поверхность в течении в тепловом пограничном слое. Авторы работы [12] изучали тепло- и массообмен в течении в пограничном слое на пластине, непрерывно растягивающейся по экспоненциальному закону, эти исследования продолжены в [13]. Изучению течения на нелинейно растягивающейся пластине посвящены работы [14, 15]. В [16, 17] исследовались вязкоупругое течение

Работа выполнена при финансовой поддержке Университетского совета по грантам (Нью-Дели, Индия) в рамках Специальной программы поддержки исследований (этап I).

© Мухопадхай С., Голам Ариф М., Вазед Али М., 2013

и теплообмен в пограничном слое, возникающем на экспоненциально растягивающейся пластине. Влияние теплового излучения на течение в пограничном слое, возникающем на экспоненциально растягивающейся пластине, выявлено авторами работы [18], получившими аналитическое решение задачи с помощью метода гомотопического анализа. Влияние теплового излучения на установившееся ламинарное двумерное течение и теплообмен в пограничном слое на экспоненциально растягивающейся пластине изучалось в [19]. В [20] рассмотрен случай, когда скорость растяжения равна $u = cx^n$ при $y = 0$ и нечетных положительных значениях целого числа n . При четных значениях целого числа n в случае $y = 0$ течение было бы противоположно направленным при $-\infty < x < 0$ [21]. При использовании модифицированной модели, предложенной в [21], значения числа $n \geq 1$ могут быть даже нецелыми. Влияние магнитного поля и теплового излучения на течение и теплообмен на экспоненциально растягивающейся пластине исследовалось в [22]. В [23] проанализированы характеристики теплообмена в точке торможения потока на экспоненциально сжимающейся пластине.

Распределение концентрации растворенного вещества при наличии химической реакции, соответствующее течению в пограничном слое на движущейся пластине, широко используется в металлургической промышленности при протяжке нитей через покоящуюся электропроводящую жидкость и очистке расплавленных металлов от неметаллических включений. Изучение течения в рамках пограничного слоя позволяет понять происходящие при этом процессы. Учет влияния распределения химически активного растворенного вещества на течение жидкости, вызванное растяжением пластины, также имеет большое значение в инженерных исследованиях. Течение при наличии химической реакции изучалось многими исследователями в различных физических аспектах. Влияние переноса химически реагирующей примеси на ламинарное течение на растягивающейся пластине исследовано в [24]. В работе [25] проанализированы течение и массообмен на растягивающейся пластине при наличии магнитного поля и с учетом реакции n -го порядка. Автор [26] исследовал свободно-конвективное МГД-течение и массообмен вязкой несжимаемой жидкости на растягивающейся пластине при наличии химической реакции. В [27] изучался перенос импульса, тепла и массы в МГД-течении на растягивающейся пластине при наличии равномерного поперечного магнитного поля. В работе [28] получено решение для случая диффузии химически реагирующей примеси в потоке неньютоновской жидкости на растягивающейся пластине, погруженной в пористую среду. Автор работы [29] исследовал движение и массообмен для двух классов вязкоупругой жидкости на пористой растягивающейся пластине с химически реагирующей примесью. В [30] исследовано влияние зависимости вязкости жидкости от температуры и скорости химической реакции на свободно-конвективный МГД-тепломассоперенос с регулируемыми условиями потока.

Во всех перечисленных выше исследованиях предполагалось, что на границе выполняются условия прилипания. В некоторых практических задачах данное граничное условие отсутствия проскальзывания должно быть заменено граничным условием частичного проскальзывания. Неприлипание жидкости к твердой границе, известное как скоростное проскальзывание, наблюдалось при определенных обстоятельствах, описанных в работе [31]. В микроэлектромеханических системах имеет место проскальзывание жидкости на границе. Исследованию задач о течении при граничном условии проскальзывания посвящено большое количество работ [32–41]. Авторы [19] продолжили эти исследования, рассмотрев эффекты частичного проскальзывания на растягивающейся стенке.

Отсос (вдув) жидкости через ограничивающую поверхность может значительно изменить поле течения, увеличивая или уменьшая поверхностное трение. Исследование вдува (отсоса) жидкости через пористую ограничивающую стенку представляет интерес для решения практических задач, когда необходимо управление пограничным слоем: пленоч-

ное охлаждение, покрытие слоем полимера, покрытие проводов и т. д. Процессы отсоса (вдува) имеют большое значение при конструировании различных устройств, таких как упорный подшипник и радиальный диффузор, при добыче нефти тепловыми способами. Отсос применяется в химических процессах для извлечения реагентов, вдув используется для того, чтобы добавить реагенты, охладить поверхность, предотвратить коррозию или образование окалины, снизить сопротивление.

В настоящей работе исследуется частичный сдвиг для течения и массообмена в пограничном слое на экспоненциально растягивающейся поверхности, подвергнутой отсосу (вдуву). С использованием преобразования подобия выведены обыкновенное дифференциальное уравнение третьего порядка, соответствующее уравнению импульса, и дифференциальное уравнение второго порядка, соответствующее уравнению для концентрации. С использованием метода пристрелки выполнены численные расчеты заданного уровня точности при различных значениях безразмерных параметров рассматриваемой задачи. Анализ полученных результатов показывает, что параметр проскальзывания оказывает существенное влияние на поле течения при наличии отсоса (вдува) на стенке. Также дана оценка коэффициентов поверхностного трения и массообмена, которые играют важную роль в промышленных приложениях.

1. Уравнения движения. В полуплоскости $y > 0$ рассмотрим течение вязкой несжимаемой жидкости на плоской пластине. Две равные противоположно направленные силы приложены вдоль оси x таким образом, чтобы стенка растягивалась симметрично относительно начала координат. Уравнения непрерывности, импульса и концентрации, управляющие таким течением, записываются в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - k(C - C_\infty), \quad (2)$$

где u, v — компоненты скорости в направлениях x, y соответственно; $\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость; ρ — плотность жидкости; μ — динамическая вязкость жидкости; C — концентрация химически активной примеси; C_∞ — концентрация на бесконечности; D — коэффициент молекулярной диффузии химически реагирующей примеси; $k = (1/2)k_0 e^{x/L}$ — переменная скорость необратимой химической реакции первого порядка.

1.1. *Граничные условия.* Граничные условия задачи задаются в виде

$$y = 0: \quad u = U + N\nu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad v = -V(x), \quad C = C_w,$$

$$y \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow 0, \quad C \rightarrow C_\infty.$$

Здесь $U = U_0 e^{x/L}$ — скорость растяжения; $C_w = C_\infty + C_0 e^{x/(2L)}$ — концентрация примеси в пластине; U_0, C_0 — начальная скорость и концентрация соответственно; $N = N_1 e^{-x/(2L)}$ — коэффициент проскальзывания скорости, зависящий от координаты x (при отсутствии проскальзывания $N = 0$); N_1 — начальное значение коэффициента проскальзывания скорости; $V(x) > 0$ — скорость отсоса; $V(x) < 0$ — скорость вдува; $V(x) = V_0 e^{x/(2L)}$ — скорость на стенке; V_0 — начальная скорость отсоса [39]; k_0 — константа, имеющая ту же размерность, что и параметр k .

1.2. *Метод решения.* Вводя переменные подобия

$$\eta = \sqrt{\frac{U_0}{2\nu L}} e^{x/(2L)} y, \quad u = U_0 e^{x/L} f'(\eta),$$

$$v = -\sqrt{\frac{\nu U_0}{2L}} e^{x/(2L)} \{f(\eta) + \eta f'(\eta)\}, \quad C = C_\infty + C_0 e^{x/(2L)} \varphi(\eta) \quad (3)$$

и подставляя (3) в уравнения (1), (2), управляющие уравнения приведем к виду

$$f''' + f f'' - 2f'^2 = 0; \quad (4)$$

$$\varphi'' + \text{Sc} (f \varphi' - f' \varphi + \beta \varphi) = 0. \quad (5)$$

Граничные условия принимают вид

$$\eta = 0: \quad f' = 1 + \lambda f'', \quad f = S, \quad \varphi = 1; \quad (6)$$

$$\eta \rightarrow \infty: \quad f' \rightarrow 0, \quad \varphi \rightarrow 0. \quad (7)$$

В (3)–(7) штрих обозначает дифференцирование по η ; $\lambda = N_1 \sqrt{U_0 \nu / (2L)}$ — параметр проскальзывания; $S = V_0 / \sqrt{U_0 \nu / (2L)} > 0$ ($S < 0$) — параметр отсоса (вдува); $\text{Sc} = \nu / D$ — число Шмидта; $\beta = k_0 L / U_0$ — параметр скорости реакции.

2. Численный метод решения. Уравнения (4), (5) с граничными условиями (6), (7) решались путем сведения их к задаче с начальными данными. Рассматривались уравнения

$$f' = z, \quad z' = p, \quad p' = [2z^2 - fp]; \quad (8)$$

$$\varphi' = q, \quad q' = -\text{Sc} (fq - z\varphi + \beta\varphi) \quad (9)$$

с граничными условиями

$$f(0) = S, \quad f'(0) = 1 + \lambda \gamma, \quad f''(0) = \gamma, \quad \varphi(0) = 1.$$

Для того чтобы проинтегрировать выражения (8), (9) как задачу с начальными данными, необходимо знать значения $p(0)$, т. е. $f''(0)$, и $q(0)$, т. е. $\varphi'(0)$, однако такие значения не заданы на границе.

Выберем подходящие значения $f''(0)$ и $\varphi'(0)$, затем с использованием классического метода Рунге — Кутты четвертого порядка с шагом $h = 0,01$ выполним интегрирование. Сравнивая расчетные значения для f' и φ , например при $\eta = 10$, с данными граничными условиями $f'(10) = 0$ и $\varphi(10) = 0$, корректируем расчетные значения $f''(0)$ и $\varphi'(0)$. Данная процедура повторяется до тех пор, пока не будут получены сходящиеся результаты в пределах допустимой погрешности 10^{-5} .

3. Результаты расчетов и обсуждение. Чтобы проанализировать полученные результаты, с использованием метода, описанного в п. 2, выполнены численные расчеты при различных значениях параметра проскальзывания скорости λ , параметра отсоса (вдува) S , параметра скорости реакции β , числа Шмидта Sc (рис. 1–5).

Для проверки точности примененной численной схемы проведено сравнение полученных значений функции тока $f(\eta)$ и скорости $f'(\eta)$ для $\lambda = 0$, $S = 0$ (т. е. в отсутствие проскальзывания и отсоса на границе) с данными работы [19] (см. рис. 1). Видно, что результаты хорошо согласуются.

Рассмотрим влияние параметра проскальзывания λ на скорость и сдвиговое напряжение при наличии отсоса на стенке. На рис. 2, а показаны профили скорости при различных значениях λ . Видно, что при увеличении расстояния η от пластины скорость уменьшается. Во всех случаях скорость обращается в нуль на некотором большом расстоянии от пластины ($\eta = 6$). При увеличении λ горизонтальная скорость также уменьшается. При наличии

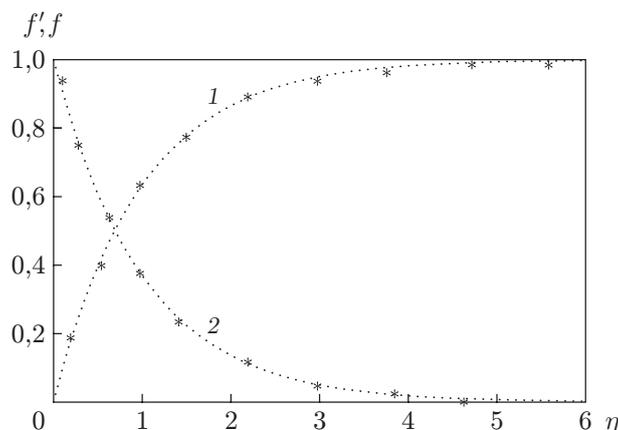


Рис. 1. Зависимости функции тока f (1) и скорости f' (2) от расстояния до пластины в отсутствие вдува (отсоса) и скольжения на границе при $S = 0$, $\lambda = 0$: линии — данные настоящей работы, точки — данные работы [19]

проскальзывания скорость потока вблизи пластины не равна скорости растяжения пластины. С увеличением λ скорость проскальзывания увеличивается и, следовательно, скорость жидкости уменьшается, так как при наличии проскальзывания сдвиговое напряжение растягивающейся пластины лишь частично может быть передано жидкости. Заметим, что параметр λ оказывает существенное влияние на решение. На рис. 2,б видно, что сначала сдвиговое напряжение f'' увеличивается при увеличении параметра проскальзывания λ . Это наблюдается до определенного расстояния от пластины, затем процесс замедляется.

На рис. 2,в,г представлены профили концентрации и градиента концентрации соответственно при различных значениях параметра проскальзывания и наличии отсоса. Видно, что с увеличением λ концентрация сначала уменьшается, а после достижения некоторого расстояния от пластины увеличивается (см. рис. 2,в). Зависимость градиента концентрации от величины η имеет немонотонный характер (см. рис. 2,г): сначала при увеличении параметра проскальзывания λ градиент концентрации уменьшается, а на определенном расстоянии от пластины начинает увеличиваться, затем вновь уменьшается.

На рис. 3 показано влияние параметра отсоса S на профили скорости и концентрации при наличии проскальзывания на границе. Видно, что скорость жидкости значительно уменьшается при отсосе и увеличивается при вдуве (см. рис. 3,а). Сдвиговое напряжение при увеличении параметра отсоса S сначала уменьшается, затем значительно увеличивается начиная с определенного расстояния η от пластины. Наличие отсоса на стенке ($S > 0$) вызывает уменьшение толщины пограничного слоя и скорости. Противоположное поведение наблюдается при вдуве ($S < 0$). Концентрация также уменьшается при увеличении параметра отсоса и увеличивается при вдуве (см. рис. 3,б). На определенных расстояниях от пластины процесс замедляется, и на большом расстоянии концентрация обращается в нуль. Градиент концентрации при увеличении параметра отсоса также сначала уменьшается, затем увеличивается после достижения определенного расстояния η от пластины. На большом расстоянии от стенки эта особенность исчезает, а при вдуве ($S < 0$) поведение градиента концентрации меняется на противоположное.

На рис. 4 показано влияние числа Шмидта Sc и параметра скорости реакции β на профили концентрации. Видно, что концентрация в точке уменьшается при увеличении как числа Шмидта (см. рис. 4,а), так и параметра скорости реакции β (см. рис. 4,б). При увеличении числа Шмидта Sc повышается скорость массообмена. Фактически число Шмидта обратно пропорционально коэффициенту диффузии D . Следовательно, концентрация

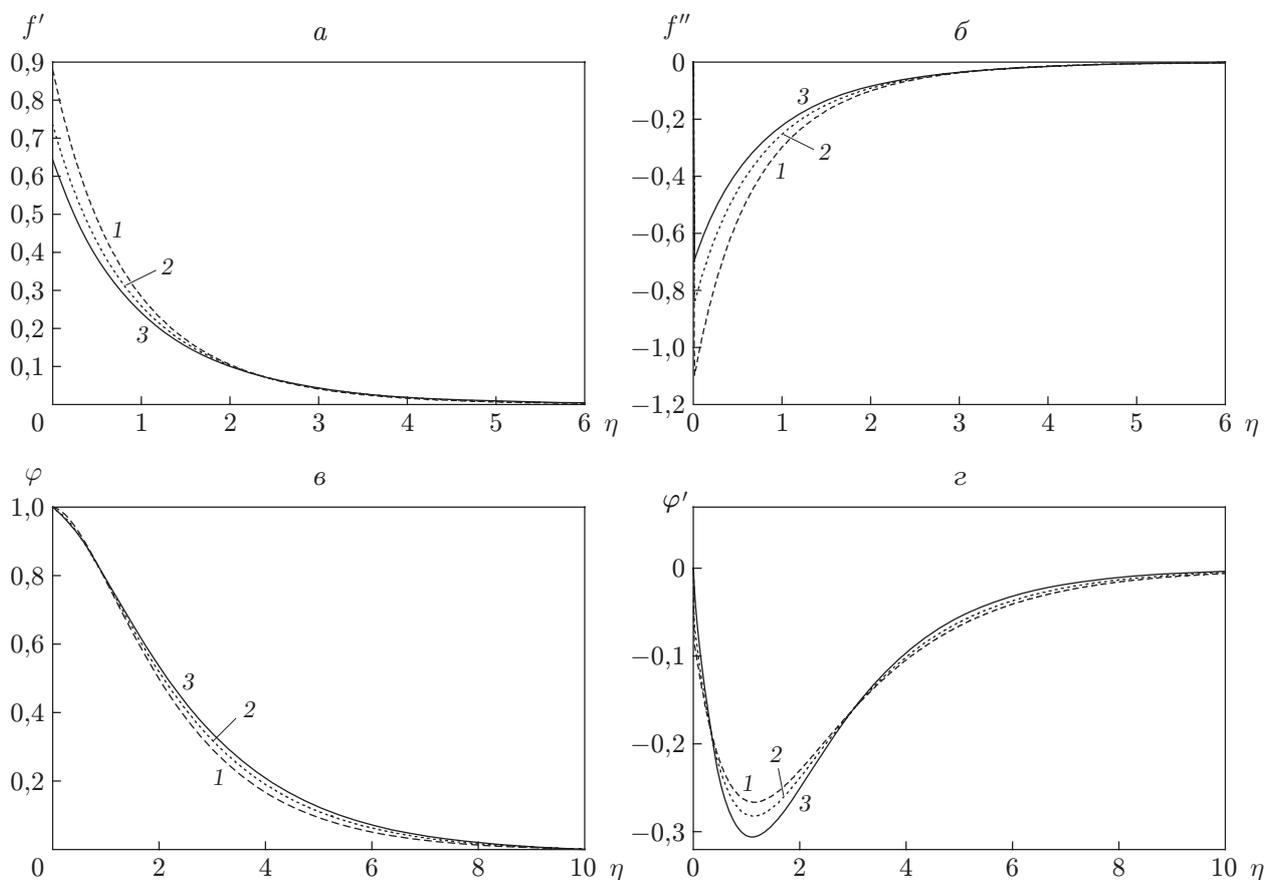


Рис. 2. Зависимости горизонтальной скорости f' (а), напряжения сдвига f'' (б), концентрации φ (в) и градиента концентрации φ' (г) от расстояния до пластины при $S = 0,1$, $\beta = 0,1$, $Sc = 0,7$ и различных значениях параметра проскальзывания λ :

1 — $\lambda = 0,1$, 2 — $\lambda = 0,3$, 3 — $\lambda = 0,5$

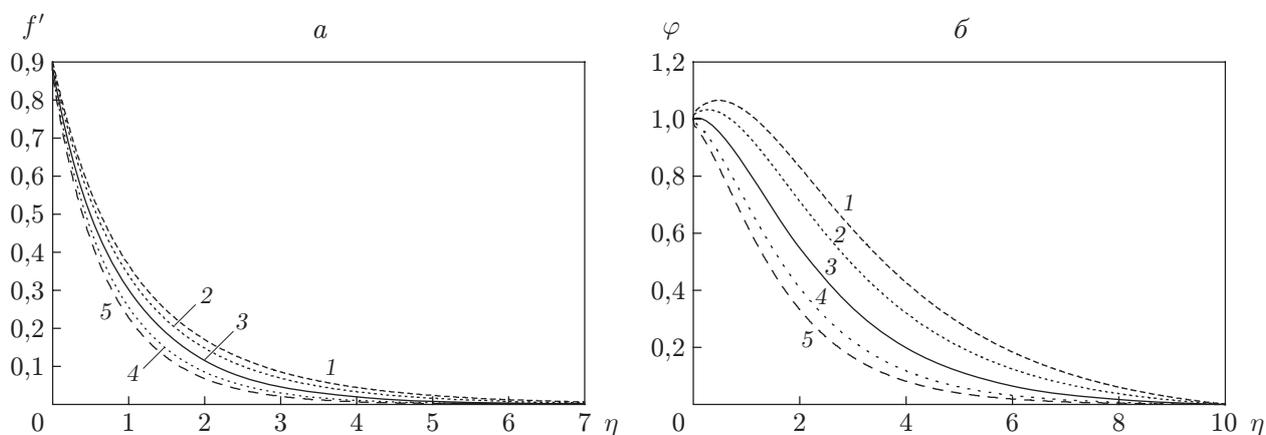


Рис. 3. Зависимости горизонтальной скорости f' (а) и концентрации φ (б) от расстояния до пластины при $\lambda = 0,1$, $\beta = 0,1$, $Sc = 0,7$ и различных значениях параметра отсоса (вдува) S :

1 — $S = -0,5$, 2 — $S = -0,3$, 3 — $S = 0$, 4 — $S = 0,3$, 5 — $S = 0,5$

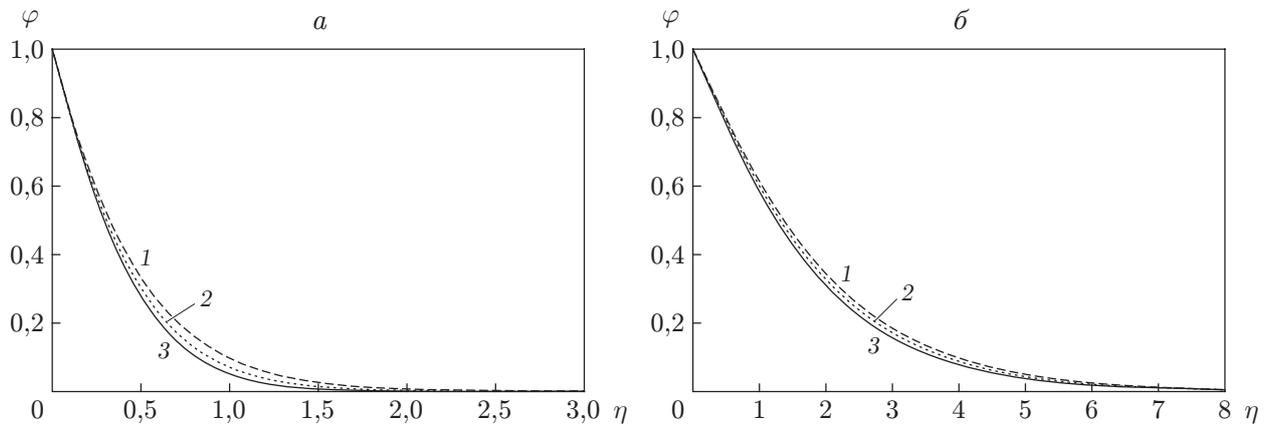


Рис. 4. Зависимость концентрации φ от расстояния до пластины:
 а — $\lambda = 0,1, S = 0,1, \beta = 0,1$ (1 — $Sc = 1, 2 — Sc = 2, 3 — Sc = 3$); б — $\lambda = 0,1, S = 0,1,$
 $Sc = 0,7$ (1 — $\beta = 0, 2 — \beta = 0,5, 3 — \beta = 1,0$)

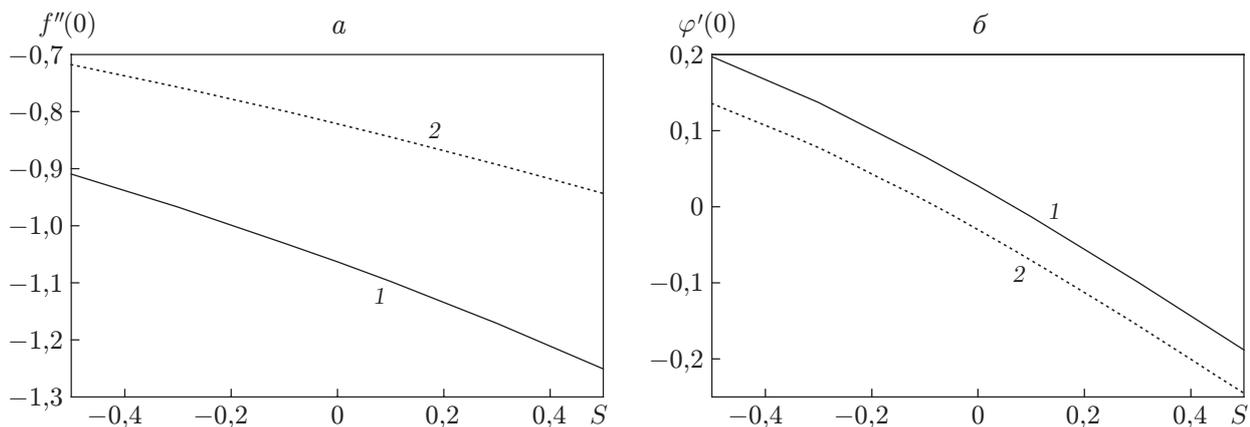


Рис. 5. Зависимости коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ (а) и коэффициента массообмена $\varphi'(0)$ (б) от параметра отсоса S при $\beta = 0,1, Sc = 0,7$ и различных значениях параметра проскальзывания λ :
 1 — $\lambda = 0,1, 2 — \lambda = 0,3$

уменьшается при увеличении числа Шмидта Sc и параметра β , т. е. параметр скорости реакции уменьшает скорость жидкости, в результате вблизи стенки толщина пограничного слоя растворенного вещества уменьшается. Это обусловлено тем, что в результате химической реакции имеет место превращение вещества, вследствие чего уменьшается концентрация в пограничном слое. Однако число Шмидта Sc и параметр скорости реакции β не оказывают влияния на скорость и коэффициент поверхностного трения, поскольку уравнение пограничного слоя для импульса не зависит от φ .

На рис. 5 приведены зависимости коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ и коэффициента массообмена $\varphi'(0)$ от параметра отсоса (вдува) S при двух значениях параметра проскальзывания. Видно, что коэффициент поверхностного трения уменьшается при увеличении S и увеличивается при более высокой скорости проскальзывания на границе. Массообмен при увеличении отсоса и проскальзывания уменьшается.

Заключение. Проведенное в настоящей работе исследование позволяет получить численные решения в случае установившегося течения и массообмена в пограничном слое на экспоненциально растягивающейся поверхности при наличии проскальзывания на грани-

це. Влияние параметра отсоса в случае вязкой несжимаемой жидкости заключается в том, что скорость уменьшается, а это вызывает увеличение коэффициента поверхностного трения. Полученные результаты указывают, что при наличии скольжения скорость уменьшается. Концентрация увеличивается с увеличением параметра проскальзывания.

Представленная модель течения на растягивающейся пластине может быть использована во многих технических приложениях и различных областях науки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Crane L. J.** Flow past a stretching plate // *Z. angew. Math. Phys.* 1970. Bd 21. S. 645–647.
2. **Gupta P. S., Gupta A. S.** Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing // *Canad. J. Chem. Engng.* 1977. V. 55. P. 744–746.
3. **Datta B. K., Roy P., Gupta A. S.** Temperature field in the flow over a stretching sheet with uniform heat flux // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 1985. V. 12. P. 89–94.
4. **Chen C. K., Char M. I.** Heat transfer of a continuous stretching surface with suction or blowing // *J. Math. Anal. Appl.* 1988. V. 135. P. 568–580.
5. **Kumaran V., Ramanaiah G.** A note on the flow over a stretching sheet // *Acta Mech.* 1996. V. 116. P. 229–233.
6. **Xu H., Liao S. J.** Series solutions of unsteady magnetohydrodynamics flows of non-Newtonian fluids caused by an impulsively stretching plate // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2005. V. 159. P. 46–55.
7. **Cortell R.** Flow and heat transfer of a fluid through a porous medium over a stretching surface with internal heat generation/absorption and suction/blowing // *Fluid Dyn. Res.* 2005. V. 37. P. 231–245.
8. **Cortell R.** Effects of viscous dissipation and work done by deformation on the MHD flow and heat transfer of a viscoelastic fluid over a stretching sheet // *Phys. Lett. A.* 2006. V. 357. P. 298–305.
9. **Hayat T., Abbas Z., Sajid M.** Series solution for the upper-convected Maxwell fluid over a porous stretching plate // *Phys. Lett. A.* 2006. V. 358. P. 396–403.
10. **Hayat T., Sajid M.** Analytic solution for axi-symmetric flow and heat transfer of a second grade fluid past a stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2007. V. 50. P. 75–84.
11. **Ali M. E.** On thermal boundary layer on a power law stretched surface with suction or injection // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 1995. V. 16. P. 280–290.
12. **Magyari E., Keller B.** Heat and mass transfer in the boundary layers on an exponentially stretching continuous surface // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 2000. V. 32. P. 577–585.
13. **Elbashbeshy E. M. A.** Heat transfer over an exponentially stretching continuous surface with suction // *Arch. Mech.* 2001. V. 53. P. 643–651.
14. **Vajravelu K.** Viscous flow over a nonlinearly stretching sheet // *Appl. Math. Comput.* 2001. V. 124. P. 281–288.
15. **Vajravelu K., Cannon J. R.** Fluid flow over a nonlinear stretching sheet // *Appl. Math. Comput.* 2006. V. 181. P. 609–618.
16. **Khan S. K.** Boundary layer viscoelastic fluid flow over an exponentially stretching sheet // *Intern. J. Appl. Mech. Engng.* 2006. V. 11. P. 321–335.
17. **Sanjayanand E., Khan S. K.** On heat and mass transfer in a visco-elastic boundary layer flow over an exponentially stretching sheet // *Intern. J. Thermal Sci.* 2006. V. 45. P. 819–828.
18. **Sajid M., Hayat T.** Influence of thermal radiation on the boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2008. V. 35. P. 347–356.

19. **Bidin B., Nazar R.** Numerical solution of the boundary layer flow over an exponentially stretching sheet with thermal radiation // *Eur. J. Sci. Res.* 2009. V. 33, N 4. P. 710–717.
20. **Akyildiz T., Siginer D. A., Vajravelu K., et al.** Similarity solutions of the boundary layer equations for a nonlinearly stretching sheet // *Math. Meth. Appl. Sci.* 2010. V. 33. P. 601–606.
21. **Van Gorder R. A., Vajravelu K.** A note on flow geometries and the similarity solutions of the boundary layer equations for a nonlinearly stretching sheet // *Arch. Appl. Mech.* 2010. V. 80. P. 1329–1332.
22. **Ishak A.** MHD boundary layer flow due to an exponentially stretching sheet with radiation effect // *Sains Malaysiana.* 2011. V. 40. P. 391–395.
23. **Bhattacharyya K., Vajravelu K.** Stagnation-point flow and heat transfer over an exponentially shrinking sheet // *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 2011. V. 17, iss. 7. P. 2728–2734.
24. **Andersson H. I., Hansen O. R., Olmedal B.** Diffusion of a chemically reactive species from a stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1994. V. 37. P. 659–664.
25. **Takhar H. S., Chamkha A. J., Nath G.** Flow and mass transfer on a stretching sheet with a magnetic field and chemically reactive species // *Intern. J. Engng Sci.* 2000. V. 38. P. 1303–1314.
26. **Afify A.** MHD free convective flow and mass transfer over a stretching sheet with chemical reaction // *Heat Mass Transfer.* 2004. V. 40. P. 495–500.
27. **Liu I. C.** A note on heat and mass transfer for a hydromagnetic flow over a stretching sheet // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer.* 2005. V. 32. P. 1075–1084.
28. **Akyildiz T. F., Bellout H., Vajravelu K.** Diffusion of chemically reactive species in a porous medium over a stretching sheet // *J. Math. Anal. Appl.* 2006. V. 320. P. 322–339.
29. **Cortell R.** MHD flow and mass transfer of an electrically conducting fluid of second grade in a porous medium over a stretching sheet with chemically reactive species // *Chem. Engng Process.* 2007. V. 46. P. 721–728.
30. **Kandasamy R., Ismoen M., Saim H. B.** Lie group analysis for the effects of temperature-dependent fluid viscosity and chemical reaction on MHD free convective heat and mass transfer with variable stream conditions // *Nucl. Engng Des.* 2010. V. 240. P. 39–46.
31. **Yoshimura A., Prudhomme R. K.** Wall slip corrections for Couette and parallel disc viscometers // *J. Rheol.* 1998. V. 32. P. 53–67.
32. **Wang C. Y.** Flow due to a stretching boundary with partial slip — an exact solution of the Navier — Stokes equations // *Chem. Engng Sci.* 2002. V. 57. P. 3745–3747.
33. **Andersson H. I.** Slip flow past a stretching surface // *Acta Mech.* 2002. V. 158. P. 121–125.
34. **Ariel P. D., Hayat T., Asghar S.** The flow of an elastico-viscous fluid past a stretching sheet with partial slip // *Acta Mech.* 2006. V. 187. P. 29–35.
35. **Ariel P. D.** Two dimensional stagnation point flow of an elastico-viscous fluid with partial slip // *Z. angew. Math. Mech.* 2008. Bd 88. S. 320–324.
36. **Abbas Z., Wang Y., Hayat T., Oberlack M.** Slip effects and heat transfer analysis in a viscous fluid over an oscillatory stretching surface // *Intern. J. Numer. Meth. Fluids.* 2009. V. 59. P. 443–458.
37. **Mukhopadhyay S., Andersson H. I.** Effects of slip and heat transfer analysis of flow over an unsteady stretching surface // *Heat Mass Transfer.* 2009. V. 45. P. 1447–1452.
38. **Mukhopadhyay S.** Effects of slip on unsteady mixed convective flow and heat transfer past a stretching surface // *Chinese. Phys. Lett.* 2010. V. 27, N 12. 124401.
39. **Bhattacharyya K.** Boundary layer flow and heat transfer over an exponentially shrinking sheet // *Chinese. Phys. Lett.* 2011. V. 28, N 7. P. 074701.

40. **Bhattacharyya K., Mukhopadhyay S., Layek G. C.** Slip effects on boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2011. V. 54. P. 308–313.
41. **Mukhopadhyay S., Gorla R. S. R.** Effects of partial slip on boundary layer flow past a permeable exponential stretching sheet in presence of thermal radiation // Heat Mass Transfer. 2012. V. 48, iss. 10. P. 1773–1781.

Поступила в редакцию 17/VII 2012 г.
