

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ПОРОХОВ ПЛОСКИМИ ЗОНДАМИ

Ю. В. Чернов

Плоские поверхностные температурные зонды получили широкое распространение при экспериментальных исследованиях механизма зажигания твердых топлив. Однако некоторые методические вопросы их использования остаются недостаточно исследованными. Это относится к искажающему влиянию зонда на температурное поле в порохе и к возможности возникновения зазора между зондом и поверхностью, оказывающим решающее влияние на точность эксперимента.

Поверхностный зонд, как всякий контактный датчик, изменяет условия на поверхности контакта с порохом и поэтому регистрирует температуру с некоторой методической погрешностью относительно невозмущенной температуры поверхности (рассматриваются только тепловые возмущения). Теоретическое исследование методических погрешностей измерения температуры поверхности применительно к используемой для исследования теплообмена в ударных трубах конструкции датчика было выполнено в [1, 2]. Решалась задача теплопроводности для полуограниченного тела и соприкасающейся с ним пластины при граничных условиях в виде постоянной плотности теплового потока и линейно изменяющейся температуры на внешней поверхности пленки. Критерием погрешности было выбрано соотношение температур на поверхностях пленки, вытекающее из аналогии с понятием постоянной времени при измерении температуры жидких сред. Введение понятия «постоянной времени теплопроводности», сделанное в [1, 2] применительно к оценке точности измерения температуры поверхности твердого тела, довольно искусственно и недостаточно оправданно.

В данной статье предлагается принципиально иной подход для определения методической погрешности. Его сущность заключается в последовательном решении задач теплопроводности для пороха (нахождение невозмущенной температуры поверхности) и пороха при наличии зонда, нахождении расчетных температурных показаний зонда и сопоставлении расчетных показаний зонда с невозмущенной температурой поверхности пороха. Показания зонда при этом принимаются пропорциональными его теплосодержанию, что естественно, поскольку такая гипотеза лежит в основе зондовых измерений температуры.

При нагреве поверхности пороха до температур, при которых идут самоподдерживающиеся химические реакции, имеет место тепловыделение в реакционном слое к-фазы, однако относительный вклад этих реакций невелик в общем тепловом балансе и им в рассматриваемой задаче можно пренебречь по сравнению с плотностью внешнего теплового потока. Поэтому считается, что порох при нагреве до температур зажигания ведет себя как инертное вещество.

Минимальная методическая погрешность при измерении температуры поверхности зондом будет иметь место при идеальном тепловом контакте между зондом и поверхностью пороха. Это условие обычно выполняется в начале эксперимента, поскольку зонд, как правило, приклеивается к поверхности, и детальный расчет погрешности целесообразно делать для этих условий.

В соответствии с изложенным определим относительную методическую погрешность

$$\delta T_z(\tau) = (T_z(\tau) - T_0) / (T(0, \tau) - T_0) - 1 = \theta(\tau) - 1, \quad (1)$$

где $T_z(\tau)$ — температурные показания зонда; T_0 — начальная температура зонда и пороха; $T(0, \tau)$ — невозмущенная температура поверхности при заданных внешних условиях нагрева; τ — время, отсчитываемое от начала нагрева.

Для расчета $\delta T_z(\tau)$ принимаем, как и в [1], расчетную схему полуограниченного тела и соприкасающейся с ним пластины. Обоснованием плоской одномерной схемы является соотношение толщины и ширины зонда, а также длины рабочего плеча зонда и глубины прогретого слоя пороха. Толщина зонда имеет размеры от долей микрона до нескольких микрон, ширина — от десятков до сотен микрон, длина рабочего плеча — тысячи микрон, глубина прогретого слоя — от десятков до сотен микрон.

Полагая показания зонда в момент времени τ пропорциональными его теплосодержанию, получим

$$T_z(\tau) = \frac{1}{\delta_z} \cdot \int_{\delta_z}^0 T_z(x, \tau) dx, \quad (2)$$

где δ_z — толщина зонда; $T_z(x, \tau)$ — распределение температуры по толщине зонда в момент τ . Полагаем также, что порох — изотропное гомогенное вещество, а теплофизические характеристики зонда и пороха не зависят от температуры.

Система уравнений теплопроводности с краевыми условиями и условиями сопряжения для принятой расчетной схемы аналогична приведенной в [1] и поэтому здесь опущена. Ее решение операционным методом в наших обозначениях дает следующие формулы для изображений температур зонда и пороха:

$$T_z(x, s) = \frac{T_0}{s} \frac{V_{a_z} q(s)}{\lambda_z \sqrt{s}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n \exp \left[- (x + 2n + 1) \frac{\delta_z}{V_{a_z}} \sqrt{s} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1-z}{1+z} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n \exp \left[- (2n + 1 - \bar{x}) \frac{\delta_z}{V_{c_z}} \sqrt{s} \right] \right\}; \quad (3)$$

$$T(x, s) = \frac{T_0}{s} = \frac{2}{1+z} \frac{V_{a_z} q(s)}{\lambda_z \sqrt{s}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n \exp \left[- \left(\bar{x} \sqrt{\frac{a_z}{a}} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2n + 1 \right) \frac{\delta_z}{V_{c_z}} \sqrt{s} \right],$$

где $q(s)$ — изображение плотности внешнего теплового потока $q(\tau)$; $a_z = \lambda_z / c_z \gamma_z$ — коэффициент температуропроводности материала зонда; $a = \lambda / c \gamma$ — коэффициент температуропроводности пороха; $z = \sqrt{\lambda c \gamma / \lambda_z c_z \gamma_z}$; $\bar{x} = x / \delta_z$; $n = 0, 1, 2, \dots$; s — комплексная переменная. В соответствии с (2) для изображения измеряемой зондом температуры получим

$$T_z(s) = \frac{1}{\delta_z} \int_{-\delta_z}^0 \left(T_z(x, s) - \frac{T_0}{s} \right) dx = \int_{-1}^0 \left(T_z(\bar{x}, s) - \frac{T_0}{s} \right) d\bar{x}. \quad (4)$$

Подставим в формулу (4) изображение температурной функции на зонде, тогда интегрируя, получим

$$T_z(z) = \frac{a_z}{\lambda_z \delta_z} \frac{q(s)}{s} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n \left[\exp \left(- \frac{2n\delta_z}{V_{a_z}} \sqrt{s} \right) - \frac{2z}{1+z} \exp \left(- \frac{2n+1}{V_{c_z}} \delta_z \sqrt{s} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1-z}{1+z} \exp \left(- \frac{n+1}{V_{a_z}} 2\delta_z \sqrt{s} \right) \right]. \quad (5)$$

Полагая в (3) $\delta_z=0$ и $\bar{x}=0$, получим изображение для невозмущенной температуры поверхности

$$T(0, s) - T_0/s = \sqrt{a}/\lambda \cdot q(s)/\sqrt{s}. \quad (6)$$

Если перейти в формулах (5) и (6) к оригиналу, можно получить выражение для методической погрешности в соответствии с (1). Для этого необходимо иметь изображение $q(s)$ функции плотности внешнего теплового потока $q(\tau)$. Основным интерес представляет получение методических погрешностей для реализуемых функций плотности теплового потока $q(\tau)$. В экспериментальных методиках исследования зажигания получили распространение простейшие контролируемые условия нагрева — лучистый нагрев [3, 4], сжатым газом в ударной трубе [5], нагрев кратковременными конвективными тепловыми потоками [6]. Удобной функцией, характеризующей все эти воздействия, является

$$q(\tau) = (A + B\tau) \exp(-C\tau), \quad (7)$$

где A , B и C — постоянные коэффициенты. Из (7) как частные случаи могут быть получены характерные зависимости $q(\tau)$ для рассматриваемых реальных процессов: $q(\tau) = \text{const}$, $q(\tau) = A \exp(-C\tau)$ и $q(\tau) = B\tau \exp(-C\tau)$. Изображение функции (7):

$$q(s) = A/(s+C) + B/(s+C)^2. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5) и (6), выполняя обратное преобразование Лапласа и деля первое из полученных выражений на второе, получим

$$\begin{aligned} \Theta(\text{Fo}) = \frac{T_z(\text{Fo})}{T(0, \text{Fo}) - T_0} = z \sqrt{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n & \left\{ A \int_0^{\text{Fo}} \text{erfc} \frac{n}{\sqrt{x}} \exp[-M(\text{Fo} - x)] dx - \right. \\ & - \frac{2z}{1+z} A \int_0^{\text{Fo}} \text{erfc} \frac{2n+1}{2\sqrt{x}} \exp[-M(\text{Fo} - x)] dx - \frac{1-z}{1+z} A \int_0^{\text{Fo}} \text{esfc} \frac{n+1}{2\sqrt{x}} \exp[-M \times \\ & \times (\text{Fo} - x)] dx + N \int_0^{\text{Fo}} (\text{Fo} - x) \exp[-M(\text{Fo} - x)] \text{erfc} \frac{n}{\sqrt{x}} dx - \\ & - \frac{2z}{1+z} N \int_0^{\text{Fo}} (\text{Fo} - x) \exp[-M(\text{Fo} - x)] \text{erfc} \frac{2n+1}{2\sqrt{x}} dx - \frac{1-z}{1+z} N \int_0^{\text{Fo}} (\text{Fo} - x) \times \\ & \times \exp[-M(\text{Fo} - x)] \text{erfc} \frac{n+1}{2\sqrt{x}} dx \left. \right\} : \int_0^{\text{Fo}} \frac{1}{\sqrt{x}} \{ A \exp[-M(\text{Fo} - x)] + \\ & + N(\text{Fo} - x) \exp[-M(\text{Fo} - x)] \} dx, \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{где } M = \frac{C\delta_z^2}{a_z}, \quad N = \frac{B\delta_z^2}{a_z}, \quad \text{Fo} = \frac{a_z \tau}{\delta_z^2}.$$

Перейдем в (9) к новой переменной интегрирования и получим окончательную расчетную формулу

$$\theta(\text{Fo}) = z \sqrt{\pi \text{Fo}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1-z}{1+z} \right)^n \left\{ A \left[\frac{2z}{1+z} \int_0^1 \text{erf} \frac{2n+1}{2\sqrt{\xi \text{Fo}}} \exp \varphi(\xi) d\xi + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1-z}{1+z} \int_0^1 \operatorname{erf} \frac{n+1}{2\sqrt{\xi Fo}} \exp \varphi(\xi) d\xi - \int_0^1 \operatorname{erf} \frac{n}{\sqrt{\xi Fo}} \exp \varphi(\xi) d\xi + \\
& + N \left[\frac{2z}{1+z} \int_0^1 (1-\xi) \operatorname{erf} \frac{2n+1}{2\sqrt{\xi Fo}} \exp \varphi(\xi) d\xi + \frac{1-z}{1+z} \int_0^1 (1-\xi) \operatorname{erf} \frac{n+1}{2\sqrt{\xi Fo}} \times \right. \\
& \times \exp \varphi(\xi) d\xi - \left. \int_0^1 (1-\xi) \operatorname{erf} \frac{n}{\sqrt{\xi Fo}} \exp \varphi(\xi) d\xi \right] : \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\xi}} [A \exp \varphi(\xi) + \\
& + N Fo (1-\xi) \exp \varphi(\xi)] d\xi, \quad (10)
\end{aligned}$$

где $\varphi(\xi) = M Fo (\xi - 1)$. Расчет по формуле (10) на ЭЦВМ не представляет затруднений. Для $q(\tau) = \text{const}$ ($M=0$, $N=0$), $q(\tau) = A \exp(-C\tau)$ ($N=0$) и $q(\tau) = B\tau \exp(-C\tau)$ ($A=0$) и некоторых значений параметров z и M из области значений, представляющей основной практический интерес, результаты расчета представлены на рис. 1, 2. Для рис. 2, а, б расчет проведен до моментов времени, когда величина плотности теплового потока составляет соответственно $4,5 \cdot 10^{-5}$ и $1,4 \cdot 10^{-3}$ от максимального значения.

Представляет интерес сопоставить результаты приведенного расчета с аналогичными результатами работы [1]. Такое сравнение можно сделать для $q(\tau) = \text{const}$. В [1] имеется расчет для $z=0,087$ (пленка из платины, подложка из стекла). На рис. 1 представлен расчет для достаточно близкого значения $z=0,1$. Методические погрешности для взятой величины z во всем исследованном диапазоне чисел Fo различаются с [1] более чем на порядок (например, числу $Fo=100$ в [1] соответствует погрешность $\sim 3\%$, а на рис. 1 — $\sim 50\%$). Такое же различие сохраняется и для других значений параметра z .

На основании проведенного расчета можно оценить целесообразность выбора толщины зонда в практических работах. Для примера оценим методическую погрешность в работах [3] и [6]. В [3] осуществлялся лучистый нагрев низкой интенсивности, обеспечивавший времена зажигания от 2 до 40 с. Толщина медно-константановой термопары составляла 5 мкм. Расчет для константана ($a_z = 6,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $z=0,077$) дает интервал чисел Fo от $2,7 \cdot 10^5$ до 10^7 , что для $q(\tau) = \text{const}$ (см. рис. 1) обеспечивает методическую погрешность в интервале $-4 \div -0,5\%$, т. е. в данном случае выбор толщины зонда оправдан и обеспечивает приемлемую погрешность в наиболее важном интервале времени. Расчет для меди дает примерно такой же результат. В работе [6] зажигание образца осуществлялось при кратковременном конвективном нагреве. Время зажигания составляло от 0,05 до 1,3 с, толщина медно-константановой термопары — 8 мкм. В данном случае для оценки погрешности целесообразно использовать зависимость плотности теплового потока $q(\tau) = B\tau \exp(-C\tau)$. Поскольку в [6] отсутствуют данные по положению максимума $q(\tau)$ по отношению к моменту зажигания, сделаем оценку для наиболее благоприятного случая. Минимальную методическую погрешность можно получить в случае совмещения момента зажигания с моментом достижения максимума $q(\tau)$. Это в данном случае дает при расчете для константана $M_{\tau=0,05} \cong 5 \cdot 10^{-4}$ и $M_{\tau=1,3} \cong 8 \cdot 10^{-6}$,

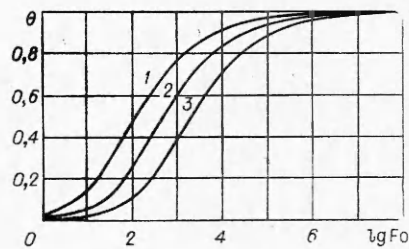


Рис. 1. Относительная измеряемая зондом температура поверхности при постоянном внешнем тепловом потоке.
1 — $z=0,1$; 2 — $z=0,05$; 3 — $z=0,025$.

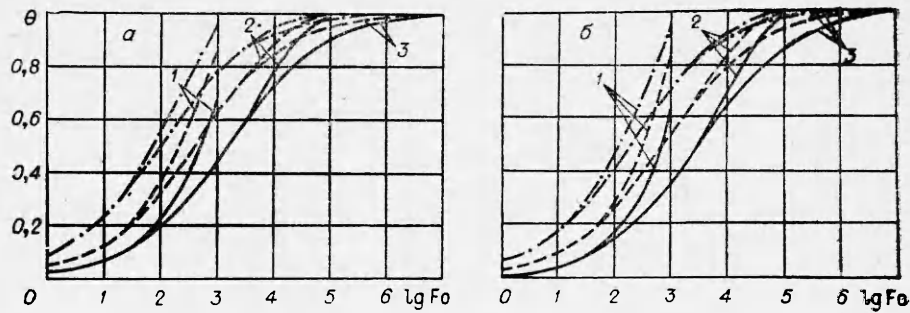


Рис. 2. Относительная измеряемая зондом температура поверхности при внешнем тепловом потоке $q(\tau) = A \exp(-C\tau)$ (а) и $q(\tau) = B\tau \exp(-C\tau)$ (б).
 1 — $M=10^{-2}$; 2 — $M=10^{-4}$; 3 — $M=10^{-6}$; — $z=0,025$; - - - $z=0,05$; - · - · $z=0,1$.

$Fo_{\tau=0,05} \cong 5 \cdot 10^3$ и $Fo_{\tau=1,3} \cong 1,4 \cdot 10^5$ и минимальные погрешности — 30 и — 5%. В [6] погрешность оценена в 4%. Приведенные расчеты указывают на непригодность зонда толщиной 8 мкм для измерений при большом времени процесса.

Полученное решение задачи можно использовать в случае известного вида функции $q(\tau)$. Если вид $q(\tau)$ неизвестен, то для оценки методической погрешности можно воспользоваться зарегистрированной температурой поверхности, пересчитав ее каким-либо способом на тепловой поток (например, путем численного решения задачи теплопроводности при граничном условии первого рода). Полученную функцию плотности теплового потока удобно далее представить в виде полинома и проделать вычисления, аналогичные приведенным выше.

Значения рассмотренных методических погрешностей реализуются в случае сохранения первоначальных условий закрепления зонда на поверхности пороха в течение всего времени процесса. Однако при нагреве имеет место удлинение зонда и расширение пороха в области прогретого слоя, что может привести к перемещению рабочего плеча зонда относительно поверхности пороха и искажению условий измерения. Исследуем возможность такого перемещения.

На рис. 3 представлен заделанный в толщу пороха поверхностный П-образный зонд, состоящий из держателей 1 и рабочего плеча 2. Нагрев с поверхности создает в порохе одномерное температурное поле и в первом приближении в нем реализуется плоское напряженное состояние. Прогретый околоповерхностный слой пороха расширяется в нормальном (y) и тангенциальном (x) направлениях. Тангенциальное расширение пороха приводит к увеличению на Δl расстояния между точками закрепления рабочего плеча на держателях, а расширение в нормальном направлении приводит к перемещению нагреваемой поверхности на Δy относительно ее первоначального положения. Нагрев рабочего плеча зонда приводит к увеличению его длины на Δl . При $\Delta l \leq \Delta$ контакт между зондом и порохом будет гарантирован и искажение условий измерения возможно лишь за счет врезания зонда в порох либо в предельном случае за счет его обрыва (если растягивающие напряжения превысят предел прочности). При $\Delta l > \Delta$ весьма вероятно потеря устойчивости рабочего плеча зонда и, как следствие

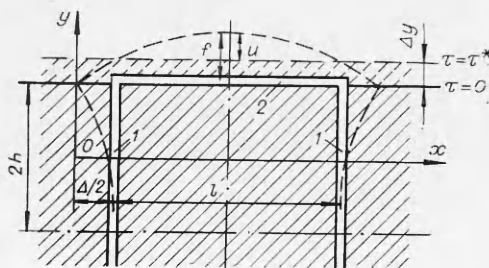


Рис. 3. Расчетная схема герметического расширения зонда и пороха.

этого, возникновение прогиба с максимальной величиной f . Если $f > \Delta y$, то зонд переместится в пограничный слой и условия измерения значительно искажутся.

Исследуем поведение измерительной системы при лучистом кратковременном нагреве (кратковременный нагрев является наиболее неблагоприятным случаем с точки зрения возникновения зазора). Введем некоторые допущения. При небольшой толщине рабочего плеча зонда распределением температуры на нем можно пренебречь и считать, что оно равномерно нагрето в любой момент времени до температуры, равной температуре поверхности пороха T_s . Большое удлинение рабочего плеча зонда ($l/\delta_z \sim 10^3$ [3, 7]) позволяет считать его закрепленным на концах свободным стержнем, который при достижении в нем напряжений сжатия, превышающих критические, может свободно выпучиваться. Выпучиванию в начале процесса препятствуют распределенные силы клея (зонд, как правило, приклеивается к поверхности), однако при температурах, близких к температурам зажигания, следует ожидать их уменьшения до достаточно малой величины. На расширении образца пороха в нормальном направлении (y) в общем случае сказывается различие коэффициентов линейного расширения материала держателей l и пороха, но это влияние имеет место в ближайшей окрестности держателей. Поскольку порох хороший теплоизолятор, расстояние по нормали к его нагреваемой поверхности, на котором имеет место существенный подъем температуры, невелико. Ограниченной будет и область деформированного состояния. В таком случае для оценки максимально возможной величины Δ можно считать порох свободной пластиной толщиной $2h$. Коэффициенты термического расширения пороха α [8] и зонда α_z принимаются постоянными, а порох считается упругой средой с модулем E и коэффициентом Пуассона ν . Момент перехода небольшого поверхностного слоя пороха в пластическое состояние можно принять за время τ^* , начиная с которого силы клея можно не учитывать.

При принятых допущениях задача сводится к сравнению Δl с Δ , а в случае $\Delta l > \Delta$ — к нахождению величины

$$u = f - \Delta y \quad (11)$$

($u > 0$ соответствует зазору, а $u < 0$ — врезанию зонда в порох).

Оценку максимально возможной величины Δy можно получить, воспользовавшись решением задачи теплопроводности для полуограниченного тела [9] при постоянной плотности теплового потока на поверхности, полагая порох непрозрачным. В системе координат, изображенной на рис. 3, распределение температуры имеет вид

$$T(y, \tau) - T_0 = 2q/\lambda \cdot \sqrt{a\tau} \operatorname{ierfc}[(h-y)/2\sqrt{a\tau}]. \quad (12)$$

Считая момент времени τ^* , в который на поверхности реализуется температура T_s (температура, при которой можно пренебречь силами клея), заданным, из (12) получаем выражение

$$T(y, \tau^*) - T_0 = (T_s - T_0) \operatorname{ierfc}[(h-y)/2\sqrt{a\tau^*}] : \operatorname{ierfc} 0. \quad (13)$$

Максимальное перемещение поверхности нагрева Δy будет иметь место при свободном расширении. Интегрируя (13) при $\alpha = \text{const}$ в пределах от $y = h$ до $y = -\infty$, будем иметь

$$\Delta y = \alpha(T_s - T_0) 2\sqrt{a\tau^*} \cdot i^2 \operatorname{erfc} 0 / \operatorname{ierfc} 0 \cong 0,89\alpha(T_s - T_0)\sqrt{a\tau^*}. \quad (14)$$

Оценку максимально возможной величины Δ (наиболее благоприятные условия измерения с точки зрения возникновения зазора) можно получить, воспользовавшись решением задачи термоупругости для сво-

бодной пластины толщиной $2h$, в которой реализуется одномерное температурное поле. Проведем мысленно на расстоянии $2h$ от поверхности нагрева плоскость, параллельную ей. Если величина $2h$ мала по сравнению с линейными размерами на поверхности (например, величиной l), то выделенное тело можно рассматривать как пластину. Перемещение Δ в таком случае равно

$$\Delta = \varepsilon_x(y) \cdot l|_{y=h}, \quad (15)$$

где [9] $\varepsilon_x(y) = 1/E \cdot [\sigma_x(y) - \nu\sigma_z(y)] + \alpha T(y)$, а $\sigma_x(y)$ и $\sigma_z(y)$ — нормальные напряжения. Для точек свободной тонкой пластины, удаленных от краев, выражения для напряжений имеют вид [10]

$$\sigma_x(y) = \sigma_z(y) = -\frac{\alpha ET(y)}{1-\nu} + \frac{\alpha E}{2h(1-\nu)} \int_{-h}^h T(y) dy + \frac{3y\alpha E}{2h^3(1-\nu)} \int_{-h}^h T(y) \cdot y dy. \quad (16)$$

В уравнении (16) первый член в правой части соответствует напряжениям сжатия при закрепленных в направлении x концах пластины, второй член соответствует напряжениям от приложенной на концах растягивающей силы $p_x = \int_{-h}^h \alpha ET(y) dy$, третий — напряжениям изгиба при несимметричном температурном распределении (от момента $M_z = \int_{-h}^h \alpha ET(y) \cdot y dy$). Выполняя интегрирование в (16) при температурной функции (12) для величины Δ , можно получить выражение

$$\Delta = \alpha(T_s - T_0)l/\eta \operatorname{ierfc} 0 \cdot \{i^2 \operatorname{erfc} 0 - i^2 \operatorname{erfc} \eta + 3/\eta \{1/3\eta^3 \operatorname{erfc} \eta + 1/4\eta \operatorname{erf} \eta - 1/3\sqrt{\pi} \cdot [1 - (1 - \eta^2) \exp(-\eta^2)]\}\}, \quad (17)$$

где $\eta = h/\sqrt{\alpha\tau}$. Из (17) следует, что при $\eta \rightarrow 0$ $\Delta \rightarrow \alpha(T_s - T_0)l$, т. е. имеет место свободное расширение, а при $\eta \rightarrow \infty$ $\Delta \rightarrow 0$. Случай $\eta \rightarrow \infty$ соответствует либо толстой пластине (в пределе полупространство), либо небольшим временам нагрева. Формула (17) дает довольно грубую оценку. Ее можно уточнить за счет наложения связи от воздействия отброшенной части пространства на пластину. Очевидно, что отброшенная часть препятствует изгибу и его можно не рассматривать ($M_z = 0$). Тогда более точная оценка будет иметь вид

$$\Delta = \alpha(T_s - T_0)l/\eta \operatorname{ierfc} 0 \cdot (i^2 \operatorname{erfc} 0 - i^2 \operatorname{erfc} \eta). \quad (18)$$

При $\Delta l > \Delta$ изогнутая ось рабочего плеча зонда описывается уравнением [11]

$$y = f \sin [\pi x / (l + \Delta)], \quad (19)$$

где f — максимальный прогиб; x — текущая координата. Вычисляя длину изогнутой оси из (19) и приравнявая ее длине зонда при увеличении его температуры, получим

$$l[1 + \alpha_z(T_s - T_0)] = \int_0^{l+\Delta} \sqrt{1 + \left(\frac{f}{l+\Delta}\right)^2 \cos^2 \frac{\pi}{l+\Delta} x} \cdot dx. \quad (20)$$

Интеграл в правой части уравнения (20) приводится к полному эллиптическому интегралу второго рода и уравнение (20) принимает вид

$$1 + \alpha_z(T_s - T_0) = 2(1 + \Delta/l) / \pi \cdot \sqrt{1 + n^2} \cdot I, \quad (21)$$

где [12]
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \frac{\pi}{2(1+m)} \left[1 + \frac{m^2}{2^2} + \frac{1^2}{2^2 \cdot 4^2} m^4 + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \times \right.$$

$\times m^6 \dots$]; $k^2 = n^2 / (1 + n^2)$; $m = \sqrt{1 + n^2} - 1 / \sqrt{1 + n^2} + 1$; $n = f\pi / (l + \Delta)$. Ряд полного эллиптического интеграла I в данной задаче быстро сходится и можно с погрешностью менее 0,001 ограничиться лишь первым его членом. В этом случае между максимальным отклонением зонда от поверхности пороха и его температурой имеет место соотношение

$$f = (l + \Delta) / \pi \cdot \sqrt{\{ [1 + 2\alpha_z(T_s - T_0) - \Delta/l] : (1 + \Delta/l) \}^2 - 1}. \quad (22)$$

Для иллюстрации порядка величин перемещений проведем расчет по условиям эксперимента работы [7] (измерение температуры поверхности пороха Н термометром сопротивления; время зажигания $\tau_s = 0,1 \div 0,3$ с; ширина зонда $\sim 0,3$ мм; $l = 16$ мм; $\alpha_z = 1,28 \cdot 10^{-5}$ 1/град [13]; $\delta_z = 0,5$ мкм; $a = 10^{-7}$ м²/с; $\alpha = 4,4/3 \cdot 10^{-4}$ 1/град [8]). Критические напряжения, при которых должна произойти потеря устойчивости рабочего плеча зонда ($E_z = 2 \cdot 10^4$ кг/мм²), соответствуют повышению температуры на 0,001 град. Следовательно, устойчивость зонда зависит лишь от сил клея. За неимением точных данных, температуру T_s берем ориентировочно равной 180°C (самовоспламенение в условиях длительного нагрева), температуру зажигания $T_s = 240^\circ\text{C}$ (исходя из ее значения при стационарном горении в сходных условиях [14]), $T_0 = 20^\circ\text{C}$. Для процесса с $\tau_s = 0,1$ с будем иметь $\tau^* = \tau_s (T_s - T_0)^2 / (T_s - T_0)^2 = 0,053$ с. При выборе толщины пластины следует удовлетворить следующим условиям: 1) основной перепад температуры должен иметь место в пределах величины $2h$; 2) должно быть достаточно большое отношение $l/2h$; 3) перемещения не должны быть большими (отброшенная часть тела препятствует не только изгибу, но и перемещениям). Этим условиям можно удовлетворить, выбрав $2h = 1$ мм. Тогда $\eta = h / (a\tau^*)^{0,5} \cong 7$; $\Delta = 0,063\alpha l (T_s - T_0) = 24$ мкм; $\Delta l = \alpha_z \cdot l (T_s - T_0) = 33$ мкм; $\Delta y = 1,5$ мкм; $\Delta l > \Delta$ и, следовательно, имеет место зазор. Его максимальная величина, согласно (11), равна $u = f - \Delta y = 228$ мкм. Из расчета следует, что после выпучивания величина перемещений (выхода в пограничный слой) определяется в основном базой датчика l .

Специфика конструкции датчика [7], для которого проведен расчет, заключается в том, что держатели 1 (см. рис. 3) крепятся к боковой поверхности образца пороха. Если пренебречь возможностью их перемещения за счет расширения рабочего плеча 2, то в приведенном расчете имеется одна неточность — он справедлив всюду, за исключением небольшой области пороха, прилегающей к держателям. По принципу Сен-Венана эта область имеет протяженность не более толщины пластины, т. е. $2h$ [15]. Очевидно, что перемещения в этой области не могут быть больше, чем при свободном расширении. Поэтому в данном случае с учетом концевой эффекта заведомо завышенное максимально возможное перемещение будет не более $\Delta + 4h\alpha (T_s - T_0) \cong 29$ мкм, т. е. полной компенсации расширения рабочего плеча зонда не происходит. Расчет для $240^\circ\text{C} \geq \tau^* > 180^\circ\text{C}$ также показывает, что полной компенсации не происходит.

На основании проведенной оценки перемещений в измерительной системе можно сделать следующие выводы.

1. Конструкция измерительного устройства, для которой порох можно рассматривать как безграничный в направлениях x и y (см. рис. 3) массив, при свободном приклеивании зонда к поверхности не обеспечивает плотного его прилегания к поверхности при температурах, близких к температурам зажигания (то же относится и к случаю

запрессовки образца пороха в нерасширяющуюся оболочку) при любом режиме нагрева.

2. При кратковременном нагреве свободное приклеивание зонда к поверхности не всегда обеспечивает необходимые условия измерения и для конечных размеров поверхности нагрева.

3. При свободном приклеивании зонда к поверхности в любом режиме нагрева в начале процесса контакт между зондом и поверхностью целиком определяется силами клея.

Автор признателен В. С. Зарубину за внимание к работе и полезные советы.

Московское высшее
техническое училище
им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию
18/ХІ 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Поляков.— В сб.: Физическая газодинамика, теплообмен и термодинамика газов высоких температур. М., Изд-во АН СССР, 1962.
2. Ю. А. Поляков. ТВТ, 1968, 6, 1.
3. В. Ф. Михеев, А. А. Ковальский, С. С. Хлевной. ФГВ, 1968, 4, 1.
4. С. С. Хлевной, А. Н. Калмыкова. ФГВ, 1968, 4, 1.
5. А. Д. Бер, Н. В. Райан, Д. Л. Солт.— В кн.: Исследование ракетных двигателей на твердом топливе. М., ИЛ, 1963.
6. В. И. Розенбанд, В. В. Барзыкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1968, 4, 2.
7. В. Ф. Михеев, С. С. Хлевной, А. В. Худяков. ФГВ, 1966, 2, 2.
8. Д. Б. Балашов. ЖФХ, 1966, XL, 12, 3065.
9. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967.
10. Б. Е. Гейтвуд. Температурные напряжения. М., ИЛ, 1959.
11. В. И. Федосьев. Сопротивление материалов. М., «Наука», 1974.
12. Г. Б. Двайт. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., «Наука», 1966.
13. Дж. Кэй, Т. Лэби. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
14. Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. Б. Либрович. Теория нестационарного горения пороха. М., «Наука», 1975.
15. Б. Боли, Дж. Уэйнер. Теория температурных напряжений. М., «Мир», 1964.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ОБРАЗЦОВ ТИТАНА В КИСЛОРОДЕ

М. Е. Деревяга, Л. Н. Стесик, Э. А. Федорин

Известно, что титан широко используется как конструкционный материал в технике в агрессивных средах и при высоких температурах. Представляет интерес температура воспламенения, как верхний температурный предел использования Ti. Кроме того, он может быть применен в качестве добавки к различным горючим смесям. Для TiO₂, основного продукта взаимодействия Ti с кислородом, характерна большая теплота образования (3500 ккал/кг) и высокая температура кипения (~3000°C при 1 атм). В связи с этим может быть получен существенный энергетический эффект при его сгорании в смесях или достигнута высокая температура горения смеси. Представляет интерес изучение воспламенения Ti в динамическом режиме, т. е. при разогреве перед воспламенением в продуктах сгорания смеси.