

УДК 534.18

## ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА МЕЖДУ ГАЗОМ И ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМОЙ

В. Ш. Шагапов<sup>\*,\*\*</sup>, В. В. Сарапулова<sup>\*\*</sup>

\* Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН,  
420111 Казань, Россия

\*\* Бирский филиал Башкирского государственного университета, 452450 Бирск, Россия  
E-mails: Shagapov@rambler.ru, Vero\_nika\_09@mail.ru

Изучены особенности отражения и преломления акустической волны при различных углах падения на границу раздела между парогазокапельной средой и воздухом. На основе анализа полученных аналитических решений установлено, что в случае падения волны на границу раздела со стороны парогазокапельной среды существует критический угол падения, при котором волна полностью отражается от границы, т. е. происходит полное внутреннее отражение. Показано, что при определенном выборе угла падения волны на границу раздела как со стороны воздуха, так и со стороны смеси и объемной доли воды в дисперсной системе наблюдается полное прохождение акустической волны через среду.

**Ключевые слова:** акустика парогазокапельной смеси, коэффициенты отражения и преломления, полное прохождение, полное внутреннее отражение, волновод.

DOI: 10.15372/PMTF20150510

**Введение.** Проблемы распространения и затухания акустических волн в газе со взвешенными твердыми частицами или каплями жидкости рассмотрены в работах [1–8]. В газе с твердыми частицами с увеличением их объемной доли происходит монотонное увеличение коэффициента затухания. В парогазокапельной смеси (например, в тумане) коэффициент затухания может уменьшаться с ростом объемной доли капель [4, 7], поэтому более густой туман (с большой объемной долей капель) может оказаться акустически более “прозрачным”.

Особенности отражения и преломления акустической волны на границе между чистым и запыленным воздухом при падении волны под углом, равным  $90^\circ$ , изучались в [3]. Проблема отражения и преломления акустических волн, падающих на границу раздела между воздухом и дисперсной системой под острым углом, до настоящего времени оставалась неисследованной. В то же время в литературе описаны явления, которые связаны с особенностями распространения звука в тумане и не объясняются в рамках одномерной теории распространения акустических волн [9].

В настоящей работе анализируется динамика отражения и прохождения акустических волн на границе воздуха и парогазокапельной смеси при падении волн на границу раздела.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 15-11-20022).

© Шагапов В. Ш., Сарапулова В. В., 2015

Установлено, что если гармоническая волна падает со стороны “чистого” воздуха (капли воды отсутствуют), то угол преломления всегда меньше  $90^\circ$ . Следовательно, волна всегда преломляется в зону, содержащую парогасокапельную среду, а условие полного внутреннего отражения не выполняется. Кроме того, при определенных значениях объемной доли в некотором диапазоне частот может реализоваться условие полного прохождения волны (отраженная волна отсутствует). В случае, когда волна падает на поверхность раздела туман — воздух со стороны парогасокапельной среды, при углах падения  $\theta^{(0)}$ , превышающих некоторое предельное значение  $\theta_*^{(0)}$ , зависящее от частоты звука и параметров этой смеси, происходит полное внутреннее отражение. Сказанное выше означает, что слой парогасокапельной смеси (в том числе туман) в атмосфере способен пропускать акустические волны и препятствовать их отражению.

**1. Основные уравнения.** Запишем уравнения сохранения масс, числа капель и импульсов для плоскоодномерных течений в линеаризованном приближении [4, 10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_{a0} \frac{\partial v_a}{\partial x} = I, \quad \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \rho_{w0} \frac{\partial v_w}{\partial x} = -I, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_w}{\partial x} = 0, \\ \rho_{a0} \frac{\partial v_a}{\partial t} + \rho_{w0} \frac{\partial v_w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_w}{\partial t} = \frac{v_a - v_w}{t_v}, \quad I = 4\pi a_0^2 n_0 j, \quad t_v = \frac{2}{9} \frac{a_0^2}{\nu_a^{(\mu)}} \frac{\rho_{w0}^0}{\rho_{a0}^0}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь нижние индексы  $a, w$  соответствуют параметрам воздуха и воды в каплях, нижний индекс 0 — параметрам в невозмущенном состоянии;  $\rho_i, \rho_i^0, v_i, p, a_0, n$  — средняя по смеси и средняя по фазе плотности, скорость, давление, размер капель, число капель в единице объема смеси соответственно;  $I, j$  — интенсивности испарения жидкости ( $I > 0, j > 0$ ) или конденсации пара ( $I < 0, j < 0$ ), отнесенные к единице объема смеси и к единице площади поверхности раздела фаз соответственно;  $\nu_a^{(\mu)}$  — кинематическая вязкость.

Уравнение импульсов для капель в (1) записано в предположении, что силовое взаимодействие между каплями и воздухом определяется формулой Стокса [10].

Система (1) записана в рамках гипотезы сплошности, согласно которой длина волны значительно превышает среднее расстояние между каплями.

В [11] развит иной способ описания волн в двухфазной среде. В соответствии с [11] смесь представляется как однородная периодическая структура. Такое описание, по-видимому, целесообразно использовать в тех случаях, когда частота акустического воздействия приближается к резонансной частоте элементов периодической структуры. Таким образом, будем считать, что рассматриваемый в данной работе частотный диапазон соответствует полосе пропускания.

С учетом кинематических зависимостей из уравнений сохранения масс и числа капель

$$\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \alpha_w = (4/3)\pi a^3 n, \quad \alpha_a + \alpha_w = 1$$

в пренебрежении сжимаемостью воды получаем

$$\alpha_{a0} \frac{\partial \rho_a^0}{\partial t} + \rho_{w0}^0 \left( \alpha_{a0} \frac{\partial v_a}{\partial x} + \alpha_{w0} \frac{\partial v_w}{\partial x} \right) = 3 \frac{\rho_{a0}^0 - \rho_{w0}^0}{a_0} \alpha_{w0} \frac{\partial a}{\partial t},$$

где  $\alpha_a, \alpha_w$  — объемная доля воздуха и воды.

Межфазный тепломассообмен учитывается на основе решений уравнений теплопроводности и диффузии

$$\begin{aligned} \rho_{w0}^0 c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_w r^2 \frac{\partial T_w}{\partial r} \right), \quad 0 < r < a_0, \\ \rho_{a0}^0 c_a \frac{\partial T_a}{\partial t} = r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_a r^2 \frac{\partial T_a}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial t}, \quad \frac{\partial g}{\partial t} = r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left( D r^2 \frac{\partial g}{\partial r} \right), \quad a_0 < r < a_0 \alpha_{w0}^{-1/3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $T_i$ ,  $g$  — температура и массовая доля пара в воздухе;  $\lambda_i$ ,  $D$  — теплопроводность и коэффициент диффузии;  $c_w$ ,  $c_a$  — теплоемкость воды и воздуха при постоянном давлении. Возмущения температуры и массовой доли пара зависят не только от  $t$ ,  $x$ , но и от координаты  $r$ , соответствующей расстоянию от центра капель. Оценка показывает, что вклад термодиффузии несуществен.

Уравнения (2) необходимо дополнить системой граничных условий

$$T_a = T_w = T_\sigma, \quad \lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial r} - \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = jl, \quad \rho_{w0}^0 \frac{\partial a}{\partial t} = \rho_{a0}^0 \frac{D}{1 - g_0} \frac{\partial g}{\partial r} = -j \quad (r = a_0),$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial r} = 0 \quad (r = 0), \quad \frac{\partial T_a}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial g}{\partial r} = 0 \quad (r = a_0 \alpha_{w0}^{-1/3}).$$

Здесь  $l$  — удельная теплота парообразования воды; последние два граничных условия являются условиями отсутствия теплообмена (адиабатичности) и массообмена между соседними каплями [10].

Уравнение состояния воздуха, представляющего собой парогазовую смесь, запишем в виде

$$p = \rho_a^0 T_a B_a, \quad B_a = B_v g + B_g (1 - g),$$

где  $B_v$ ,  $B_g$  — приведенные газовые постоянные для пара и газа.

Кроме того, для параметров парового компонента на поверхности раздела фаз запишем уравнение Клапейрона — Клаузиуса

$$\frac{dp_{va}}{dT_\sigma} = \frac{\rho_{va} l}{T_\sigma}.$$

Из уравнения теплопроводности пара (второе уравнение в (2)) в предположении однородности давления в пределах сферической ячейки радиусом  $a_0 \alpha_{w0}^{-1/3}$  получаем уравнение изменения давления

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \gamma \frac{p_0}{\rho_{a0}^0} \frac{\partial \rho_a^0}{\partial t} - \frac{\alpha_{w0}}{\alpha_{a0}} \frac{\gamma - 1}{a_0} \lambda_a \left( \frac{\partial T_a}{\partial r} \right)_{a_0}, \quad \gamma = \frac{c_a}{c_a + R_{a0}}, \quad R_{a0} = B_v g_0 + B_g (1 - g_0). \quad (3)$$

Решение системы (1)–(3) будем искать в виде затухающей волны, бегущей в положительном направлении оси  $x$ :

$$(p, v, a, n) = (A_{(p)}, A_{(v)}, A_{(a)}, A_{(n)}) \exp [i(Kx - \omega t)], \quad T = A_{(T)}(r) \exp [i(Kx - \omega t)],$$

$$g = A_{(g)}(r) \exp [i(Kx - \omega t)], \quad K = k + i\delta, \quad C_p = \omega/k \quad (4)$$

( $\omega$  — частота возмущений;  $K$  — волновой вектор;  $C_p$ ,  $\delta$  — фазовая скорость и коэффициент затухания).

Из условия существования решения вида (4) следует дисперсионное уравнение [2]

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \frac{\rho_0 + i\omega \rho_{a0} t_{(v)}^*}{p_0 (1 - i\omega \alpha_{a0})} \left( \frac{\alpha_{a0}}{\gamma} + \frac{\alpha_{w0}}{Q} \right), \quad \rho_0 = \rho_{a0} + \rho_{w0}, \quad t_{(v)}^* = t_{(v)} \left( 1 + \sqrt{\frac{i\omega a_0^2}{\nu_a^{(\mu)}}} \right)^{-1},$$

$$Q = \frac{E}{F}, \quad E = H_v H_g (\eta \operatorname{kh}(y_w) + \operatorname{shv}(y_a)) + \frac{g_0}{1 - g_0} \frac{\operatorname{shv}(z)}{\chi^2 (1 - \gamma^{-1})}, \quad (5)$$

$$F = (1 - \gamma^{-1}) H_v H_g \eta \operatorname{kh}(y_w) \operatorname{shv}(y_a) + \frac{g_0}{1 - g_0} \operatorname{shv}(z) [(\chi^{-1} - H_v)(\chi^{-1} - 1) + H_v \eta \operatorname{kh}(y_w)],$$

$$\operatorname{kh}(x) = 3(x \operatorname{cth}(x) - 1)x^{-2}, \quad \operatorname{shv}(x) = 3 \left( 1 + x \frac{A_0 x \operatorname{th}(x(A_0 - 1)) - 1}{A_0 x - \operatorname{th}(x(A_0 - 1))} \right) x^{-2},$$

где

$$y_i = (-i\omega a_0^2/\nu_i^{(T)})^{1/2}, \quad z = (-i\omega a_0^2/D)^{1/2}, \quad \nu_i^{(T)} = \lambda_i/(\rho_{i0}^0 c_i) \quad (i = a, w),$$

$$\eta = \rho_{w0}^0 c_w/(\rho_{a0}^0 c_a), \quad \chi = c_{a0} T_0/l, \quad H_i = B_i/B_0 \quad (i = v, g),$$

$\nu_i^{(T)}$  — вязкость, зависящая от теплопроводности. Дисперсионное уравнение (5) записано без учета величин порядка  $\tilde{\rho} = \rho_{a0}^0/\rho_{w0}^0$  в силу их малости по сравнению с единицей и с учетом силы Бассе [10].

Следует отметить, что применяемая в данной работе схема описания межфазного тепло-массообмена отличается от схемы, использованной в [4]. Однако при определении фазовой скорости и коэффициента затухания в рассматриваемом диапазоне параметров системы и частот возмущения эти два подхода дают близкие результаты.

В рамках принятых допущений равновесная массовая доля пара в воздухе  $g_0$  и температура  $T_0$  связаны соотношением

$$P_s(T_0) = \frac{p_0 g_0}{g_0 + (1 - g_0) B_g/B_v},$$

где  $P_s(T_0)$  — парциальное давление насыщенных паров воды при температуре  $T_0$ .

В случае газозвеси (когда фазовые переходы отсутствуют) из (5) следует аналогичное дисперсионное уравнение, для которого частотная функция  $Q$  определяется следующим образом:

$$Q = ((\text{shv}(y_a))^{-1} + (\eta \text{kh}(y_w))^{-1})(1 - \gamma^{-1})^{-1}.$$

В случае “чистого” воздуха ( $\alpha_{w0} = 0$ ) из (5) получаем дисперсионное уравнение для волнового уравнения

$$\frac{K^2}{\omega^2} = \frac{1}{C_a^2}, \quad C_a = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_{a0}^0}}. \quad (6)$$

Запишем уравнение, которое следует из уравнений импульсов в (1) для решений вида (4):

$$A_{(v)} = \frac{K}{\omega} \frac{A_{(p)}}{\rho_{a0} + \rho_{w0} k_{(v)}}, \quad k_{(v)} = \frac{1}{1 - i\omega t_{(v)}^*}. \quad (7)$$

Здесь  $A_{(p)}$ ,  $A_{(v)}$  — амплитуды возмущений давления и скорости воздуха в парогазокапельной смеси.

**2. Условия на границе раздела при падении плоской волны под острым углом.** Пусть на плоскую границу раздела между воздухом и парогазокапельной средой падает волна. Будем полагать, что, как и в случае обычных однофазных сред, отраженная от границы и проходящая волны представляют собой плоские гармонические волны. Такое приближение справедливо, если характерные размеры зоны, в которой исследуются отражение и преломление волн, значительно меньше расстояния до источника акустических возмущений. В этом случае в зоне “чистого” воздуха малые возмущения представляют собой сумму двух гармонических волн, а в зоне парогазокапельной смеси — одну гармоническую волну. Возмущения, соответствующие падающей, отраженной и проходящей волнам, отмечены верхними индексами (0), (r) и (t). Тогда условия неразрывности нормальных составляющих скоростей и равенства давления на границе раздела можно записать в виде

$$p^{(0)} + p^{(r)} = p^{(t)}, \quad v_a^{(0)} \cos \theta^{(0)} - v_a^{(r)} \cos \theta^{(r)} = v_a^{(t)} \cos \theta^{(t)}. \quad (8)$$

Здесь  $\theta^{(0)}$ ,  $\theta^{(r)}$ ,  $\theta^{(t)}$  — углы падения, отражения и преломления соответственно. Ось  $x$  направлена вертикально вверх в сторону “чистого” воздуха, а ось  $y$  направлена таким образом, что волновой вектор параллелен координатной плоскости  $xoy$ . Тогда для падающей [12], отраженной и проходящей волн вида (4) при падении под острым углом можно записать

$$\begin{aligned} p^{(0)} &= A_p^{(0)} \exp [i(K^{(0)}(n_x^{(0)}x + n_y^{(0)}y) - \omega t)], \\ p^{(r)} &= A_p^{(r)} \exp [i(K^{(r)}(-n_x^{(r)}x + n_y^{(r)}y) - \omega t)], \\ p^{(t)} &= A_p^{(t)} \exp [i(K^{(t)}(n_x^{(t)}x + n_y^{(t)}y) - \omega t)], \\ n_x^{(0)} &= \cos \theta^{(0)}, \quad n_y^{(0)} = \sin \theta^{(0)}, \quad n_x^{(r)} = \cos \theta^{(r)}, \\ n_y^{(r)} &= \sin \theta^{(r)}, \quad n_x^{(t)} = \cos \theta^{(t)}, \quad n_y^{(t)} = \sin \theta^{(t)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для волновых чисел  $K^{(0)}$  и  $K^{(r)}$  имеет место равенство

$$K^{(0)} = K^{(r)} = \omega/C_a.$$

Волновое число  $K^{(t)}$  определяется из дисперсионного уравнения (5). Амплитуда возмущений скоростей связана с амплитудами давления выражениями вида (7). Тогда с учетом (6) получаем

$$A_{(v)}^{(0)} = \frac{A_{(p)}^{(0)}}{\rho_{a0}^0 C_a}, \quad A_{(v)}^{(r)} = -\frac{A_{(p)}^{(r)}}{\rho_{a0}^0 C_a}, \quad A_{(v)}^{(t)} = \frac{K^{(t)}}{\omega} \frac{A_{(p)}^{(t)}}{\rho_{a0} + \rho_{w0} k_{(v)}}. \quad (10)$$

На основе условий (8) для решений вида (9) с учетом (10) при  $x = 0$  имеем

$$\begin{aligned} A_{(p)}^{(0)} \exp (iK^{(0)}n_y^{(0)}y) + A_{(p)}^{(r)} \exp (iK^{(r)}n_y^{(r)}y) &= A_{(p)}^{(t)} \exp (iK^{(t)}n_y^{(t)}y), \\ A_{(p)}^{(0)} \cos \theta^{(0)} \exp (iK^{(0)}n_y^{(0)}y) - A_{(p)}^{(r)} \cos \theta^{(r)} \exp (iK^{(r)}n_y^{(r)}y) &= \\ &= A_{(p)}^{(t)} \cos \theta^{(t)} \frac{K^{(t)}}{\omega} \frac{\rho_{a0}^0 C_a}{\rho_{a0} + \rho_{w0} k_{(v)}} \exp (iK^{(t)}n_y^{(t)}y). \end{aligned} \quad (11)$$

Чтобы эти уравнения выполнялись при любых значениях  $y$ , должны выполняться равенства

$$K^{(0)}n_y^{(0)} = K^{(r)}n_y^{(r)} = K^{(t)}n_y^{(t)}. \quad (12)$$

Отсюда с учетом (6) находим

$$\sin \theta^{(0)} = \sin \theta^{(r)}, \quad \sin \theta^{(0)} = (K^{(t)}/\omega)C_a \sin \theta^{(t)}. \quad (13)$$

Так как волновое число  $K^{(t)}$  является комплексным, то согласно второму равенству в (13) угол преломления также имеет мнимую часть.

Для коэффициентов отражения и прохождения, определяемых формулами  $R = A_{(p)}^{(r)}/A_{(p)}^{(0)}$  и  $T = A_{(p)}^{(t)}/A_{(p)}^{(0)}$ , на основе (11) с учетом (12) имеем

$$T = 2 / \left( 1 + \frac{C_a K^{(t)}}{\omega} \frac{\rho_{a0}^0}{\rho_{a0} + \rho_{w0} k_{(v)}} \frac{\cos \theta^{(t)}}{\cos \theta^{(0)}} \right), \quad R = T - 1.$$

В случае если волна падает на границу раздела с воздухом со стороны парогазокапельной среды, вместо второго равенства (13) получаем  $\sin \theta^{(0)} = (\omega/(C_a K^{(t)})) \sin \theta^{(t)}$ . В этом случае для коэффициентов прохождения и отражения имеем

$$T = 2 / \left( 1 + \frac{\omega}{C_a K^{(t)}} \frac{\rho_{a0} + \rho_{w0} k_{(v)}}{\rho_{a0}^0} \frac{\cos \theta^{(t)}}{\cos \theta^{(0)}} \right), \quad R = T - 1.$$

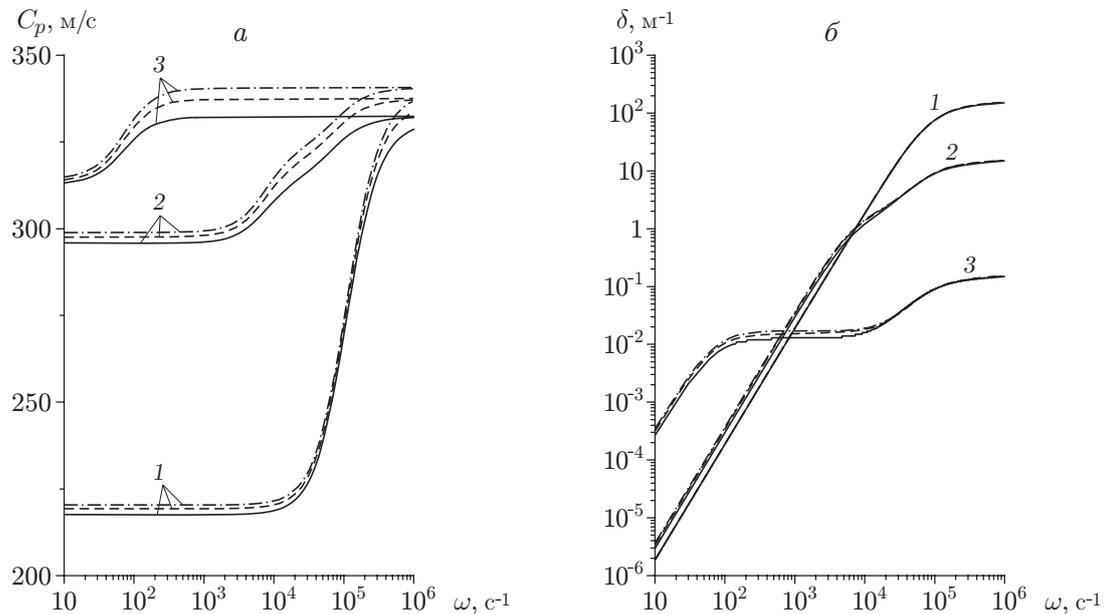


Рис. 1. Зависимости фазовой скорости (а) и коэффициента затухания (б) от частоты возмущений при различных значениях объемной доли  $\alpha_{w0}$  и температуры  $T_0$ :

1 —  $\alpha_{w0} = 10^{-3}$ , 2 —  $\alpha_{w0} = 10^{-4}$ , 3 —  $\alpha_{w0} = 10^{-6}$ ; сплошные линии —  $T_0 = 275$  К, штриховые —  $T_0 = 283$  К, штрихпунктирные —  $T_0 = 288$  К

**3. Результаты численных расчетов.** На основе дисперсионного уравнения (5) проведены численные расчеты зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты возмущения при различных значениях объемной доли дисперсной фазы. Для параметров, определяющих состав смеси и теплофизические свойства, использовались следующие значения [13]: для воздуха при  $P_0 = 0,1$  МПа —  $\rho_{a0}^0 = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_a = 340$  м/с; для парогазокапельной смеси —  $\rho_{w0}^0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_w = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К),  $D = 0,23 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda_w = 0,6$  Вт/(м · К).

На рис. 1 представлены зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания звука от частоты. Видно, что температура воздуха оказывает влияние на дисперсию звука в парогазокапельной системе. Характерное значение радиуса капель принято равным  $a_0 = 10^{-6}$  м.

При  $\omega \leq 10$  с<sup>-1</sup> значение фазовой скорости равно равновесной скорости:  $C_p = C_e$  ( $C_e = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega/K$ ), при  $\omega \geq 10^4$  с<sup>-1</sup> значение фазовой скорости стремится к “замороженной” скорости ( $C_p \rightarrow C_f$ ), причем “замороженная” скорость в свою очередь близка к скорости звука в воздухе ( $C_f \approx C_a$ ). Следует отметить, что с уменьшением объемной доли капель разность “замороженной” и равновесной скоростей уменьшается. В частности, при объемной доле капель  $\alpha_{w0} = 10^{-6}$  разность “замороженной” и равновесной скоростей составляет  $\Delta C \approx 20$  м/с ( $\Delta C = C_f - C_e$ ). Таким образом, для диапазона частот  $\omega = 10^2 \div 10^4$  с<sup>-1</sup> значения скорости звука для “чистого” воздуха и парогазокапельной смеси (в том числе тумана) существенно различаются, причем с увеличением концентрации капель в парогазокапельной смеси это различие увеличивается. Таким образом, парогазокапельный слой является волноводом [14].

Зависимости угла преломления, а также косинуса этого угла от угла падения волны со стороны воздуха на границу раздела представлены на рис. 2. Здесь и далее приняты

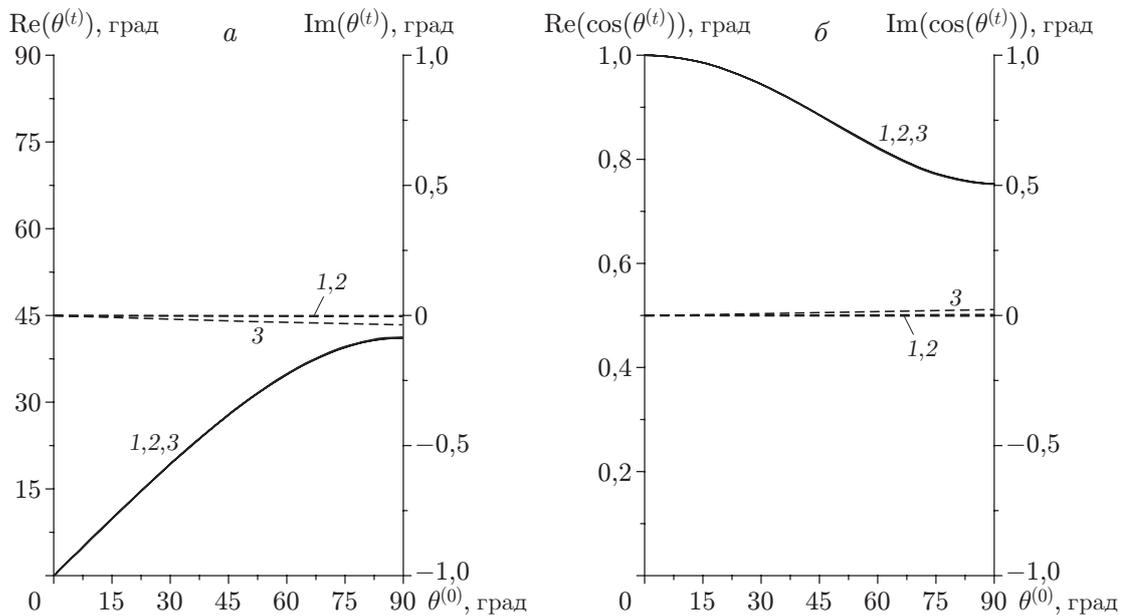


Рис. 2. Зависимости действительной (сплошные линии) и мнимой (штриховые линии) частей угла преломления (а) и косинуса угла преломления (б) при падении волны со стороны воздуха на границу раздела под острым углом от угла падения:

1 —  $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ c}^{-1}$

следующие характерные значения температуры и объемной доли:  $T_0 = 275$ ,  $\alpha_{w0} = 10^{-3}$ . Наличие мнимой части угла преломления и косинуса этого угла обусловлено тем, что проходящие в туман гармонические волны являются затухающими. При этом действительная часть имеет обычный геометрический смысл. На рис. 2 видно, что во всем диапазоне значений угла падения ( $0 \leq \theta^{(0)} \leq \pi/2$ ) угол преломления меньше  $90^\circ$  ( $\theta^{(t)} < \pi/2$ ). Следовательно, при падении волны со стороны воздуха она всегда проникает в дисперсную среду.

Иная картина реализуется в случае, когда падающая волна движется со стороны парогазокапельной смеси (рис. 3). Видно, что при угле падения  $\theta^{(0)} \geq 40^\circ$  угол преломления стремится к значению  $\theta^{(t)} \approx \pi/2$ . При этом значение косинуса угла преломления определяется его мнимой частью. Кроме того, несмотря на то что проходящая в воздух волна для этих углов остается затухающей бегущей волной, характерное расстояние затухания ее амплитуды значительно меньше длины волны. Происходит монотонное уменьшение амплитуды волны по экспоненциальному закону в направлении, перпендикулярном поверхности раздела. Таким образом, наблюдается полное внутреннее отражение волны [12].

На рис. 4 показана зависимость критического угла падения, при котором происходит полное внутреннее отражение, от объемной доли капель.

Таким образом, слой парогазокапельной среды в воздухе обладает волноводными свойствами, а именно: при любом угле падения со стороны воздуха акустическая волна проникает в парогазокапельную смесь. Однако, в случае когда волна падает со стороны смеси, для угла падения существует критическое значение, при превышении которого выполняется условие полного внутреннего отражения от границы раздела. В этом случае, если углы падения больше данного критического значения, рассеяние энергии акустической волны за пределы парогазокапельного слоя уменьшается. Из рис. 4 следует, что в диапазоне частот  $\omega = 10^2 \div 10^4 \text{ c}^{-1}$  условие полного отражения выполняется при углах падения более  $75^\circ$ .

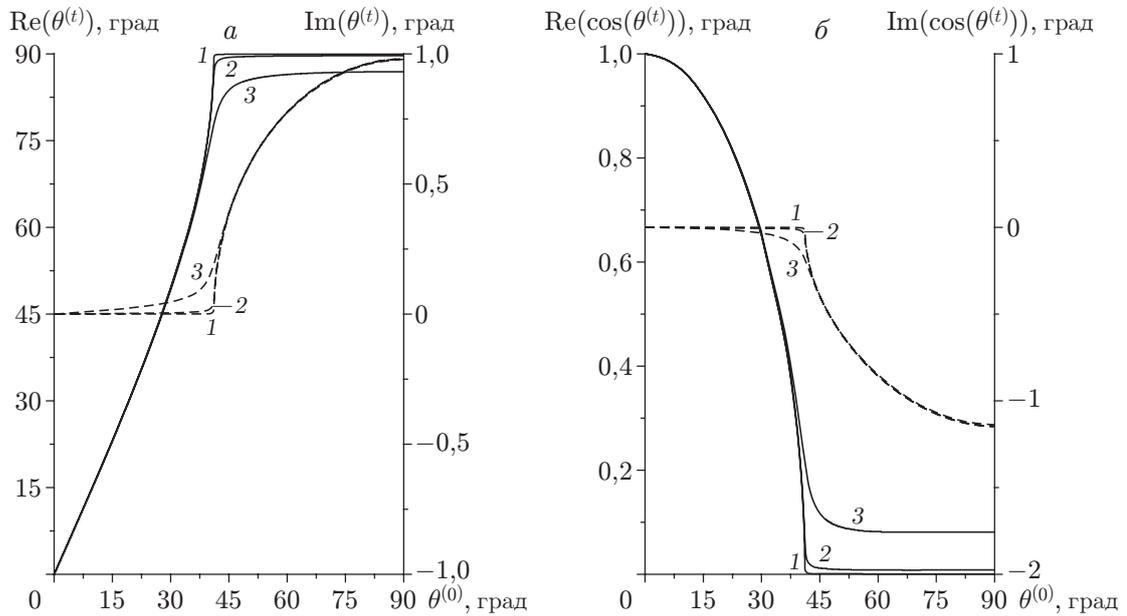


Рис. 3. Зависимости действительной (сплошные линии) и мнимой (штриховые линии) частей угла преломления (а) и косинуса угла преломления (б) при падении волны со стороны парагазокапельной среды на границу раздела под острым углом от угла падения:

1 —  $\omega = 10^2 \text{ с}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$

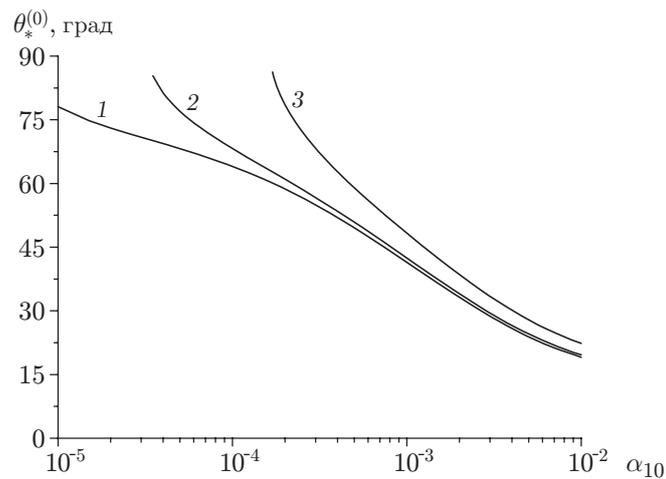


Рис. 4. Зависимость критического угла падения, при превышении которого происходит полное внутреннее отражение, от объемной доли капель воды при падении волны со стороны дисперсной системы на границу раздела:

1 —  $\omega = 10^2 \text{ с}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ с}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$

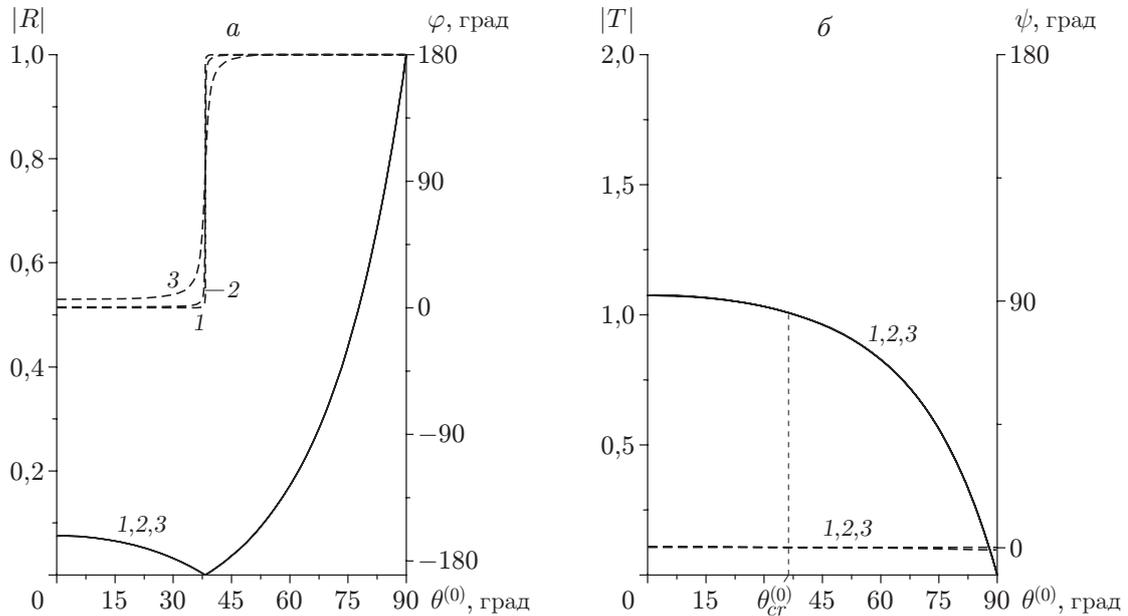


Рис. 5. Зависимости модулей (сплошные линии) и аргументов (штриховые линии) коэффициентов отражения (а) и преломления (б) при падении волны со стороны воздуха на границу раздела под острым углом от угла падения: 1 —  $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ c}^{-1}$

На рис. 5, 6 представлены зависимости коэффициентов отражения и преломления в виде зависимостей  $R = |R| \exp(i\varphi)$  и  $T = |T| \exp(i\psi)$  от угла падения волны на границу раздела.

Известно, что прохождение звука через границу раздела двух разных сред при некотором значении угла падения может происходить без отражения, если для плотностей сред и скоростей звука в этих средах выполняется одно из условий [15]

$$\rho_{20}/\rho_{10} > C_1/C_2 > 1, \quad \rho_{20}/\rho_{10} < C_1/C_2 < 1. \quad (14)$$

В частности, первое неравенство выполняется на границе раздела этилового спирта ( $\rho_{10} = 0,79 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_1 = 1180 \text{ м/с}$ ) и хлороформа ( $\rho_{20} = 1,49 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_2 = 10^3 \text{ м/с}$ ) [12]. На границе этих сред при угле падения  $\theta^{(0)} \approx 67^\circ$  отражение отсутствует.

Из анализа дисперсионных кривых (см. рис. 1) следует, что если для рассматриваемых систем плотность второй среды принять равной средней плотности смеси, а скорость второй среды считать равной ее фазовой скорости, то при определенных значениях параметров смеси и частоты звука будет выполняться первое условие в (14), а именно: для любого значения частоты существует некоторый угол падения, при котором отражение отсутствует. В частности, из рис. 5 следует, что при падении волны со стороны воздуха на границу раздела для значения частоты  $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$  плотность и фазовая скорость смеси соответственно равны  $\rho_{20} = 2,263 \text{ кг/м}^3$ ,  $C_2 = 217 \text{ м/с}$ , а критический угол падения равен  $\theta_{cr}^{(0)} \approx 40^\circ$ .

На рис. 6 видно, что в случае падения волны со стороны парогазокапельной смеси на границу раздела при  $\theta_{cr}^{(0)} \approx 20^\circ$  внутреннее отражение волны отсутствует. В этом случае справедлива вторая система неравенств в (14). Таким образом, при падении волны со стороны парогазокапельной смеси эхо отсутствует. Из рис. 5, 6 следует, что прохождение волны через границу раздела без отражения возможно при падении волны на границу раздела как со стороны воздуха, так и со стороны дисперсной системы.

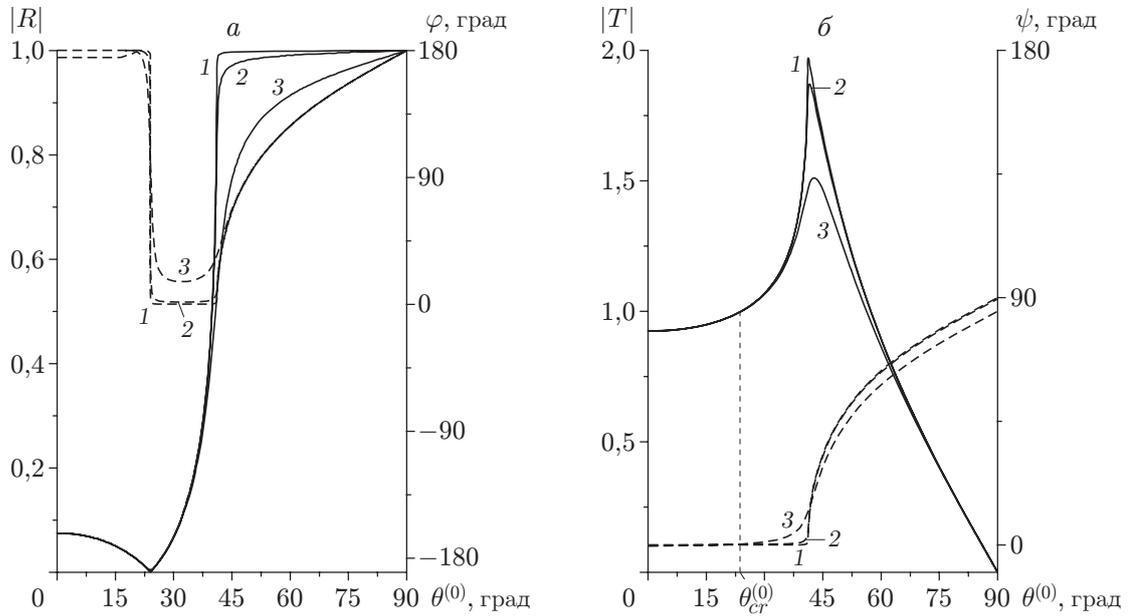


Рис. 6. Зависимости модулей (сплошные линии) и аргументов (штриховые линии) коэффициентов отражения (а) и преломления (б) при падении волны со стороны парогасокапельной среды на границу раздела под острым углом от угла падения:

1 —  $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ c}^{-1}$

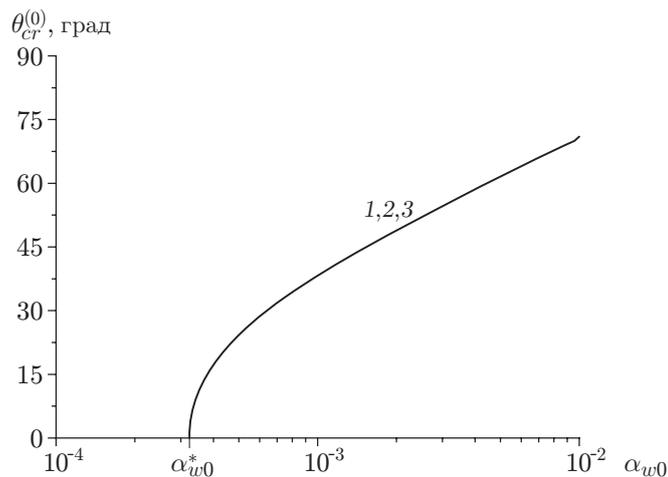


Рис. 7. Зависимость критического угла падения, при котором выполняется условие полного прохождения волны, от объемной доли капель воды при падении волны со стороны воздуха на границу раздела:

1 —  $\omega = 10^2 \text{ c}^{-1}$ , 2 —  $\omega = 10^3 \text{ c}^{-1}$ , 3 —  $\omega = 10^4 \text{ c}^{-1}$

На рис. 7 показана зависимость критического угла падения волны со стороны воздуха, при котором она полностью проходит через границу раздела, от объемной доли капель. Видно, что значение критического угла слабо зависит от частоты звуковой волны. При этом условия (14) выполняются при  $\alpha_{w0}^* \geq 3 \cdot 10^{-4}$ .

**Заключение.** На основе проведенного численного анализа коэффициентов отражения и преломления на границе раздела между воздухом и парогАЗокапельной смесью установлено, что в случае когда волна падает со стороны дисперсной системы, при углах, превышающих некоторое значение, зависящее от частоты звука, происходит полное внутреннее отражение.

Показано, что при определенном выборе угла падения волны на границу раздела как со стороны воздуха, так и со стороны парогАЗокапельной системы и параметров дисперсной системы происходит полное прохождение акустической волны (без отражения).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Cole J. E., Dobbins R. A. Measurements of attenuation and dispersion of sound by a warm air fog // J. Atmospheric Sci. 1971. V. 28, N 2. P. 202–209.
2. Davidson G. A. Sound propagation in fogs // J. Atmospheric Sci. 1975. V. 32, N 11. P. 2201–2205.
3. Ishii R., Matsuhisa H. Steady refection, absorption and transmission of small disturbances by a screen of dusty gas // J. Fluid Mech. 1983. V. 130. P. 259–277.
4. Шагапов В. Ш. О распространении малых возмущений в парогАЗокапельной среде // Теплофизика высоких температур. 1987. Т. 25, № 6. С. 1148–1154.
5. Гумеров Н. А. Длинные волны конечной амплитуды в полидисперсных газозвесах // ПМТФ. 1990. № 4. С. 157–161.
6. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом // ПМТФ. 1990. № 6. С. 27–34.
7. Нигматулин Р. И., Ивандаев А. И., Губайдуллин Д. А. Эффект немонотонной зависимости диссипации звука от концентрации капель в акустике газозвесей // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316, № 3. С. 601–605.
8. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Распространение акустических возмущений в полидисперсных туманах // Теплофизика высоких температур. 1992. № 5. С. 935–941.
9. Арабаджи В. И. Загадки простой воды. М.: Знание, 1973.
10. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
11. Сухинин С. В. Распространение волн и резонансные явления в неоднородных средах // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 3. С. 32–42.
12. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высш. шк., 1978.
13. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
14. Гарипов Р. М. Волновод в упругой среде // Сб. материалов Междунар. конф. по механике сплошных сред, Варна, сентябрь 1966 г. София: Изд-во Болгар. АН, 1968. С. 83–96.
15. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 7/XI 2013 г.,  
в окончательном варианте — 6/VIII 2014 г.