

УДК 622.45

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
МИКРОКЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ В СЕТИ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ**

Л. Ю. Левин, М. А. Семин, А. В. Зайцев

*Горный институт УрО РАН, E-mail: aerolog_lev@mail.ru,
ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия*

Представлены результаты разработки математических методов прогнозирования микроклиматических условий в сети горных выработок произвольной топологии на основании исследований процессов формирования теплового режима шахт и рудников. Разработаны математические модели, позволяющие проводить расчет теплораспределения в сети горных выработок с учетом следующих факторов: гидростатического сжатия-расширения воздуха в вертикальных и наклонных горных выработках, наличия источников тепловыделения (поглощения), протекания фазовых переходов влаги.

Сеть горных выработок, микроклимат, тепловой режим, нестационарный теплообмен, породный массив, математическое моделирование, воздухораспределение, источники тепловыделения

Современные горнодобывающие предприятия для поддержания и увеличения мощности добычи полезных ископаемых вынуждены вовлекать в отработку все более глубокозалегающие запасы. С увеличением глубины и интенсивности ведения горных работ возрастает температура пород, уменьшается число вскрываемых выработок, увеличивается число и мощность техногенных источников тепловыделения.

Перечисленные особенности глубоких рудников неминуемо приводят к ухудшению микроклиматических условий в горных выработках и возрастанию температуры воздуха свыше допустимых правилами безопасности 26°C. Ухудшение микроклиматических условий в горных выработках приводит к снижению производительности труда, профессиональным заболеваниям рабочих, невозможности ведения технологических процессов, например из-за увеличения числа отказов при ведении взрывных работ.

В нашей стране изучению тепловых процессов и разработке способов нормализации микроклиматических условий в глубоких рудниках посвящены работы [1–3], за рубежом — [4–8]. Ограниченные возможности вычислительной техники способствовали развитию приближенных методов расчета, не учитывающих сопряженное влияние факторов и использующих модельные характеристики, такие как коэффициент нестационарного теплообмена и др. [1–3, 8, 9].

На сегодняшний день актуальна разработка методов расчета микроклиматических параметров воздуха, учитывающих особенности их формирования в горных выработках глубоких рудников. Как начальный этап такой работы следует рассматривать выполненные инструментальные измерения распределения микроклиматических параметров рудничной атмосферы глубоких рудников.

ФОРМИРОВАНИЕ МИКРОКЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ В ГОРНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Для определения особенностей формирования микроклиматических условий в выработках проведены измерения температуры и относительной влажности воздуха в глубоких рудниках “Скалистый”, “Октябрьский” и “Таймырский” ОАО “ГМК “Норильский никель”. На рис. 1 представлены термограммы, построенные по пути движения воздушной струи от дневной поверхности до подземных рабочих зон глубоких залежей рудника “Таймырский”.

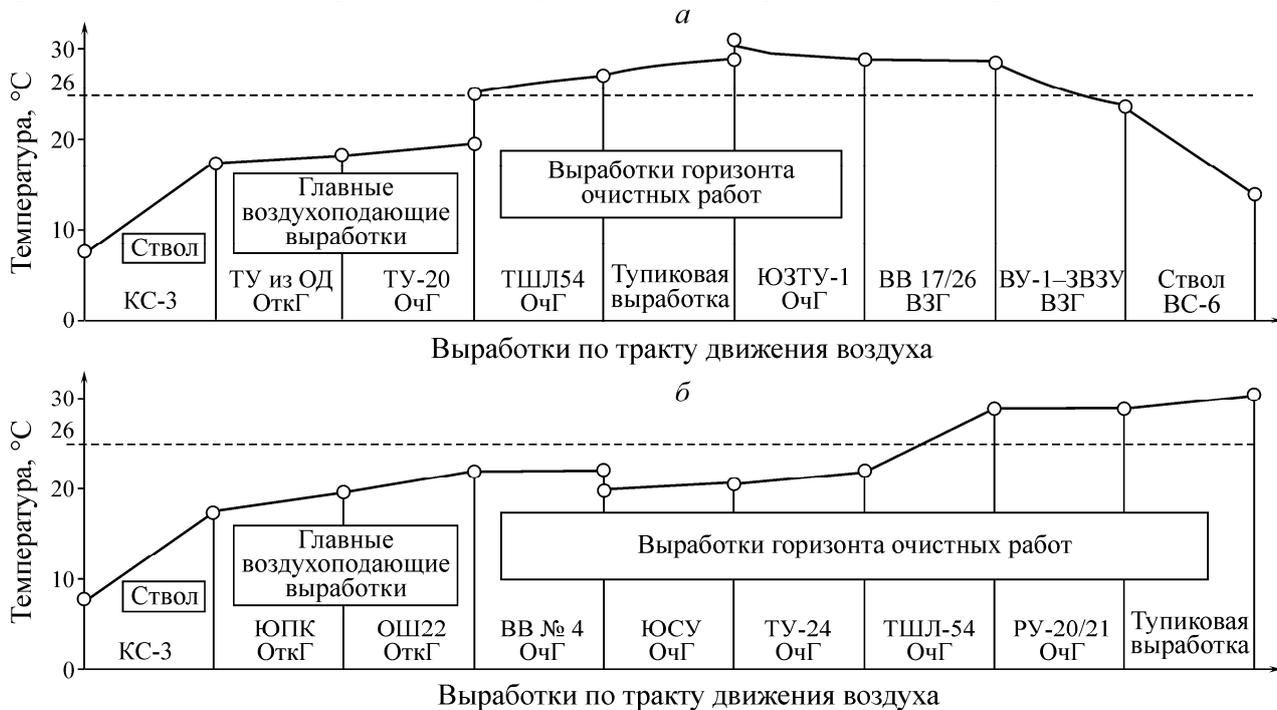


Рис. 1. Термограммы, построенные по тракту движения воздушной струи в условиях глубоких залежей рудника “Таймырский” ЗФ ОАО “ГМК “Норильский никель”: а — тракт КС-3 — ствол ВС-6; б — тракт КС-3 — тупиковая выработка откаточного горизонта

Приведенные термограммы демонстрируют, что основной нагрев воздуха происходит в воздухоподающих стволах и непосредственно в выработках горизонтов очистных работ. При этом факторы, определяющие нагрев воздуха в выработках различного типа, существенно различаются. В частности, для стволов наиболее характерно наличие линейного возрастания температуры, вызванного гидростатическим нагревом при опускании воздуха. В выработках откаточных и вентиляционно-закладочных горизонтов основным фактором является процесс теплообмена между рудничным воздухом и породным массивом. В выработках горизонтов очистных работ определяющее влияние на формирование неблагоприятных микроклиматических условий оказывают техногенные источники выделения тепла.

Проведенные экспериментальные наблюдения, выполненные в условиях глубоких рудников Норильского промышленного района, позволяют выделить следующие основные факторы (процессы), формирующие микроклиматические условия в горных выработках:

- гидростатическое сжатие воздуха в вертикальных и наклонных горных выработках;
- фазовые переходы влаги в рудничной атмосфере;
- теплообменные процессы между рудничным воздухом и породным массивом;
- тепловыделения техногенных источников.

Разработка математической модели тепловых процессов в рудничной атмосфере и породных массивах различных типов проведена с учетом указанных факторов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Вентиляционная рудничная сеть представляется в виде ориентированного графа, ветвями которого являются прямые или криволинейные отрезки горных выработок, характеризующиеся длиной L , площадью поперечного сечения S , аэродинамическим сопротивлением R вследствие шероховатости стенок, расходом Q .

При моделировании процессов массо- и теплопереноса в воздухе принимается ряд гипотез: течение воздуха в вентиляционной сети считается одномерным; течение воздуха всюду турбулентно, причем влияние турбулентности в одномерном случае описывается с помощью эмпирической формулы Дарси–Вейсбаха [10]; воздух описывается уравнением состояния совершенного газа (Менделеева–Клайперона) [11]; рассматривается только конвективный теплоперенос в рудничном воздухе.

С каждой ветвью графа рудничной вентиляционной сети связывается породный массив — полая цилиндрическая область, окружающая выработку и имеющая конечную протяженность по толщине (рис. 2).

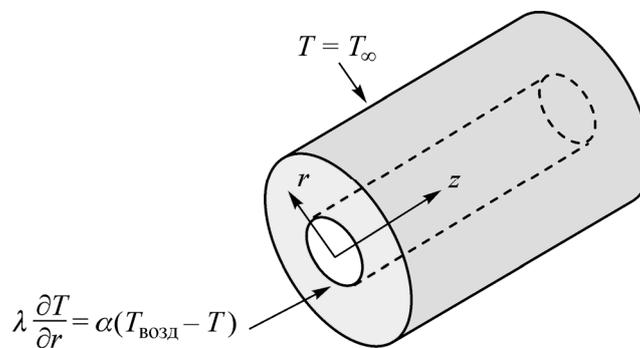


Рис. 2. Расчетная область породного массива: $T=T(r,z,t)$ — температура породного массива; T_∞ — температура на удалении от горной выработки; $T_{\text{возд}}$ — температура воздуха в выработке; λ — теплопроводность породного массива

При моделировании процесса теплопереноса в породном массиве принимаются следующие упрощения: реальный массив заменяется моделью сплошной среды, всюду однородной и изотропной, а горная выработка, которую окружает породный массив, имеет круговой поперечный профиль постоянного диаметра.

Температурное поле в породном массиве, окружающем данную выработку, не связано с температурными полями в массивах, окружающих другие выработки. Теплообмен между массивами, примыкающими к различным выработкам, не рассматривается. В этом смысле исследуемая модель есть модель независимых локальных породных массивов. Начальное распределение температур однородно.

Рассматривается только диффузионный механизм теплопереноса с эффективным коэффициентом теплопроводности, равным сумме кондуктивного, лучистого и конвективного коэффициентов [9]. Массив имеет конечную протяженность, выбираемую на основании аналитической оценки расстояния, при удалении на которое температурное поле породного массива считается непоколебленным.

Воздухораспределение в рудничной вентиляционной сети определяется путем решения уравнений Кирхгофа I и II рода [12]:

$$\sum_{i \in A_k} \rho_i Q_i = 0, \quad k = 1, \dots, N_{\text{узел}}, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in B_j} \left(R_i Q_i^2 - H_i + \frac{\rho_i L_i}{S_i} \frac{\partial Q_i}{\partial t} \right) = 0, \quad j = 1, \dots, N_{\text{конт}}. \quad (2)$$

Здесь Q_i , ρ_i — расход и плотность в i -й ветви; L_i , S_i — длина и площадь поперечного сечения i -й ветви; A_k — множество индексов ветвей, входящих в k -й узел; B_j — множество индексов ветвей, входящих в j -й независимый контур; $N_{\text{узел}}$ — количество узлов графа; $N_{\text{конт}}$ — количество независимых контуров графа; H_i — источник тяги в i -й ветви, например напор вентилятора, гидростатическое давление или другой вид внешней объемной силы. Гидростатическое давление i -й ветви, используемое для расчета тепловой депрессии, вычисляется по формуле

$$H_i = \rho_i g \Delta h_i,$$

где g — ускорение свободного падения; Δh_i — перепад высот в i -й ветви.

В случае тепловой депрессии требуется также учитывать характер зависимости плотности от температуры:

$$\rho(T) = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Следует отметить, что система уравнений (1), (2), строго говоря, является квазистационарной системой, применимой для анализа медленно протекающих процессов, не учитывающих динамику волн. Однако, как следует из экспериментальных замеров в реальных рудниках, в силу больших неровностей поверхностей горных выработок и, как следствие, многократного и хаотического преломления и отражения волн, волновые процессы в них быстро затухают, поэтому указанная квазистационарная модель вполне применима и для моделирования воздухо-распределения при достаточно быстрых процессах.

Для нахождения поля температур в рудничном воздухе в каждой ветви решается линейное уравнение тепловой конвекции с источником [13]:

$$c_V \left(\frac{\partial \rho_i T_i}{\partial t} + \frac{1}{S_i} \frac{\partial \rho_i T_i Q_i}{\partial z} \right) = q_{\text{ст}} + q_T, \quad (3)$$

где c_V — удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме; $q_{\text{ст}}$ — тепло от теплообмена со стенкой массива; q_T — источник тепла техногенного характера (пожар, работа дизельного оборудования); z — продольная координата выработки; $\rho_i(t, z)$ — плотность воздуха в выработке.

Внутри области породного массива решается двумерное однородное уравнение теплопроводности

$$\rho_M c_{V_M} \frac{\partial T_{M_i}}{\partial t} = \lambda_M \left(\frac{\partial^2 T_{M_i}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T_M}{\partial r} \right] \right). \quad (4)$$

Здесь ρ_M , c_{V_M} , λ_M — плотность, теплоемкость и теплопроводность породного массива; r и z — радиальная и осевая координаты; $T_{M_i} = T_{M_i}(t, r, z)$ — функция температуры массива.

Для согласования тепловых потоков на границе массива и воздуха, а также на стыках между различными ветвями необходимо сформулировать внутренние граничные условия для температур и тепловых потоков.

Прежде всего исследуем перенос температуры в сопряжении ветвей с узлами. Пусть узел представляет сопряжение $N = N_{in} + N_{out}$ ветвей, причем через N_{in} ветвей воздух поступает в сопряжение, а из N_{out} уходит. Из N_{in} входящих ветвей в единицу времени поступает масса воздуха

$$m = \sum_{i=1}^{N_{in}} \rho_i Q_i,$$

имеющая среднюю температуру

$$\tilde{T} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N_{in}} \rho_i Q_i T_i,$$

которая в дальнейшем задается на входе во все N_{out} исходящие ветви.

Далее рассмотрим граничные условия на контакте между породным массивом и рудничным воздухом. Здесь задается граничное условие IV рода

$$\lambda \frac{\partial T_i}{\partial r} = \lambda_m \frac{\partial T_{M_i}}{\partial r} = q_{тс} = \alpha(T_i - T_{M_i}),$$

где λ — коэффициент теплопроводности воздуха; T_i , T_{M_i} — температура воздуха и массива i -й выработки; α — коэффициент теплообмена между рудничным воздухом и горным массивом.

В породном массиве на удалении от горной выработки температура задается равной температуре непо потревоженного массива T_∞ :

$$T_M|_{r=r_{вл}} = T_\infty, \tag{5}$$

где $r_{вл}$ — радиус, на который успеет проникнуть тепловой поток за расчетное время t , в дальнейшем он будет называться радиусом влияния.

Также задаются граничные условия для нулевого теплового потока в поперечных сечениях горного массива на входе и на выходе из выработки:

$$\left. \frac{\partial T_M}{\partial z} \right|_{z=0,L} = 0.$$

В качестве начального условия задается однородное поле температур непо потревоженного массива

$$T_M|_{t=0} = T_\infty.$$

Для оценки радиуса влияния $r_{вл}$ на основании теории размерностей и фундаментального решения уравнения теплопроводности получена формула

$$r_{вл}(t) = 2\sqrt{a_m t} \cdot \ln \left(1 + F \left[\frac{R_{вып}}{\sqrt{a_m t}} \right] \right), \tag{6}$$

которая при $F[x] = 3\sqrt{x}$ в дальнейшем использовалась в (5); a_m — температуропроводность массива.

ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА

Для решения системы уравнений воздухораспределения (1), (2) использовался метод Андрияшева–Кросса [12, 14]. Для конечно-разностной дискретизации левой части уравнения (3) применялась численная схема по потоку первого порядка [4, 9]:

$$\frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\Delta t} + V_i \frac{f_i^k - f_{i-1}^k}{\Delta z_i} \quad \text{для } V_i > 0, \tag{7}$$

$$\frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\Delta t} + V_i \frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta z_i} \quad \text{для } V_i < 0, \tag{8}$$

где $f_i^k = \rho_i^k T_i^k$; $V_i = Q_i / S_i$ — скорость воздуха в i -й ветви; Δz_i и Δt — пространственный и временной шага, связанные друг с другом зависимостью [4]

$$\Delta z_i = V_i \Delta t. \quad (9)$$

Зависимость (9) позволяет упростить левую часть дискретизированного уравнения (3), которое в итоге запишется следующим образом:

$$\frac{\rho_i^k T_i^k - \rho_{i-1}^{k-1} T_{i-1}^{k-1}}{\Delta t} = + \frac{q_{cti}}{c_V} + \frac{q_{тci}}{c_V}, \quad (10)$$

Здесь ρ_i , q_{cti} и $q_{тci}$ — значения плотности и тепловых потоков в узле x_i конечно-разностной сетки.

В случае, если рассматривается нестационарное течение воздуха (при аварийном режиме проветривания, в частности при реверсе главного вентилятора), скорость V_i является переменной, вследствие чего конечно-разностная сетка будет подвижной.

Для дискретизации уравнения теплопроводности (4) также используется подвижная сетка. В текущий момент времени t по формуле (6) вычисляется радиус влияния $r_{вл}$. Исходя из текущего значения $r_{вл}$ строится равномерная конечно-разностная сетка с пространственными шагами

$$\Delta r_i = \frac{N_r}{r_{влi} - R_{вырj}}, \quad \Delta z_i = V_i \Delta t, \quad (11)$$

где N_r — количество шагов пространственной сетки в направлении r . Количество шагов N_{zi} пространственной сетки в направлении z для i -й выработки равно количеству шагов в задаче теплопереноса воздуха (10) для рассматриваемой выработки.

Таким образом, пространственная сетка строится только в той области породного массива, где присутствуют ненулевые градиенты температур, что позволяет существенно уменьшить затраты машинного времени на проведение расчета, особенно в начальные моменты времени, когда тепловой поток не успел распространиться в глубь породного массива.

Построенная пространственная сетка дополняется временной сеткой с временным шагом Δt . Для численного моделирования задачи теплопроводности на каждом шаге используется явная схема ВВЦП (разности со сдвигом вперед по времени и центральные по пространству) [10]:

$$\rho_M c_{VM} \frac{T_{M i,j}^k - T_{M i-1,j}^{k-1}}{\Delta t} = \lambda_M \left(\frac{T_{M i,j+1}^k - 2T_{M i,j}^k + T_{M i,j-1}^k}{\Delta z^2} + \frac{T_{M i+1,j}^k - 2T_{M i,j}^k + T_{M i-1,j}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{T_{M i+1,j}^k - T_{M i-1,j}^k}{2\Delta r} \right), \quad (12)$$

$$\lambda_M \frac{T_{M 1,j}^k - T_{M 0,j}^k}{\Delta r} = \alpha (T_j - 0.5T_{0,j}^k - 0.5T_{1,j}^k), \quad (13)$$

$$T_{M N_r,j}^k = T_\infty, \quad (14)$$

$$T_{M i,N_z}^k = T_{M i,N_z-1}^k, \quad (15)$$

$$T_{M i,0}^k = T_{M i,1}^k. \quad (16)$$

Здесь индексы k, i, j характеризуют узловые значения температуры по t, r, z соответственно. Выражения (13)–(16) представляют собой граничные условия.

ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Верификация построенной математической модели проводилась на примере задачи определения температуры воздуха в воздухоподающих и вентиляционных стволах рудника “Октябрьский”.

При моделировании теплораспределения в стволах КС-1, КС-2 и ВС-4 рудника “Октябрьский” использовались следующие входные данные.

Геометрические параметры: длина ствола, м: КС-1 — 1167, КС-2 — 960, ВС-4 — 1028; площадь поперечного сечения ствола, м²: КС-1 — 50.24, КС-2 — 50.24, ВС-4 — 33.16.

Физические параметры: плотность воздуха при нормальных условиях — 1.22 кг/м³, удельная теплоемкость воздуха — 1005 Дж/(кг·°С), плотность породного массива — 2100 кг/м³, удельная теплоемкость породного массива — 895 Дж/(кг·°С), теплопроводность породного массива — 3.5 Вт/(м·°С); скорость воздуха на входе в ствол, м/с: КС-1 — 6.3, КС-2 — 7.3, ВС-4 — 6.8; температура воздуха на входе в ствол, °С: КС-1 — 14, КС-2 — 12, ВС-4 — 19.4.

Вычислительные параметры: расчетное время — 5 сут, шаг по времени — 1 мин, шаг по пространству рассчитывался автоматически исходя из условия Куранта.

Конечно-разностная схема (10)–(17) реализована программно на языке С# с применением концепции объектно-ориентированного программирования. Проведена дискретизация расчетной области и построена адаптивная конечно-разностная сетка.

В результате проведения итерационной процедуры получено поле температур в узлах конечно-разностной сетки расчетных областей породного массива и горной выработки. Данное поле температур соответствует времени $t = 5$ сут. Графическое отображение результатов численного расчета осуществлялось с помощью библиотеки графических компонент “Component One” для среды “Microsoft Visual Studio 2010”. Для интерполяции узловых значений температур использовался кубический сплайн. На рис. 3 показаны эпюры температур в стволах рудника “Октябрьский”, а также приведено сравнение с экспериментальными значениями температур в отдельно взятых точках по длине стволов. Каждая точка, полученная из натурального эксперимента, представляет собой результат статистической обработки данных нескольких измерений.

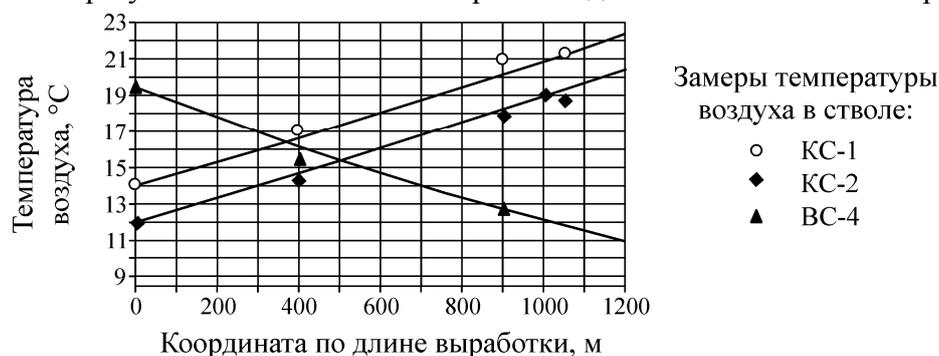


Рис. 3. Эпюра температур воздуха вдоль стволов рудника “Октябрьский”, полученная с помощью численного расчета, и результаты экспериментальных замеров температур в отдельных точках стволов

Как видно из рис. 3, наблюдается высокая корреляция результатов численного расчета с результатами натурального эксперимента (коэффициенты корреляции превышают 0.83).

Особенностью приведенных экспериментальных данных и результатов расчета является преимущественно линейный закон изменения температуры воздуха по глубине ствола. При этом экспоненциальная зависимость, характерная для выработок с сильным влиянием теплообмена с породным массивом, на рис. 3 практически незаметна. Этот факт объясняется быстрым формированием тепловыравнивающего слоя и снижением удельного влияния теплообмена на температуру воздуха в вертикальных горных выработках [15 – 17].

ВЫВОДЫ

Построена и алгоритмизирована модель тепло- и воздухораспределения в рудничной вентиляционной сети произвольной топологии и прилегающем породном массиве с учетом таких физических процессов, как механическая сжимаемость, массовая и импульсная инерционность воздуха, естественная тяга, изменение плотности вследствие нагрева воздуха, влияние источников тепловыделений техногенного характера.

Сформулирована модель несопряженного и сопряженного теплообмена рудничного воздуха и горного массива в сетевой постановке для рудничных вентиляционных сетей произвольной топологии.

Разработан и отлажен эффективный численный алгоритм на подвижных сетках для решения сопряженной задачи теплопроводности в горном массиве и вентиляционной сети.

Полученные результаты позволяют осуществлять научно-обоснованное прогнозирование теплового режима глубоких рудников при разработке эффективных и ресурсосберегающих систем кондиционирования воздуха.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Дуганов Г. В., Баратов Э. И.** Тепловой режим рудников. — М.: Госгортехиздат, 1963.
2. **Дядькин Ю. Д.** Основы горной теплофизики для шахт и рудников Севера. — М.: Недра, 1968.
3. **Щербань А. Н., Кремнев О. А.** Научные основы расчета и регулирования теплового режима глубоких шахт. Т. 1. — Киев: Изд-во АН УССР, 1959.
4. **Courant R., Isaacson E., and Rees M.** On the Solution of Nonlinear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences, *Comm. Pure Appl. Math.*, 1952, 5.
5. **Gibson K. L.** The computer simulation of climatic conditions in underground mines. Ph. D. Thesis. University of Nottingham, 1976.
6. **Hemp R.** Environmental Engineering in South African Mines, Ch. 22. *Mine Vent. Soc. Of S, Africa*, 1982.
7. **Mackay L., Bluhm S., Van Rensburg J.** Refrigeration and cooling concepts for ultra-deep platinum mining. The 4th International Platinum Conference, Platinum in transition “Boom or Bust”, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2010.
8. **McPherson M. J.** Subsurface ventilation engineering, 2nd edition, Chapman&Hall, 2009.
9. **Воропаев А. Ф.** Теория теплообмена рудничного воздуха и горных пород в глубоких шахтах. — М.: Недра, 1966.
10. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. Методы расчета различных течений. — М.: Мир, 1991.
11. **Николаев С. А., Николаева Н. Г., Саламатин А. Н.** Теплофизика горных пород. — Казань: Изд-во КГУ, 1987.
12. **Андряшев М. М.** Техника расчета водопроводной сети. — М.: Сов. законодательство, 1932.
13. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. — М.: Наука, 1990.
14. **Фокс Д. А.** Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубопроводах. — М.: Энергоиздат, 1981.
15. **Луговский С. И.** Проветривание глубоких рудников. — М.: Госгортехиздат, 1962.
16. **Казаков Б. П., Шалимов А. В., Зайцев А. В.** Влияние закладочных работ на формирование теплового режима в горных выработках в условиях рудников ОАО “Норильский никель” // *Вестн. ПНИПУ. Геология. Нефтегаз. и горн. дело.* — 2012. — № 2.
17. **Карелин В. Н., Кравченко А. В., Левин Л. Ю., Казаков Б. П., Зайцев А. В.** Особенности формирования микроклиматических условий в горных выработках глубоких рудников // *Горн. журн.* — 2013. — № 6.