

## К РАСЧЕТУ ПОДЪЕМА ПЫЛИ ПРОХОДЯЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Ю. А. Гостеев, А. В. Федоров\*

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск, gosteev@itam.nsc.ru

\*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск,

\*Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет, 630008 Новосибирск  
fedorov@ngasu.nsk.ru

Предложена математическая модель подъема частиц пылевидных отложений под воздействием проходящих ударных волн, учитывающая одновременное действие на частицу сил Саффмана и аэродинамической интерференции. С помощью данной модели адекватно описана начальная стадия подъема одиночных частиц пылевидного слоя при воздействии на него ударных волн слабой и средней интенсивности. Достигнуто удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных. Показано, что в случае слабых ударных волн (число Маха ударной волны не превышает 1,5) и частиц среднего размера (диаметр менее 100 мкм) подъем частиц обусловлен действием силы Саффмана, в случае ударных волн средней интенсивности (число Маха  $2,1 \div 3,3$ ) и крупных частиц (диаметр  $200 \div 250$  мкм) — действием силы аэродинамической интерференции частицы и поверхности.

Ключевые слова: двухфазные течения, ударные волны, образование газозвесей.

Проблема подъема пылевидных отложений горючих дисперсных материалов проходящими ударными волнами уже давно вызывает интерес исследователей. Это обстоятельство не случайно, так как стадия образования пылевоздушной смеси играет важную роль в дальнейшем развитии процесса реагирования облака горючих частиц, в том числе в сторону взрывных и детонационных режимов горения.

Обзор существующих физических представлений и математических моделей, описывающих данное явление, приведен в [1, 2]. Кратко выводы авторов [1] сводятся к следующему. Механизм выброса пыли за счет формирования серии волн сжатия и разрежения в пылевидном слое непригоден для описания динамики смесеобразования. В то же время для описания начальной стадии выброса пыли пригоден механизм движения частиц, связанный с учетом сдвигового течения газа в пограничном слое. Позднее в [3] была предложена другая физическая модель явления, основанная на учете силы расталкивания, возникающей при аэродинамической интерференции частицы с поверхностью при прохождении вдоль поверхности ударной волны достаточно высокой ампли-

туды. Существуют и другие подходы для объяснения подъема частиц пыли, например учет вращательного движения частицы и возникающей при этом силы Магнуса (см. работу [4]) и т. д.

Роль того или иного механизма подъема частиц выявляется при рассмотрении количественных соотношений, связывающих интенсивность ударной волны, скорость нарастания пограничного слоя, размер частиц и другие параметры. Например, для случая сильных ударных волн и крупных частиц, которые относительно долго или же вообще не попадают внутрь пограничного слоя, более важным является механизм подъема, связанный с аэродинамическим взаимодействием. Поэтому в настоящей работе предлагается комбинированная математическая модель для описания процесса подъема частиц пылевидного слоя в режиме одиночных частиц, учитывающая одновременное действие сил Саффмана и аэродинамической интерференции.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим твердую частицу сферической формы, покоящуюся на плоской поверхности. Если на пластину приходит прямая ударная волна, то при ее скольжении вдоль поверхности за фронтом скачка начинается формиро-

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00587), INTAS OPEN (грант 97-2027), МНТЦ (код проекта 612), Механика (грант Е00-4.0-90).

ваться пограничный слой. В потоке газа за прошедшей ударной волной частица может начать двигаться по пластине [4]. Однако в данном исследовании возможным скольжением и качением частицы пренебрегаем, считая, например, что она помещена в неглубокую каверну. Будем считать, что основной механизм подъема частицы заключается в действии на нее силы Саффмана  $f_s$  [5] и силы аэродинамической интерференции  $f_{int}$  [3], которым противодействуют силы аэродинамического сопротивления  $f_a = (f_{a,x}, f_{a,y})$  и тяжести  $f_g$ . Свяжем начало системы координат  $(x, y)$ , где  $y$  — вертикальная координата, с начальным положением частицы и запишем с учетом сказанного уравнения движения:

$$\begin{aligned} m_p \frac{du_p}{dt} &= f_x, & m_p \frac{dv_p}{dt} &= f_y, \\ \frac{dx_p}{dt} &= u_p, & \frac{dy_p}{dt} &= v_p. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $x_p, y_p$  — координаты;  $u_p, v_p$  — продольная и вертикальная компоненты скорости;  $d_p, m_p = \rho_p \pi d_p^3 / 6$  и  $\rho_p$  — соответственно диаметр, масса и плотность материала частицы. Компоненты силы, действующей на частицу, таковы:

$$\begin{aligned} f_x &= f_{a,x} = \frac{\pi d_p^2}{4} c_D \frac{\rho_g (u_g - u_p) w_{p,g}}{2}, \\ f_y &= f_g + f_{a,y} + f_s + f_{int}, \end{aligned}$$

$$f_g = -m_p g, \quad f_{a,y} = -\frac{\pi d_p^2}{4} c_D \frac{\rho_g v_p w_{p,g}}{2}, \quad (2)$$

$$f_s = \frac{d_p^2}{4} c_s \rho_g (u_g - u_p) \left[ \nu \frac{\partial u_g}{\partial y} (x_p, y_p) \right]^{1/2},$$

$$f_{int} = \begin{cases} 0, & M_{\max}(M_0) \leq 1; \\ \pi d_p^2 \frac{\gamma}{2} p_0 M_0^2 C_p, & M_{\max}(M_0) > 1, \\ & y_p/d_p \leq \bar{l}_{int}; \\ 0, & M_{\max}(M_0) > 1, \\ & y_p/d_p > \bar{l}_{int}. \end{cases}$$

Здесь  $u_g = u_g(x_p, y_p, t)$  и  $\rho_g = \rho_g(x_p, y_p, t)$  — продольная компонента скорости и плотность газа в точке положения частицы;  $w_{p,g} = [(u_g^2 - u_p^2) + v_p^2]^{1/2}$  — скорость частицы относительно газа;  $\nu$  — кинематическая вязкость газа;  $c_D = c_D(\text{Re}_p)$  и  $c_s$  — коэффициенты силы сопротивления и силы Саффмана,  $\text{Re}_p = w_{p,g} d_p / \nu$  —

число Рейнольдса частицы;  $M_0$  — число Маха ударной волны;  $p_0$  и  $\gamma$  — давление в состоянии покоя и показатель адиабаты газа;  $C_p$  — коэффициент давления при аэродинамическом взаимодействии частицы и стенки;  $M_{\max}(M_0)$  — максимальное относительное число Маха течения газа, возникающего при прохождении частицы ударной волной [3]. Эта величина при  $M_{\max} > 1$  определяет возможность образования возле частицы отошедшего скачка уплотнения:

$$M_{\max} = 2(M_0^2 - 1) \{ [M_0^2(\gamma - 1) + 2] \times [2\gamma M_0^2 - (\gamma - 1)] \}^{-1/2}.$$

Действие силы  $f_{int}$  ограничено расстоянием  $\bar{l}_{int}$ , выраженным в диаметрах частицы. Будем предполагать, что взаимодействие частицы с поверхностью может складываться из (а) воздействия на частицу скачка, возникающего при отражении от плоскости присоединенной ударной волны; (б) подъемной силы, возникающей из-за разности давления на верхней и нижней поверхностях частицы вследствие торможения потока в области нижней части частицы [6].

Для коэффициента сопротивления используем зависимость [7]

$$c_D = \frac{24}{\text{Re}_p} + \frac{4,4}{\text{Re}_p^{0,5}} + 0,42.$$

Начальные условия для уравнений (1) имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0: \quad x_p &= 0, & y_p &= r_p = d_p/2, \\ & & u_p &= 0, & v_p &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, движение частицы в известном поле течения газа за прошедшей ударной волной с параметрами  $u_g(x, y, t)$ ,  $\rho_g(x, y, t)$  описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (1), дополненной выражениями (2) для действующих на частицу сил и начальными условиями (3).

## ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Для верификации математической модели выполнялись численные расчеты динамики частиц на основе системы уравнений (1)–(3).

**Случай слабой ударной волны.** Вначале проведем сравнение с экспериментальными данными работы [8] по зависимости высоты подъема частицы сажи ( $d_p \leq 40$  мкм,  $\rho_p = 2900$  кг/м<sup>3</sup>)

от расстояния от частицы до фронта прошедшей слабой ( $M_0 \approx 1,2 \div 1,4$ ) ударной волны. Так как в [8] изучался начальный период подъема пыли с плоской пластины, то формировавшийся пограничный слой был ламинарным. В этом случае стационарное поле течения газа можно представить в виде [8, 9]

$$u_g = \begin{cases} u_\infty \sin \frac{\pi y}{2\delta}, & 0 \leq y \leq \delta, \\ u_\infty, & y > \delta, \end{cases}$$

$$\delta = a_\delta [\nu(u_s t - x)]^{1/2}, \quad a_\delta = 3,64, \quad \rho g = \text{const.} \quad (4)$$

Здесь  $\delta$  — толщина пограничного слоя,  $u_s$  — скорость ударной волны,  $u_\infty$  — скорость газа за ударной волной. Так как в данных условиях  $M_{\text{max}} < 1$ , то отошедшего скачка возле частицы не образуется и сила интерференции не возникает ( $f_{\text{int}} = 0$ ) (возможным влиянием механизма (б) интерференционного взаимодействия пренебрегаем).

Из-за значительной неопределенности при задании коэффициента силы Саффмана  $c_S$  в пристенной области течения (см., например, [10]) значение этого параметра подбиралось из условия наилучшего согласования расчетных и экспериментальных данных для частицы размером  $d_p = 30$  мкм. На рис. 1, а проведено сравнение расчетов и данных эксперимента для двух вариантов течения:  $u_s = 434$  м/с,  $u_\infty = 133$  м/с и  $u_s = 385$  м/с,  $u_\infty = 64$  м/с. Для первого варианта приведены также результаты расчетов (кривая 3) при рекомендуемом авторами работы [8] значении  $c_S = 32,2$ . Видно, что удовлетворительное совпадение результатов расчетов и экспериментов достигается в случае  $c_S = 160$ . С ростом интенсивности ударной волны и расстояния от частицы до фронта волны точность предсказания подъема ухудшается.

В реальных условиях существует полидисперсность частиц насыпного слоя, вдоль которого скользит инициирующая ударная волна. Поэтому интересно проследить влияние размера частицы на динамику ее подъема (см. рис. 1, б, где представлены результаты расчетов при  $c_S = 32,2$ ). Из рис. 1, б видно, что увеличение диаметра частицы приводит к понижению высоты подъема в интервале времени, когда ударная волна не слишком обогнала частицу ( $x_s - x_p < 150$  мм). Затем мелкие частицы ( $d_p \leq 10$  мкм) быстрее релаксируют к скорости газа, и некоторое время их движение с

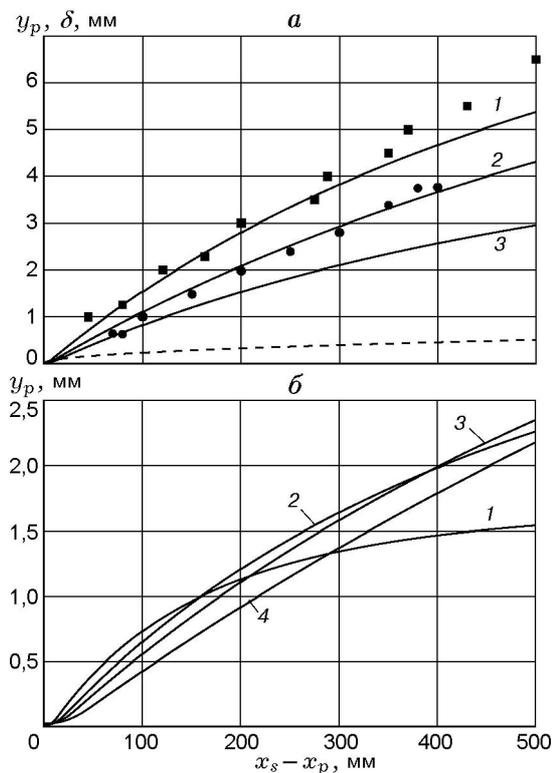


Рис. 1. Зависимость высоты подъема частицы сажи от ее положения относительно фронта проходящей ударной волны:

а:  $d_p = 30$  мкм, сплошные линии — расчет: 1 — при  $u_s = 434$  м/с,  $c_S = 160$ , 2 — при  $u_s = 385$  м/с,  $c_S = 160$ , 3 — при  $u_s = 434$  м/с,  $c_S = 32,2$ ; штриховая линия — местная толщина пограничного слоя за ударной волной ( $u_s = 385$  м/с), ■ и • — данные экспериментов [7] при тех же параметрах ударной волны, что и (1), (2);

б: влияние размера частицы на динамику подъема,  $u_s = 385$  м/с,  $c_S = 32,2$ ,  $d_p = 10$  (1), 20 (2), 30 (3), 50 мкм (4)

данной скоростью квазистационарно. Крупные частицы ( $d_p > 10$  мкм) имеют большее время релаксации, что обуславливает немонотонное поведение их траекторий (см. кривые 2–4). Полная высота подъема частицы также немонотонно зависит от размера. При диаметре частицы, не превышающем  $\approx 30$  мкм, зависимость  $y_p = y_p(x_s - x_p)$  является возрастающей в силу того, что крупные частицы более инерционны. С дальнейшим ростом размера частицы начинает сказываться торможение частицы из-за увеличения ее массы и высота подъема уменьшается. Приведенные результаты показывают, что при  $c_S = 32,2$  изменением размера частицы невозможно достичь согласования расчетных и экспериментальных данных.

Значения вертикальной скорости частицы

Таблица 1  
Эффективность действия силы Саффмана  
( $u_s = 434$  м/с,  $c_s = 160$ ,  $\rho_p = 2900$  кг/м<sup>3</sup>)

Диаметр частицы, мкм	Вертикальная скорость частицы на выходе из пограничного слоя, м/с
10	7,569
20	5,637
30	4,715
50	3,765

на выходе из пограничного слоя, приобретаемой под действием силы Саффмана, приведены в табл. 1. Видно, что при движении внутри пограничного слоя более мелкие частицы имеют большую вертикальную скорость.

**Случай ударной волны средней интенсивности.** В работе [4] приведены данные по подъему ударной волной ( $M_0 = 2,1 \div 3,3$ ) слоя частиц оргстекла ( $\rho_p = 1200$  кг/м<sup>3</sup>) и бронзы ( $\rho_p = 8600$  кг/м<sup>3</sup>). Диапазон размеров частиц  $d_p = 200 \div 250$  мкм.

В предыдущем параграфе был идентифицирован коэффициент силы Саффмана. Теперь свободными параметрами модели остаются коэффициент давления  $C_p$  и максимальное расстояние аэродинамического взаимодействия частицы с поверхностью  $\bar{l}_{int} = l_{int}/d_p$ . Следуя работе [3], принимаем  $C_p = 0,02$ . В серии расчетов траекторий частицы оргстекла при  $M_0 = 2,1$  ( $M_{max} = 1,017$ ) найдено оптимальное значение  $\bar{l}_{int} = 4,13$ . Для подкрепления этого результата отметим, что в монографии [6] обобщены экспериментальные данные о поперечном дозвуковом обтекании цилиндра вблизи плоскости и приведена следующая оценка максимальной толщины щели  $H$ , обеспечивающей режим наибольшего аэродинамического взаимодействия:  $H/d_p < 4$  или (так как  $H = l_{int} - r_p$ )  $\bar{l}_{int} < 4,5$ . Конечно, обтекание сферы носит менее стесненный характер по сравнению с обтеканием цилиндра. Кроме того, нужно принимать во внимание сверхзвуковой режим течения. Все эти факторы могут несколько корректировать опытное значение  $\bar{l}_{int}$ , но в целом имеется количественное соответствие теоретических оценок и экспериментальных данных, касающихся величины  $\bar{l}_{int}$ .

Данные расчетов траекторий частицы оргстекла ( $d_p = 225$  мкм) при  $M_0 = 2,1$  и

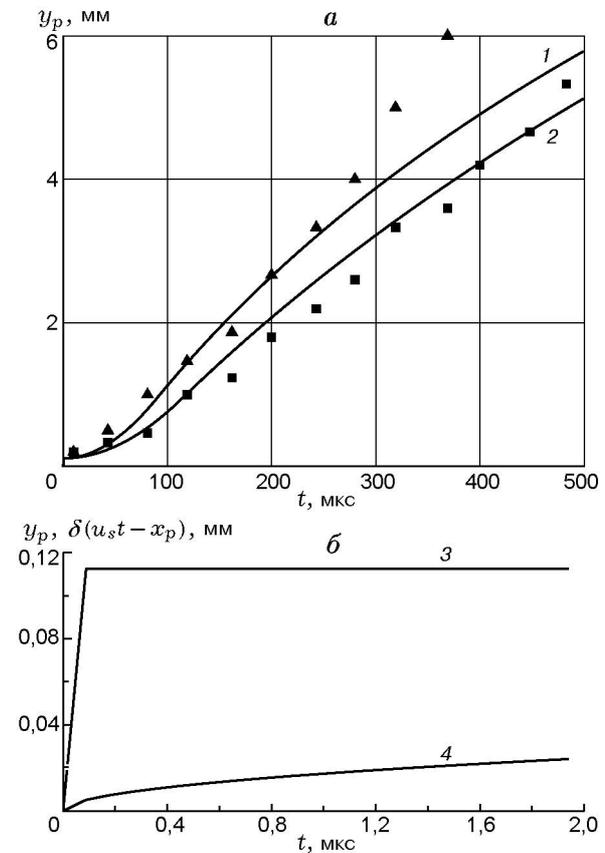


Рис. 2. Динамика подъема частицы оргстекла:  
*a*:  $d_p = 225$  мкм, сплошные линии — расчет: 1 —  $M_0 = 2,7$ , 2 —  $M_0 = 2,1$ , значки — экспериментальные данные [4]:  $\blacktriangle$  —  $M_0 = 2,7$ ,  $\blacksquare$  —  $M_0 = 2,1$ ;  
*б*: 3 — подъем частицы, 4 — рост местной толщины пограничного слоя

2,7 ( $M_{max} = 1,268$ ) в сравнении с опытными данными приведены на рис. 2, *a*. Заметим, что для лучшего совпадения с экспериментом можно учитывать увеличение коэффициента давления с ростом числа Маха ударной волны. На рис. 2, *б* показано изменение во времени вертикальной координаты частицы (кривая 3) и местной толщины пограничного слоя  $\delta(x_p, t)$  (кривая 4). Видно, что крупная частица в ходе подъема вообще не попадает внутрь пограничного слоя («выскакивает» из него), т. е. в данном случае сила Саффмана не действует на частицу ( $f_s = 0$ ).

Значения вертикальной скорости частицы, приобретаемой под действием силы аэродинамического взаимодействия, даны в табл. 2. Увеличение размера частицы приводит к слабому возрастанию скорости подъема. Связано это с тем, что, хотя более крупная частица имеет большую массу, она все же находится более

Таблица 2  
Эффективность действия силы  
аэродинамического взаимодействия  
( $M_0 = 2,7$ ,  $\bar{l}_{int} = 4,13$ ,  $\rho_p = 1200 \text{ кг/м}^3$ )

Диаметр частицы, мкм	Вертикальная скорость частицы после взаимодействия, м/с
200	17,652
225	17,663
250	17,668
300	17,681
400	17,699

длительное время под действием силы взаимодействия, так как величина  $l_{int}$  возрастает пропорционально размеру частицы.

Получено удовлетворительное совпадение роста высоты подъема частицы бронзы ( $d_p = 225 \text{ мкм}$ ) за проходящей ударной волной с числом Маха 2,7 в интервале времени до 200 мкс (рис. 3). Приведенные на рис. 3 экспериментальные данные соответствуют максимальной высоте подъема частиц запыленного слоя.

## ВЫВОДЫ

- Для описания подъема частиц пыли в поле течения газа в рамках лагранжева подхода сформулирована математическая модель, которая основана на использовании сил Саффмана и аэродинамической интерференции.

- С помощью данной модели адекватно описана начальная стадия подъема одиночных частиц пылевидного слоя при воздействии на слой ударных волн слабой и средней интенсивности.

- Показано, что в случае слабых ударных волн и частиц среднего размера подъем частиц может осуществляться посредством силы Саффмана, в случае ударных волн средней интенсивности и крупных частиц — за счет действия силы аэродинамической интерференции частицы и поверхности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Цыганов С. А. Смесеобразование за ударными волнами и детонация в пылегазовых системах // First Intern. Coll. on Explosibility of Industrial Dusts. Baranow, 8–10 Novembre, 1984: Book of Papers. Pt 2. P. 137–161.

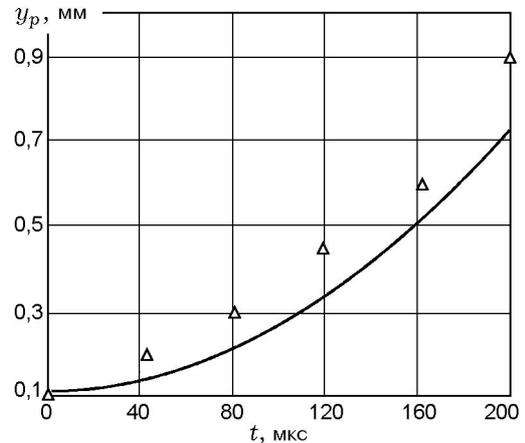


Рис. 3. Динамика подъема частицы бронзы:

сплошная линия — расчетные данные авторов ( $d_p = 225 \text{ мкм}$ ), значки — экспериментальные данные [4];  $M_0 = 2,7$

2. Федоров А. В., Хмель Т. А., Федорова Н. Н. и др. Обзор экспериментальных исследований и анализ существующих математических моделей процессов смесеобразования для систем типа воздух — угольная пыль // Отчет ИТПМ СО РАН. Новосибирск, 1999.
3. Волков В. Ф., Федоров А. В., Фомин В. М. Проблема взаимодействия сверхзвукового потока с облаком частиц // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 26–31.
4. Бойко В. М., Папырин А. Н. О динамике образования газовзвеси за ударной волной, скользящей вдоль поверхности сыпучей среды // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 2. С. 122–126.
5. Saffman P. G. The lift on a small sphere in a slow shear flow // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. P. 383–400.
6. Петров К. П. Аэродинамика тел простейших форм. М.: Факториал, 1998.
7. Стернин Л. Е., Маслов Б. И., Шрайбер А. А. и др. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980.
8. Merzkirch K. Bracht. The erosion of dust by a shock wave in air: Initial stages with laminar flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1978. V. 4. P. 89–95.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
10. Гавин Л. Б., Шрайбер А. А. Турбулентные течения газа с частицами // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. 1991. Т. 25. С. 90–182.

Поступила в редакцию 17/V 2001 г.