УДК 536.24

# Ламинарная свободная конвекция между вертикальными параллельными пластинами с различными температурами<sup>\*</sup>

## В.И. Терехов, А.Л. Экаид

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

# E-mail: terekhov@itp.nsc.ru

Представлены результаты численного исследования течения и теплообмена при ламинарной свободной конвекции между вертикальными параллельными изотермическими пластинами с различными температурами. При этом температура горячей пластины была выше, а холодной, соответственно, ниже, чем температура окружающей среды. Температурный фактор изменялся в пределах  $R_T = -5 \div 1$ . Число Прандтля было постоянным Pr = 0,71, а число Рэлея варьировалось Ra =  $10^3 \div 10^5$ . Соотношение геометрических размеров пластин и расстояний между ними было неизменным: A = L/w = 10. Полностью элиптические уравнения Навье–Стокса и уравнение энергии решались методом конечных объемов на разнесенных сетках. Проанализировано влияние температурного фактора на структуру течения в области входа и выхода из канала. Особое внимание уделено изучению режимов инверсии, когда подъемное течение в канале сменяется на опускное за счет интенсивного охлаждения одной из стенок. Представлены данные по распределению скоростей и температур между пластинами, локальной и интегральной теплоотдаче, что позволяет глубже понять механизм обменных процессов между параллельными пластинами с асимметричным нагревом.

Ключевые слова: ламинарная свободная конвекция, теплообмен, параллельные пластины, режим инверсии.

#### Введение

Изучение теплообменных характеристик естественно-конвективного течения воздуха между параллельными вертикальными пластинами имеет важное значение прежде всего из-за необходимости решения проблемы температурного контроля для электронного оборудования. Подобный способ пассивного (естественноциркуляционного) охлаждения микроэлектронного и другого оборудования имеет ряд преимуществ благодаря простоте конструкции и эксплуатации, низкому уровню рабочих шумов и небольшим энергетическим затратам. Подробно проблемы пассивного охлаждения электронного оборудования представлены в работе [1]. Там же отмечается, что фундаментальные механизмы естественно-конвективного теплообмена при наличии сложных условий изучены еще не достаточно полно.

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-08-00105-а).

<sup>©</sup> Терехов В.И., Экаид А.Л., 2012

До настоящего времени естественная конвекция между двумя вертикальными пластинами изучалась многими исследователями при разных типах граничных условий на стенках канала в присутствии или отсутствии входных и выходных эффектов. При этом основное внимание в литературе уделено случаю подъемного (или опускного) течения при симметричном нагреве или охлаждении пластин. Свободная конвекция с несимметричными тепловыми граничными условиями изучена в значительно меньшей мере, а случаи, когда температура одной из пластин выше, а другой ниже по сравнению с температурой окружающей среды, до настоящего времени не изучались. В то же время подобные процессы широко встречаются в различных изделиях, таких как стеклопакеты с вентилируемыми прослойками [2], многослойная теплоизоляция зданий с воздушными промежутками и других энергоустановках.

В первых экспериментах [3] изучался теплообмен в промежутке между параллельными вертикальными пластинами в вертикальных трубах различного сечения при равномерной и одинаковой температуре стенок. Авторы работы [4] представили первое численное исследование для развивающегося естественноконвективного течения в изотермическом канале в приближении пограничного слоя. При этом авторы предполагали равномерные профили скорости и температуры на входе в канал, тогда как на выходе течение было полностью развитым. Результаты численного решения демонстрируют хорошее согласие с данными работы [3] для области умеренных чисел Рэлея  $Ra^* = 10^2 \div 10^5$ . При высоких числах Рэлея расчетные числа Нуссельта были выше экспериментальных, как это показано в работах [5, 6]. Это вызвано тем, что предположение о равномерности профиля скорости на входе в канал по мере возрастания числа Рэлея становится все менее реалистичным. Дальнейшее численное моделирование данной задачи проделано авторами [7-11] как для равномерной температуры стенки, так и для равномерного теплового потока. Случаи асимметричного нагрева также были рассмотрены в работе [8]. Авторами представлены результаты численного и экспериментального исследований развивающегося теплообмена при свободной ламинарной конвекции в каналах из вертикальных параллельных пластин с асимметричным нагревом для случаев постоянной температуры стенки или теплового потока.

В работе [12] численно и экспериментально изучалось развитие естественной конвекции в асимметрично нагреваемом вертикальном канале с открытыми концами при одностороннем нагреве проницаемой пластины. Для моделирования течения и теплообмена жидкости в вертикальном канале решались нестационарные двумерные уравнения Навье–Стокса в переменных завихренность — функция тока.

Авторы работ [13, 14] провели экспериментальные и численные исследования влияния расстояния между пластинами на характеристики теплообмена при естественной конвекции в вертикальном канале с односторонним нагревом. Течение в вертикальном канале, вызванное плавучестью, численно изучалось при решении полных уравнений Навье–Стокса с учетом перепада давления перед входом [15, 16] для чисел Грасгофа Gr =  $10^2 \div 10^4$ . В этих работах анализируются границы возможного использования метода задания граничных условий непосредственно на входе и выходе канала. Почти нет экспериментальных данных по естественно-конвективному течению воздуха между вертикальными параллельными пластинами при равномерном тепловом потоке. В работе [17] представлены результаты измерений локального теплообмена в канале с симметричным нагревом. Были получены корреляции для локального теплообмена вдоль канала и максимальной температуры стенки, как функция основных параметров задачи; эксперименты охватили диапазон модифицированных чисел Рэлея Ra ~  $20 \div 2,5 \cdot 10^3$ .

В классической работе [18] проведено аналитическое исследование оптимального расстояния между вертикальными параллельными пластинами при различных граничных условиях. Изучались случаи с постоянными и одинаковыми температурами стенок и тепловых потоков, а также для одной теплоизолированной пластины. Задача решалась в приближении пограничного слоя для двух распределений скорости на входе — равномерного и полностью развитого. Полученные аналитические соотношения позволяют оценить интенсивность теплоотдачи и интегральный расход воздуха между пластинами для указанных двух предельных случаев и используются для сопоставительного анализа широким кругом исследователей. В обзоре [19] дано подробное состояние проблемы и на основании имеющихся данных рекомендуются соответствующие корреляционные соотношения для чисел Нуссельта.

Авторы работы [20] провели численное исследование течения с развивающейся свободной конвекцией между изотермическими вертикальными пластинами с соотношением геометрических размеров в диапазоне  $A = 5 \div 12$ . Уравнения Навье–Стокса и уравнение энергии были решены численно в диапазоне чисел Грасгофа Gr =  $50 \div 5 \cdot 10^4$ , а условия входа-выхода имитировались присоединением полукруговой области. Авторы установили, что такая постановка задачи дает близкие к опытным данным результаты и предельные переходы для случаев погранслойных подходов.

Область вниз по течению исследовалась в работах [21-26]. Из этих исследований следует важный вывод о том, что в случае симметричного нагрева пластин при расчете теплоотдачи вполне приемлемым является исключение области после выхода из канала. Однако при несимметричном нагреве эта область сильно влияет на суммарный расход газа и, соответственно, на теплоперенос. Поэтому в общем случае задачу о свободноконвективном теплопереносе между пластинами необходимо решать вместе с течением газа в областях, присоединенных ко входному и выходному сечениям. Авторы работы [27] численно изучали ламинарную естественную конвекцию при Pr << 1 в каналах между вертикальными параллельными пластинами с постоянным тепловым потоком. В работе показано, что учет реальных условий на входе и выходе канала может привести к принципиальным изменениям по сравнению с жесткими граничными условиями. По существу к тем же выводам пришли авторы работы [28], которые численно изучали ламинарную свободную конвекцию в изотермическом асимметрично нагреваемом канале. В результате ими были предложены эмпирические корреляции для определения коэффициентов теплоотдачи для каждой стенки канала.

Настоящее исследование, являющееся развитием работы [29], посвящено численному изучению ламинарной естественной конвекции воздуха между двумя вертикальными параллельными пластинами с отличающимися температурами. Одна из рассматриваемых стенок горячая, а температура другой может изменяться в широком диапазоне, так что температурный фактор изменяется в пределах  $R_T = -5 \div 1$ , а число Рэлея — в диапазоне  $Ra = 10^3 \div 10^5$ . Основное внимание уделено анализу влияния температурного фактора на структуру течения и теплоперенос, а также режимам инверсии, когда подъемное течение на нагретой стенке компенсируется опускным на холодной.

# 1. Постановка задачи. Теоретический анализ

Численные исследования проводились посредством решения двумерных уравнений Навье–Стокса и уравнения энергии в приближении Буссинеска. Рассматриваемая краевая задача имеет неизвестные условия на входе и на выходе между пластинами. Поэтому расчетная область кроме пространства между пластинами включает два дополнительных прямоугольника у входа и выхода канала с мягкими граничными условиями на границах. Оптимальный размер этих областей и число расчетных узлов определялись в серии численных экспериментов и верификацией на опытных данных, полученных в более простых условиях. Как правило, линейный размер входной и выходной областей был не меньше, чем высота пластины *L*. Численное решение было получено для числа Прандтля Pr = 0,71 и модифицированного числа Рэлея в диапазоне Ra =  $10^3 \div 10^5$ .

Конфигурация задачи представлена на рис. 1, a, где показан асимметрично нагреваемый вертикальный канал с двумя параллельными пластинами при постоянных температурах  $T_{H^p}$   $T_C$ , высота пластин L, а расстояние между ними w. Расчетная область на рис. 1, b демонстрирует высоту  $L_Y$  и ширину  $L_X$  присоединенных ко входу и выходу прямоугольных областей; также там представлены все граничные условия для этой области, что позволяет имитировать аэродинамику и теплоперенос в районе втекания и вытекания газа в канал между пластинами. Течение ньютоновской жидкости в канале полагается двумерным, ламинарным и несжимаемым. Полагается также, что все свойства жидкости постоянны, кроме изменения плотности для сил плавучести в уравнении сохранения импульса. С этими допущениями основные уравнения сохранения записываются в безразмерном виде следующим образом:

уравнения неразрывности и сохранения импульсов:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}\right) = 0, \tag{1}$$

$$\left(U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \sqrt{\frac{\Pr}{\operatorname{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)\right],\tag{2}$$

$$\left(U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \sqrt{\frac{\Pr}{\operatorname{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial V}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)\right] + \theta;$$
(3)

- сохранение энергии:

$$\left(U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right) = \frac{1}{\sqrt{\Pr \operatorname{Ra}}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)\right].$$
(4)

Система уравнений (1-4) решалась в безразмерном виде с использованием следующих переменных:

$$X, Y = \frac{x, y}{w}; \quad U, V = \frac{u, v}{\sqrt{g\beta(T_{\rm H} - T_{\rm o})w}}; \quad P = \frac{P}{\rho g\beta(T_{\rm H} - T_{\rm o})w}; \quad \theta = \frac{(T - T_{\rm o})}{(T_{\rm H} - T_{\rm o})};$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_{\rm H} - T_{\rm o})w^{3} \operatorname{Pr}}{v^{2}}; \quad \operatorname{Pr} = \frac{v}{a}; \quad A = \frac{L}{w}.$$
(5)

Здесь  $T_{\rm H}$ ,  $T_{\rm C}$  и  $T_{\rm o}$  — температуры на горячей, холодной стенке и окружающего воздуха соответственно. Тогда выражение для температурного фактора запишем в следующем виде:

$$R_T = \frac{(T_{\rm C} - T_{\rm o})}{(T_{\rm H} - T_{\rm o})}.$$
(6)

418

В расчетных исследованиях температурный фактор изменялся в пределах  $R_T = -5 \div 1$ . При  $R_T = 1$  имеет место симметричный нагрев (охлаждение) пластин  $(T_H = T_C)$ , и во всем промежутке между пластинами течение является однонаправленным (подъемным или опускным) в зависимости от значений температуры пластин и окружающего газа.

Во втором предельном случае  $R_T = 0$  температура холодной пластины совпадает с окружающей средой, поэтому свободная конвекция в пространстве между пластинами формируется в основном за счет подъемного течения у горячей стенки.

Если температура холодной стенки становится ниже окружающей среды  $T_C < T_o$ , то температурный фактор изменяет знак ( $R_T < 0$ ) и вдоль нагретой пластины развивается восходящее течение, а вдоль холодной — опускное. При некотором значении температурного фактора ( $R_T \rightarrow -1$ ) достигается режим инверсии, когда интегральный расход через промежуток между пластинами становится нулевым. При этом суммарный тепловой фактор на горячей и холодной пластинах также может изменять свой знак. Этот режим имеет место в том случае, когда горячая пластина перегрета относительно окружающего газа на ту же величину, что и разница температур между газом и холодной пластиной:  $T_H - T_o = T_o - T_C$ . По мере дальнейшего снижения температуры холодной стенки ( $R_T < -1$ ) опускное течение начинает превалировать над подъемным, а число Рейнольдса, рассчитанное по суммарной скорости, изменяет свой знак.

Структура поля течения характеризуются числом Рейнольдса на входе

$$\operatorname{Re} = \frac{2\rho v_m w}{\mu} = 2V_m \sqrt{\operatorname{Ra}/\operatorname{Pr}}, \qquad (7)$$

где *v<sub>m</sub>* — размерная средняя скорость на входе.

Локальное число Нуссельта для горячей и холодной стенки определяется, соответственно, как:

$$\operatorname{Nu}_{\mathrm{H}} = \frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_{X=0}, \quad \operatorname{Nu}_{\mathrm{C}} = \frac{\partial \theta}{\partial X}\Big|_{X=1}.$$
 (8)

Среднее число Нуссельта вдоль всей длины канала определяется как:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{H}} = \frac{1}{A} \int_{0}^{A} \mathrm{Nu}_{\mathrm{H}} \, dY, \quad \overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{C}} = \frac{1}{A} \int_{0}^{A} \mathrm{Nu}_{\mathrm{C}} \, dY.$$
(9)

Тепловой баланс течения в канале дает следующие выражения для интегрального числа Нуссельта на обеих стенках:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\mathrm{o}} = \frac{1}{A} \int_{0}^{1} \left[ \left( \sqrt{\mathrm{Ra} \, \mathrm{Pr}} \, V \, \theta \right)_{Y=A} - \left( \sqrt{\mathrm{Ra} \, \mathrm{Pr}} \, V \, \theta \right)_{Y=0} \right] dX.$$
(10)

Величина интегрального теплообмена на холодной и горячей пластинах определялась также суммированием тепловых потоков по соотношению (9). При этом отличие результатов расчета от теплового баланса (10) не превышало 0,4 %. Граничные условия задачи представлены в табл. и на рис. 1.

# Таблица

Граничные условия	U	V	θ
АВ и LK	dU/dX = 0	V = 0	$d\theta/dX = 0$
EF и GH	dU/dX = 0	V = 0	$\Theta = 0$
FG	U = 0	dV/dY = 0	$\Theta = 0$
AL	U = 0	dV/dY = 0	$d\theta/dY = 0$
CD	U = 0	V = 0	$\Theta = 1,0$
IJ	U = 0	V = 0	$\Theta = R_T$
BC, DE, JK и HI	U = 0	V = 0	$d\theta/dY = 0$





Рис. 1. Схема задачи: а — физическая картина течения, b — вычислительный домен и граничные условия.

# 2. Численный метод

Для дискретизации рассматриваемых определяющих уравнений используется метод конечных объемов. Система алгебраических уравнений решается методом прогонки неявно по линейной схеме исключения Гаусса. Для аппроксимации конвективных членов в уравнениях движения и энергии использовалась противопоточная схема. Была разработана компьютерная программа для получения численных результатов с использованием сопряжения давления-скорости (алгоритм SIMPLE) [29].

Благодаря этому жесткому сопряжению и нелинейности уравнений для обеспечения сходимости требуется процедура релаксации. Релаксационные множители используются для компонентов скорости, температуры и давления, которые составляют, соответственно, 0,5, 0,8 и 0,7. Для ускорения сходимости релаксационные коэффициенты должны подбираться для каждого отдельного случая [30, 31]. Критерий сходимости в каждом из них определялся как  $(\Phi_{i+1} - \Phi_i)/\Phi_i \le 10^{-5}$ , где  $\Phi$  — рассматриваемая независимая переменная, а *i* — номер итерации. Кроме того, необходимо, чтобы нормализованные остатки для массы, импульса и энергии в полном поле течения были ниже 10<sup>-3</sup>. Для расчетов была разработана структурированная неравномерная сетка в декартовых координатах. Для обеспечения точности численных результатов было проведено исследование влияния размеров сетки на результаты расчета. Размер расчетной сетки у стенок и в областях входа и выхода уменьшался по степенному закону. Между пластинами в основной серии расчетов использовалась сетка (30 × 60), которая по сравнению с сеткой  $(60 \times 120)$  давала ошибку менее 3 % для характерных параметров. Также тестировались размеры присоединенных ко входу и выходу областей. Исследования показали, что оптимальными размерами этих областей являются  $L_x = (L + w)$  и  $L_y = L$ . Более детально этот вопрос освещен в работах [21, 24].

# 3. Тестирование кода. Сопоставление с расчетными и опытными данными

Тестирование численного кода производилось для классического случая естественной конвекции между параллельными пластинами с симметричным нагревом и при значении температурного фактора  $R_T = 1$ . Этот режим конвекции в литературе подробно изучен теоретически [7, 8, 19] и экспериментально [3, 8, 19]. Сравнение данных этих работ с результатами расчетов настоящего исследования представлено на рис. 2. Здесь показано изменение среднего числа Нуссельта вдоль горячей или холодной стенки в зависимости от модифицированного числа Рэлея

$$\operatorname{Ra}^* = 2\operatorname{Ra}(w/L) (1 + R_T).$$

Использование числа Рэлея в таком представлении позволяет обобщить данные при различных геометрических характеристиках A, а также при вариации температурного фактора  $R_T$ . Подробно проблема обобщения данных при различных геометрических характеристиках и температурных факторах обсуждается в работах [28, 29]. Как видно из рис. 2, литературные данные практически полностью совпадают с результатами тестовых расчетов настоящей работы в очень широком диапазоне чисел Рэлея  $\text{Ra}^* = 10^{-1} \div 10^5$ . Детальные тестовые сопоставления по локальным характеристикам течения и теплообмена представлены в работах [29, 32].



*Рис.* 2. Сравнение среднего числа Нуссельта с экспериментальными [8, 3, 9] (5, 6, 7 соответственно) и аналитическими [18, 19] (8, 9 соответственно) данными. Полностью развитое течение [7]:  $R_T = 0$  (1), 1 (2); результаты расчетов настоящего исследования:  $R_T = 0$  (3), 1 (4).

# 4. Обсуждение результатов расчета

# Структура течения

В настоящей статье исследуется свободная ламинарная конвекция и теплообмен между двумя параллельными изотермическими пластинами с ограниченной длиной A = L/w = 10. Температура окружающего газа перед пластинами и за ними одинакова, а температура нагретой стенки была выше, чем температура газа  $T_{\rm H} \ge T_{\rm o}$ . Температура холодной пластины могла быть выше или ниже, чем температура газа  $T_{\rm C} \ge T_{\rm o}$ . При этом температуры пластин изменялись так, что  $R_T = (T_{\rm C} - T_{\rm o})/(T_{\rm H} - T_{\rm o}) = -5 \div 1$ . В предельных случаях при  $R_T = 1$  температуры пластин были одинаковые, а при  $R_T = 0$  температура холодной пластины совпадала с температурой окружающего воздуха. При отрицательных величинах  $R_T$  температура холодной пластины ниже, чем температура газа, вдоль нее формируется нисходящее течение. В этом случае картина течения является особенно сложной, поскольку между пластинами формируется встречное движение потоков вдоль холодной и горячей стенок.

На рис. З демонстрируются картины течения (векторы скорости) между пластинами и в окрестности входа и выхода для числа Рэлея  $Ra = 10^4$  и температурного фактора  $R_T = -0.5$ , -2.0 и -5.0. На рисунке видно, что нагрев или охлаждение пластин вызывает конвективные потоки при движении вверх и вниз вдоль горячей и холодной пластин, соответственно. От входа течение ускоряется, двигаясь вверх вдоль горячей стенки и вниз вдоль холодной, но замедляется с приближением к выходу. При этом в промежутке между пластинами формируется циркуляционный обмен между горячим и холодным потоками так, что часть холодного или горячего газа не покидает области между пластинами, и течение по своим свойствам приближается к случаю замкнутой прослойки. Важно также отметить, что по



*Рис. 3.* Поле скоростей между пластинами и в присоединенных объемах при  $R_T = -0.5$  (*a*), -2 (*b*), -5 (*c*). Ra =  $10^4$ .

422

мере снижения температуры холодной стенки (рис. 3, *b*, *c*) входящие и выходящие потоки в нижней присоединенной области теряют устойчивость и течение становится несимметричным.

Влияние температурного фактора  $R_T$  на структуру конвективных течений между пластинами и распределение температур для чисел Рэлея Ra =  $10^3$  и  $10^4$  показано на рис. 4, *a* и *b*, соответственно. Здесь представлены профили параметров в трех сечениях — на входе в канал (*Y* = 0), в среднем его сечении (*Y* = 5), а также на его выходе (*Y* = 10). Таким образом можно проследить природу формирования восходящего и нисходящего течений, что позволяет объяснить поведение коэффициента теплообмена на холодной и горячей стенках, а также определить числа Рейнольдса между пластинами.

Видно, что распределения продольной скорости и температуры неравномерны по ширине канала, и они существенно меняются в зависимости от величины температурного фактора  $R_T$ . При  $R_T = 1$  профили скоростей и температур симметричны. Но в отличие от случая конвекции на одиночной вертикальной пластине профили скорости не имеют характерного максимума в окрестности стенки. Тече-



423



*Рис.* 4. Профили скорости и температуры между пластинами при  $R_T = 1$  (1), 0 (2), (-0,25) (3), (-0,5) (4), (-1) (5), (-2) (6), (-5) (7) (a, b). Ra =  $10^3$  (a),  $10^4$  (b).

ние при этом сходно режиму вынужденной конвекции в канале с параллельными стенками. Кроме того, профиль скорости на входе не является равномерным и в окрестности пластин уже вблизи входа имеются достаточно толстые пограничные слои, появление которых обусловлено особенностями отрывного обтекания острой входной кромки. Поэтому использование предположения о наличии ударного профиля скорости на входе, как это делается, например, в работах [18, 19], требует для конкретных условий задачи дополнительного обоснования.

Подобная картина течения наблюдается во всем исследованном диапазоне чисел Рэлея с той лишь разницей, что по мере возрастания числа Ra профиль скорости становится более наполненным и толщина пограничных слоев уменьшается.

Особенно сильные изменения наблюдаются на холодной стенке при  $R_T < 0$ . По мере охлаждения стенки на ней формируется нисходящий поток, который в нижней части канала становится несимметричным, с максимумом скорости в окрестности холодной стенки. При этом для больших отрицательных значений  $R_T$ течение постепенно становится нисходящим по всему каналу, несмотря на то, что температура одной из пластин выше температуры окружающего воздуха. Исключение составляют области, непосредственно примыкающие к нижней части пластин, где за счет расширения потока формируются возвратные потоки газа. Интересно отметить, что при увеличении числа Рэлея интенсивность нисходящих потоков снижается. В этом можно убедиться, сравнив данные рис. 4, *a*, *b*, где представлены расчеты для чисел Рэлея Ra =  $10^3$  и  $10^4$ , соответственно.

Распределение температуры газа в промежутке между пластинами в целом соответствуют особенностям формирования структуры течения за счет подъемных и опускных потоков. При  $R_T > 0$  неравномерность температуры на входе достаточно быстро сглаживается и за счет эффектов перемешивания профиль приближается к стабилизированному. Для режимов с  $R_T < 0$  как и для профилей скорости характерно быстрое расширение области с отрицательным значением относительной температуры  $\theta$ , что приводит к развитию нисходящего течения.

# Локальный теплообмен

Изменение локального числа Нуссельта вдоль горячей и холодной стенок канала для различных соотношений температур  $R_T = 1, 0, -2, u -5$  показано на рис. 5, *a*–*d*. Расчеты проведены при вариации числа Рэлея Ra =  $10^3, 10^4$  и  $10^5$ . При симметричном нагреве ( $R_T = 1$ , рис. 5, *a*), как и следовало ожидать, теплообмен на обеих





Рис. 6. Влияние температурного фактора R <sub>1</sub>
на локальный теплообмен на горячей и холод-
ной пластинах.

Ra =  $10^4$ ;  $R_T = 1$  (1), 0 (2), -2 (3), -5 (4).

стенках одинаков и по мере развития течения его интенсивность снижается. Для малых чисел Рэлея ( $Ra = 10^3$ ) теплообмен приближается к режиму теплопроводности и Nu  $\rightarrow 1$ .

По мере уменьшения температуры холодной стенки картина теплопереноса между пластинами кардинально изменя-

ется. Число Нуссельта Nu<sub>C</sub> на охлаждаемой стенке уменьшается и уже при равенстве ее температуры окружающему воздуху ( $R_T = 0$ , рис. 5, b) тепловой поток меняет знак на противоположный. Это происходит вследствие того, что втекающий в канал газ из окружающего пространства нагревается на горячей стенке и передает теплоту противоположной пластине. При отрицательных значениях температурного фактора ( $R_T < 0$ ) теплообмен на обеих пластинах интенсифицируется, что связано с деформацией как аэродинамических, так и тепловых полей внутри прослойки. Действительно, как это следует из рис. 4 и 5, *c*, *d*, при интенсивном охлаждении стенки возрастают скорости встречных потоков, а температура газа в прослойке понижается, что также приводит к дополнительному росту теплообмена на горячей стенке.

Поведение локального теплообмена при различных температурных факторах наглядно демонстрируется на рис. 6. Наиболее сильные изменения числа Нуссельта имеют место в областях, примыкающих ко входу и выходу из канала. Причем по мере уменьшения  $R_T$  эффекты влияния входных и выходных условий увеличиваются. Если на входе максимальный уровень теплообмена прогнозируем и обусловлен малой толщиной пограничного слоя, то на выходе он объясняется внезапным расширением потока, его отрывом и локальным ускорением. Очевидно, что использование приближения пограничного слоя для описания теплообмена в данных зонах неприемлемо.

# Интегральные характеристики течения и теплообмена

Закономерности поведения интегральных характеристик течения и теплообмена при различных температурных факторах показаны на рис. 7–9. Средние коэффициенты теплоотдачи на пластинах и число Рейнольдса определялись по формулам (7, 9 и 10).

Изменение числа Рейнольдса, рассчитанное по средней скорости между пластинами, показано на рис. 7. Видно, что при антисимметричных условиях, т. е. когда одна пластина нагрета, а другая охлаждена на одну и ту же температуру относительно окружающего воздуха

*Рис.* 7. Изменение числа Рейнольдса с температурным фактором.  $Ra = 10^{3} (1), 10^{4} (2), 10^{5} (3).$ 





*Рис.* 8. Изменение среднего числа Нуссельта на горячей (*a*) и холодной (*b*) стенках в зависимости от температурного фактора.  $Ra = 10^3 (1), 10^4 (2), 10^5 (3) (a, b).$ 

 $(R_T = -1)$ , расход восходящего потока равен расходу нисходящего и число Рейнольдса обращается в ноль Re = 0. При этом осредненное по высоте пластин число Нуссельта не равно нулю. Действительно, судя по данным рис. 8, в этом режиме тепловой поток через газовую прослойку передается от горячей стенки к холодной, а встречные потоки являются симметричными.

Абсолютные значения теплового потока на горячей (рис. 8, *a*) и холодной (рис. 8, *b*) пластинах возрастают по мере снижения температуры холодной стенки. Причем наиболее интенсивный рост тепловых потоков наблюдается на холодной стенке и обусловлен он увеличением градиентов температуры за счет ее охлаждения. На горячей же стенке интенсификация теплообмена вызвана в основном эффектом захолаживания газового потока.

На холодной стенке по мере снижения  $R_T$  тепловой поток меняет направление. Этот режим достигается примерно при  $R_T = 0$  (рис. 8, *b*), когда температуры окружающей среды и стенки становятся равными между собой. В то же время интегральный теплообмен через обе пластины равен нулю при  $R_T = -1$ , когда поступающая к газу теплота от горячей стенки полностью передается холодной. Об этом свидетельствуют данные рис. 9, из которого следует, что режим инверсии суммарного теплового потока достигается при  $R_T = -1$ . При его увеличении  $(R_T > -1)$  тепловой поток передается от пластин к газу (Nu<sub>o</sub> > 0), а при снижении температуры холодной стенки  $(R_T < -1)$  поток теплоты, наоборот, направлен от газа к пластинам.

# Заключение

Численно исследованы структура течения и теплообмен при свободной ламинарной конвекции внутри канала между вертикальными параллельными пластинами с асимметричным нагревом и охлаждением. Увеличение температурного фактора ведет к интенсификации теплообмена на горячей и холодной стенках.

*Рис.* 9. Изменение интегрального числа Нуссельта в канале от температурного фактора. Ra =  $10^{3}$  (*1*),  $10^{4}$  (2),  $10^{5}$  (3).



На холодной стенке при снижении температуры ( $R_T \rightarrow 0$ ) теплообмен понижается и при определенных температурных соотношениях между R<sub>T</sub> и числом Рэлея Ra наблюдается реверс теплового потока, когда тепло от газа начинает передаваться стенке.

Описываются режимы инверсии, когда расход нисходящего течения на холодной стенке равен расходу газа в окрестности горячей стенки, вызванному силами плавучести. Детально анализируется структура полей осевой скорости и температур между пластинами. При этом дается объяснение сложному явлению взаимодействия встречных течений. В областях, примыкающих ко входу и выходу из канала, наблюдаются локальные отрывы потока и его ускорение, что приводит к неравномерности распределения локальной теплоотдачи.

# Обозначения

a — температуропроводность газа, м <sup>2</sup> /c, A — отношение ширины канала к его длине, $L/w$ , g — ускорение свободного падения, м/c <sup>2</sup> , Gr — число Грасгофа	<ul> <li><i>P</i> — безразмерное давление,</li> <li>Ra — число Релея,</li> <li>Ra<sup>*</sup> — модифицированное число Релея,</li> <li>2Ra·(<i>w/L</i>) (1 + <i>R<sub>T</sub></i>),</li> </ul>
<ul> <li><i>k</i> — теплопроводность, Вт/м·К,</li> <li><i>L</i> — высота канала, <i>m</i>,</li> <li>Nu — локальное число Нуссельта,</li> <li>Nu — среднее число Нуссельта по пластине,</li> <li>Nu<sub>0</sub> — суммарное число Нуссельта по обеим пластинам,</li> </ul>	$R_T$ — температурный фактор, T — температура газа, K, U, V — безразмерные скорости, $V_m$ — безразмерная средняя скорость на входе, w — ширина канала, м, X, Y — безразмерная система координат.
Гпеческі	ие символы

#### еческие символ

$\dot{\alpha}$ — коэффициент теплоотдачи, Вт/м <sup>2</sup> ·К,	<i>v</i> — кинематическая вязкость, м <sup>2</sup> /с,
$\beta$ — коэффициент теплового расширения, K <sup>-1</sup> ,	$\rho$ — плотность, кг/м <sup>3</sup> ,
	$\theta$ — безразмерная температура.

#### Подстрочные символы

С — холодная стенка,	о — окружающий,
Н — горячая стенка,	* — модифицированный параметр.

# Список литературы

- 1. Инкопера Ф.П. Исследование конвективной теплоотдачи применительно к задачам охлаждения электронного оборудования // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер. А.: Современное машиностроение. 1989. № 9. C. 49-69.
- 2. Diomidov M.V., Nizovtsev M.I., Terekhov V.I. Ventilation of window interpane cavity armed at a higher temperature of the inner pane // Int. J. Thermal Sci. 2001. Vol. 5, No. 2. P. 15-22.
- 3. Elenbaas W. Heat dissipation of parallel plates by free convection // Physica. 1942. Vol. 9/1. P. 2–28.
- 4. Бодойя Д.К., Остерл Д.Ф. Развитие естественной конвекции между нагретыми вертикальными пластинами // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер.: Теплопередача. 1962. № 1. С. 52-56.
- 5. Novotny J.L. Laminar free convection between finite vertical parallel plates // Progress in Heat and Mass Transfer / Ed. T.F. Irvine Jr., New York: Pergamon Press. 1968. Vol. 2, P. 13-22.
- 6. Miyatake O., Fujii T. Free convection heat transfer between vertical parallel plates One plate isothermally heated and the other thermally insulated // Heat Transfer-Japan. Res. 1972. Vol. 1. P. 30-38.
- 7. Aung W. Fully developed laminar free convection between vertical plates heated asymmetrically // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. P. 1577-1580.
- 8. Aung W., Fletcher L.S., Sernas V. Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. P. 2293-2308.
- 9. Aihara T. Effects of inlet boundary conditions on numerical solutions of free convection between vertical parallel plates // Report of the Institute of High Speed Mechanics, Tohuku University, Japan. 1973. Vol. 28. P. 1-27.
- 10. Burch T., Rhodes T., Acharya S. Laminar natural convection between finitely conducting vertical plates // Int. J. Heat Mass Transfer. 1985. Vol. 28. P. 1173-1186.

- Kim S.H., Anand N.K., Aung W. Effect of wall conduction on free convection between asymmetrically heated vertical plates: Uniform wall heat flux // Int. J. Heat Mass Transfer. 1990. Vol. 33. P. 1013–1023.
- Arthur J.H, Beard J.T, Ribando R.J. Natural convection in a vertical asymmetrically heated, permeable walled channel // Int. J. of Numerical Heat Transfer. Part A. 1989. Vol. 16. P. 309–323.
- 13. Спэрроу Е.М., Крайслер Д.М., Азеведо Л.А. Наблюдаемое обратное течение, измеренные и рассчитанные числа Нуссельта для свободной конвекции в вертикальном анале с односторонним обогревом. // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер.: Теплопередача. 1984. № 2. С. 46–53.
- Sparrow E.M., Azevedo L.F. A vertical-channel natural convection spanning between the fully-developed limit and the single-plate boundary-layer limit // Int. J. Heat Mass Transfer. 1985. Vol. 28. P. 1847–1857.
- 15. Nakamura H., Asako Y., Naitou T. Heat transfer by free convection between two parallel flat Plates // Int. J. of Numerical Heat Transfer. 1982. Vol. 5. P. 95–106.
- Kettleborough C.F. Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects // Int. J. Heat Mass Transfer. 1972. Vol. 15. P. 883–896.
- 17. Виртц Р.А., Стуцман Р.Д. Экспериментальное исследование свободной конвекции между вертикальными пластинами с симметричным нагревом. // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. 1982. № 3. С. 93–99.
- 18. Бар-Коэн А., Розеноу В.М. Термически оптимальный промежуток между вертикальными параллельными пластинами, охлаждаемыми свободной конвекцией // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. 1984. № 1. С. 114–120.
- Olsson C.-O. Prediction of Nusselt number and flow rate of buoyancy driven flow between vertical parallel plates // ASME J. Heat Transfer. 2004. Vol. 126. P. 97–104.
- Naylor D., Floryan J.M., Tarasuk J.D. A numerical study of developing free convection between isothermal vertical plates // ASME J. Heat Transfer. 1991. Vol. 113. P. 620–626.
- Chang T.S., Lin T.F. Transient buoyancy-induced flow through a heated, vertical channel of finite Height // Int. J. of Numerical Heat Transfer. Part A. 1989. Vol. 16. P. 15–35.
- 22. Раманатхан С., Кумар Р. Корреляция для естественной конвекции между нагреваемыми вертикальными пластинами // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер. А.: Современное машиностроение. 1991. № 9. С. 1–12.
- 23. Shyy W., Gingrich W.K., Gebhart B. Adaptive grid solution for buoyancy-induced flow in vertical slots // Int. J. Numerical Heat Transfer. Part A. 1992. Vol. 22. P. 51–70.
- Morrone B., Campo A., Manca O. Optimum plate separation in vertical parallel-plate channels for natural convective flows: Incorporation of large spaces at the channel extremes // Int. J. Heat Mass Transfer. 1997. Vol. 40. P. 993–1000.
- 25. Campo A., Manca O., Morrone B. Numerical analysis of partially heated vertical parallel plates in natural convective cooling // Int. J. of Numerical Heat Transfer. Part A. 1999. Vol. 36. P. 129–151.
- Morrone B. Natural convection between parallel plates with conjugate conductive effects // Int. J. Numerical Heat Transfer. Part A. 2001. Vol. 40. P. 873–886.
- Campo A., Manca O., Morrone B. Numerical investigation of the natural convection flows for low-Prandtl fluids in vertical parallel-plates channels // ASME J. Heat Transfer. 2006. Vol. 72, P. 1–12.
- Roeleveld D., Naylor D., Oosthuizen P.H. Empirical correlation for free convection in an isothermal asymmetrically heated vertical channel // Heat Transfer Engng. 2009. Vol. 30. P. 189–196.
- 29. Ekaid A.L., Chichindaev A.V., Terekhov V.I. Laminar natural convection between vertical isothermal plates with different temperatures // Proc. 7th Intern. Conf. on Computational Heat and Mass Transfer, Istanbul, 2011. No. 185. P. 18–22.
- **30. Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: Энергоатомиздат, 1984. 154 с.
- 31. Терехов В.И., Экаид А.Л. Трехмерная ламинарная конвекция внутри параллелепипеда с нагревом боковых стенок // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 6. С. 905–911.
- 32. Terekhov V.I., Ekaid A.L. Natural convection between vertical parallel plates with asymmetric heating and cooling // Proc. 6th Baltic Heat Transfer Conf. Tampere, 2011. No. 185. 11 p.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2011 г.