

УДК 532.135, 532.552

## **Исследование гидродинамики при ламинарном течении неньютоновских жидкостей в изогнутом канале\***

**А.И. Кадыйров, Е.К. Вацагина**

*Исследовательский центр проблем энергетики  
Казанского научного центра РАН*

E-mail: aidarik@rambler.ru

Рассматривается стационарное ламинарное течение неньютоновских жидкостей в изогнутых каналах (отводах и поворотах). Представлена математическая модель и результаты численных исследований. Проведен сравнительный анализ гидравлического сопротивления в изогнутых каналах для псевдопластичной, ньютоновской и дилатантной жидкостей.

**Ключевые слова:** изогнутый канал, неньютоновская жидкость, псевдопластичная жидкость, дилатантная жидкость, реологическая модель.

### **Введение**

В качестве элементов или составных частей различного рода технологических линий и/или теплотехнологического оборудования широко распространены изогнутые каналы, различные изгибы, колена, повороты, например, каналы подачи вязкого мазута в котельную, магистрали нефти и водоугольной суспензии. Вместе с тем, известно, что процессы транспортировки рабочих сред в изогнутых каналах характеризуются значительными потерями напора.

Начиная с пионерских экспериментальных работ [1–4] известно, что течение в изогнутых трубах значительно сложнее, чем течение в прямых трубах. Из-за инерции жидкости, в дополнение к основному осевому потоку появляются вторичные течения, вызванные дисбалансом между градиентом давления потока и центробежной силы. Поток в этом случае состоит из пары контуров вращающихся вихрей, которые появляются даже в незначительно изогнутых трубах. Поэтому анализ зависимостей распределения гидродинамических и вязкостных характеристик потока исследуемых жидкостей от конфигурации изогнутого канала и от типа жидкости является актуальной задачей, в особенности для рабочих сред, характеризующихся нелинейной вязкостью.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.» (ГК № П1212).

### Постановка задачи

Изогнутые трубы являются составными частями трубопроводов, поэтому рассмотрим геометрическую область, изображенную на рис. 1. Всю геометрическую область определения неизвестных функций удобно разбить на три части: два прямолинейных участка (I, III) и изогнутый участок (II) с произвольным углом поворота. В настоящей работе рассматриваются изотермические стационарные ламинарные течения неньютоновской жидкости.

Для математического описания гидродинамических процессов на прямолинейных участках (I, III части на рис. 1) удобно использовать цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$ . Системы уравнений, описывающие гидродинамику неньютоновских жидкостей в прямолинейных каналах, достаточно широко представлены в литературе, например [5]. Поэтому научный интерес представляет математическая модель, описывающая процессы гидродинамики в изогнутом участке.

При разработке математической модели ламинарного движения неньютоновских жидкостей в гладких изогнутых каналах примем следующие допущения: сечение канала имеет форму окружности и постоянно по всей длине; течение несжимаемой жидкости стационарное ламинарное; реологическое поведение среды характеризуется наличием нелинейно-вязких свойств; сила тяжести входит в уравнения неявно через избыточное давление.

Реологические свойства неньютоновских жидкостей описываются с помощью модели дифференциального типа [6]:

$$\bar{T} = -pI + 2\mu(I_2)D, \quad (1)$$

где  $\bar{T}$  — тензор напряжений,  $p$  — давление,  $I$  — единичный тензор,  $D = 1/2(\text{grad}\bar{v} + (\text{grad}\bar{v})^T)$  — тензор скоростей деформаций,  $\bar{v}$  — вектор скорости,  $\mu(I_2)$  — эффективная вязкость,  $I_2 = 4\text{tr}(D^2)$  — второй инвариант тензора скоростей деформаций, индекс « $T$ » — символ транспонирования, « $\text{tr}$ » — операция взятия следа тензора.

В качестве конкретной зависимости вязкости  $\mu(I_2)$  использовалась модель Кутателадзе–Хабахпашевой [7]:

$$\varphi_* = \exp(-\tau_*), \quad \text{где } \varphi_* = \frac{(\varphi_* - \varphi)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}, \quad \tau_* = \tilde{\theta} \frac{(\tau - \tau_1)}{(\varphi_\infty - \varphi_0)}.$$

Здесь  $\tau = \mu(I_2) \frac{\sqrt{I_2}}{2}$ ,  $\varphi = \frac{1}{\mu(I_2)}$  — текучесть,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_\infty$  — текучести при  $\tau \rightarrow 0$  и

$\tau \rightarrow \infty$ ,  $\tilde{\theta}$ ,  $\tau_1$  — мера и предел структурной стабильности жидкости.

Для математического описания гидродинамики в изогнутом канале (часть II на рис. 2) использована ортогональная криволинейная система координат  $(r, \varphi, s)$ , представленная соотношениями (2)–(3):

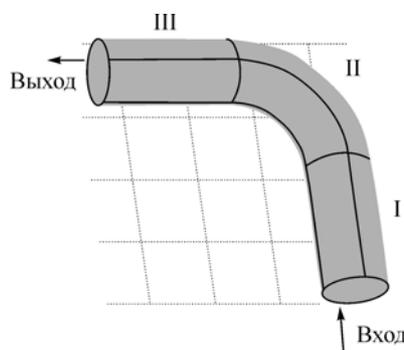


Рис. 1. Геометрическая область течения.

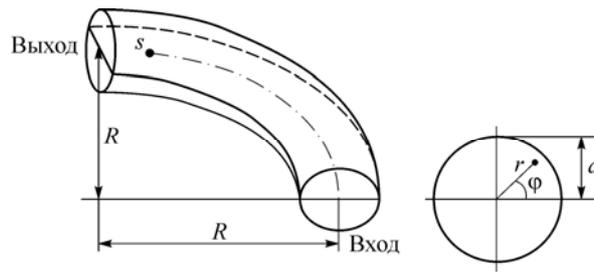


Рис. 2. Конфигурация изогнутого участка.

$$r = \frac{1}{a} \sqrt{z^2 + (\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2} - R}, \quad s = \frac{R}{a} \arctg \frac{y}{x}, \quad (2)$$

$$x = (R + \arccos \varphi) \cos((a/R)s), \quad y = (R + \arccos \varphi) \sin((a/R)s), \quad z = \arcsin \varphi, \quad (3)$$

где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты произвольной точки в поперечном сечении изогнутого канала;  $s$  — расстояние от поперечного сечения, в котором расположена точка, до входа в канал;  $(x, y, z)$  — декартова система координат;  $a$  — радиус поперечного сечения канала;  $R$  — радиус кривизны изогнутого канала.

Математическая модель стационарного ламинарного течения реологически сложных жидкостей в изогнутом канале с произвольным углом поворота в системе координат (2)–(3) имеет вид

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{w}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{v^2}{r} - \frac{a}{R\alpha} \cos \varphi w^2 \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} +$$

$$+ \frac{1}{r\alpha} \left( \frac{\partial r\alpha T_{\langle 11 \rangle}}{\partial r} + \frac{\partial \alpha T_{\langle 12 \rangle}}{\partial \varphi} + \frac{\partial r T_{\langle 13 \rangle}}{\partial s} - \alpha T_{\langle 22 \rangle} - \frac{a}{R} r \cos \varphi T_{\langle 33 \rangle} \right), \quad (4)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{w}{\alpha} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{uv}{r} + \frac{a}{R\alpha} \sin \varphi w^2 \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} +$$

$$+ \frac{1}{r\alpha} \left( \frac{\partial r\alpha T_{\langle 21 \rangle}}{\partial r} + \frac{\partial \alpha T_{\langle 22 \rangle}}{\partial \varphi} + r \frac{\partial T_{\langle 23 \rangle}}{\partial s} + \frac{a}{R} r \sin \varphi T_{\langle 33 \rangle} + \alpha T_{\langle 21 \rangle} \right), \quad (5)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{w}{\alpha} \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{a}{R\alpha} \cos \varphi uw - \frac{a}{R\alpha} \sin \varphi vw \right) = -\frac{1}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial s} +$$

$$+ \frac{1}{r\alpha} \left( \frac{\partial r\alpha T_{\langle 31 \rangle}}{\partial r} + \frac{\partial \alpha T_{\langle 32 \rangle}}{\partial \varphi} + \frac{\partial r T_{\langle 33 \rangle}}{\partial s} - \frac{a}{R} r \sin \varphi T_{\langle 32 \rangle} + \frac{a}{R} r \cos \varphi T_{\langle 31 \rangle} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\alpha ru) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(\alpha v) + \frac{\partial rw}{\partial s} = 0, \quad (7)$$

где  $\alpha = 1 + ar/R \cos \varphi$ ,  $u, v, w$  — компоненты вектора скорости.

Согласно (1), компоненты тензора напряжений имеют вид

$$T_{\langle 11 \rangle} = 2\mu(I_2) \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial r}, \quad T_{\langle 22 \rangle} = 2\mu(I_2) \frac{1}{ar} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \right),$$

$$T_{\langle 33 \rangle} = 2\mu(I_2) \frac{1}{a\alpha} \left( \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{a}{R} \cos \varphi u - \frac{a}{R} \sin \varphi v \right),$$

$$T_{\langle 12 \rangle} = \mu(I_2) \frac{1}{a} \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial u}{\partial \varphi} - v \right) + \frac{\partial v}{\partial r} \right], \quad T_{\langle 13 \rangle} = \mu(I_2) \frac{1}{a} \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{a}{R} \cos \varphi w \right) + \frac{\partial w}{\partial r} \right],$$

$$T_{\langle 23 \rangle} = \mu(I_2) \frac{1}{a} \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{a}{R} \sin \varphi w \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right].$$

Эллиптический характер используемых уравнений математической модели требует постановки граничных условий на выходе из каналов, которые заранее неизвестны. В качестве граничных условий на выходе из участка (III) принимаются условия стабилизации искомых полей скоростей по длине каналов:  $\partial u / \partial z = 0$ ,  $\partial v / \partial z = 0$ ,  $\partial w / \partial z = 0$ , и условия симметрии гидродинамических и скоростных полей:  $\partial u / \partial \varphi = \partial v / \partial \varphi = \partial w / \partial \varphi = 0$ .

На входе в первый прямолинейный участок (I) задается параболический профиль скорости. На стенках каналов заданы условия прилипания жидкости:  $u = v = w = 0$ . На совместных границах прямолинейных участков с искривленным каналом задаются условия непрерывности.

#### Адекватность разработанной математической модели

В качестве программного комплекса, реализующего поставленную задачу, используется Comsol Multiphysics 3.5 (лицензия № 1034329), который основан на методе конечных элементов. Количество элементов разбиения исследуемых областей варьировалось от 190 000 до 250 000 в зависимости от рассматриваемой области.

Адекватность разработанной математической модели рассмотрена на примере течения в канале круглого сечения с поворотом  $180^\circ$  раствора 60 % бензилового спирта в 95 % этиловом спирте ( $\rho = 931 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu = 0,03 \text{ кг/(м·сек)}$ ,  $r_1 = 0,011 \text{ м}$  — радиус канала,  $R = 0,0635 \text{ м}$  — радиус кривизны,  $De = 416$  — число Дина,  $Re = 1000$ ). На рис. 3 представлено сравнение распределений относительной скорости жидкости в исследуемом канале, полученных на основе разработанной математической модели, состоящей из системы уравнений (4)–(7) и соответствующих граничных условий, с результатами экспериментальных данных [8] и расчетными данными [9]. Здесь и далее в качестве относительной скорости использована величина, равная отношению абсолютной скорости к среднерасходной. Среднее относительное отклонение экспериментальных данных от результатов, полученных с помощью математической модели, составило менее 13 %.

На рис. 4 представлено сравнение полученного на основе разработанной математической модели относительного коэффициента гидравлического сопротивления с представленным в литературе [10] корреляционным соотношением:

$$f/f_0 = De^{1/2} \left( 0,0899 + 1,11 De^{-0,701} \right), \quad 10 < De < 3000, \quad f_0 = 64/Re. \quad (8)$$

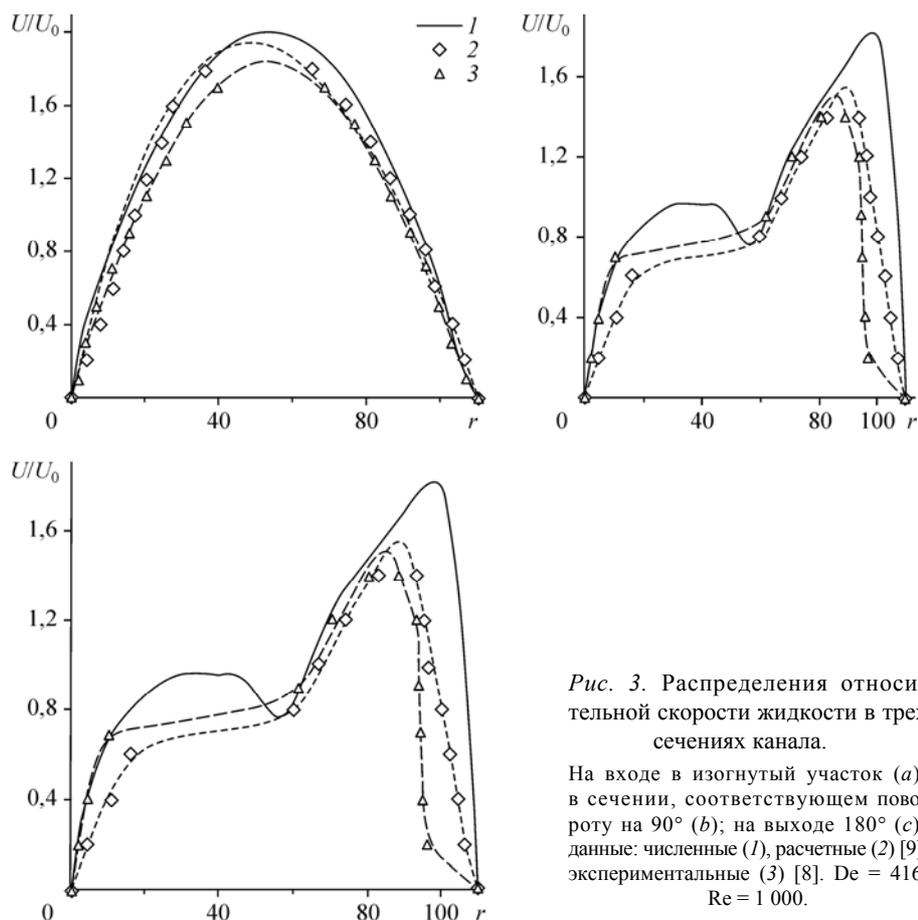


Рис. 3. Распределения относительной скорости жидкости в трех сечениях канала.

На входе в изогнутый участок (a); в сечении, соответствующем повороту на  $90^\circ$  (b); на выходе  $180^\circ$  (c); данные: численные (1), расчетные (2) [9], экспериментальные (3) [8].  $De = 416$ ,  $Re = 1000$ .

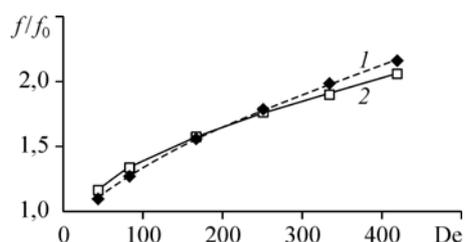
Результаты расчетов получены для минерального трансформаторного масла в канале с поворотом на  $180^\circ$ . Температура масла полагалась равной 303 К, внутренний радиус канала  $r_1 = 0,011$  м. Сравнение численных результатов с корреляционным соотношением показали, что средняя относительная погрешность для относительного коэффициента гидравлического сопротивления составила менее 3,6 %.

### Результаты численных расчетов

При проведении численных расчетов в качестве неньютоновских жидкостей рассмотрены псевдопластичная жидкость (0,65 % раствор NaКМЦ [11]) и модельная дилатантная жидкость со следующими значениями предэкспонентов реологического уравнения Кутателадзе–Хабах-

Рис. 4. Зависимость относительного коэффициента гидравлического сопротивления от числа Дина.

Коэффициенты гидравлического сопротивления в изогнутом —  $f$ , прямолинейном —  $f_0$  каналах;  $De$  — число Дина; 1 — данные согласно соотношению (8), 2 — результаты численных исследований.



пашевой:  $A_0 = 232,7 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$ ,  $A_\infty = 805 \text{ (Па}\cdot\text{с)}^{-1}$ ,  $B_0 = 3,879 \text{ кДж/моль}$ ,  $B_\infty = 2,008 \text{ кДж/моль}$ ,  $\theta_0 = -8,869 \text{ (Па}^2\cdot\text{с)}^{-1}$  [12]. В качестве обычной ньютоновской жидкости использовано трансформаторное масло. Характеристики исследуемых жидкостей заданы при температуре 303 К, геометрические размеры изогнутых каналов — согласно ГОСТ 30753-2001 (ИСО 3419-81) и ГОСТ 17375-2001 (ИСО 3419-81). В работе рассмотрены четыре конфигурации канала: канал № 1 (отвод 90-2-57 4-TS4 ГОСТ 30753-2001, внутренний диаметр  $D = 0,049 \text{ м}$ , радиус изогнутости  $R = 0,05 \text{ м}$ ); канал № 2 (отвод 90-2-57 4-TS4 ГОСТ 17375-2001, внутренний диаметр  $D = 0,049 \text{ м}$ , радиус изогнутости  $R = 0,075 \text{ м}$ ); канал № 3 (отвод 180-2-57 4-TS4 ГОСТ 30753-2001, внутренний диаметр  $D = 0,049 \text{ м}$ , радиус изогнутости  $R = 0,05 \text{ м}$ ); канал № 4 (отвод 180-2-57 4-TS4 ГОСТ 17375-2001, внутренний диаметр  $D = 0,049 \text{ м}$ , радиус изогнутости  $R = 0,075 \text{ м}$ ).

Комплекс численных расчетов для неньютоновских жидкостей показал, что на участках изгиба происходит перестройка профиля скорости, при которой максимум скорости смещается к внешней стенке, а на внутренней стенке образуются застойные зоны. Характер полученных распределений хорошо согласуется с известными в литературе данными [9]. Уменьшение радиуса изогнутости приводит к незначительному увеличению максимальной скорости и увеличению размеров застойной области.

Для детального изучения формирования профиля скорости в изогнутом канале построены распределения соответствующих характеристик в различных сечениях изогнутого канала при течении псевдопластичной жидкости. На рис. 5 представлены распределения относительной скорости. Здесь и далее число Рейнольдса

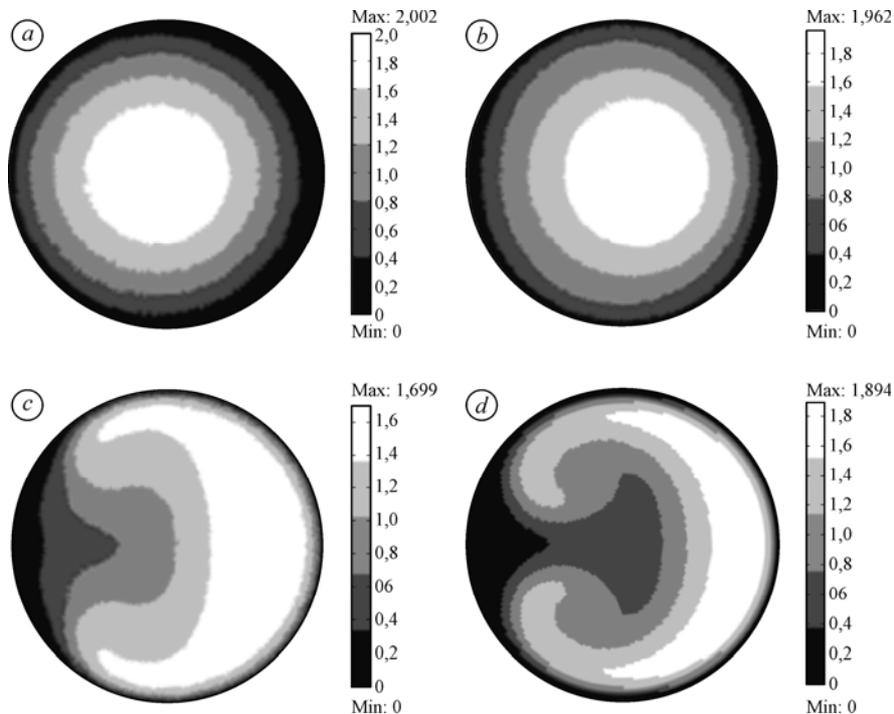


Рис. 5. Распределение относительной скорости в различных сечениях изогнутого канала № 2. На входе в изогнутый участок (а); в сечениях, соответствующих поворотам на 30° (b), на 60° (c); на выходе из изогнутого участка (d).  $Re = 600,23$ ; псевдопластичная жидкость.

вычислено по среднему значению вязкости на входе в прямолинейный участок и среднерасходной скорости. Видно, что на входе в изогнутый участок максимум скорости незначительно смещен к внутренней стенке, затем по мере движения жидкости по изогнутому каналу он постепенно смещается к внешней стенке. Течение в исследуемом канале характеризуется наличием парой вихрей, что хорошо согласуется с литературными данными [9]. Результаты расчетов показали, что смещение максимума скорости во входном сечении зависит от среднерасходной скорости и радиуса кривизны изогнутого канала, наибольшее отклонение максимума скорости ко внутренней стенке изогнутого канала достигается с увеличением скорости и уменьшением радиуса кривизны канала. При  $Re = 600$  влияние типа жидкости на профиль скорости на входе в изогнутый участок практически отсутствует.

Для определения влияния типа жидкости на картину течения в изогнутых каналах проведены расчеты для ньютоновской, псевдопластичной и дилатантной жидкостей. Результаты расчетов представлены на рис. 6, *a–f* в виде контуров относительной скорости в сечениях, соответствующих выходу из изогнутого участка канала № 2. Видно, что при одинаковом числе  $Re = 600$  для трех типов жидкостей наблюдаются некоторые различия в картинах течения. Например, для канала № 1 и  $Re = 600$  (рис. 6, *a–c*) размеры области с относительной скоростью 0,551, расположенной на оси изогнутого канала, являются наибольшими для псевдопластичной и наименьшими для дилатантной жидкостей. Увеличение радиуса изогнутости канала приводит к увеличению размеров области на оси изогнутого канала, которой соответствуют малые скорости течения жидкости. Область с максимальной скоростью преимущественно расположена на внешней стенке, т. е. с увеличением радиуса изогнутости размеры вихревой зоны уменьшаются. Характер течения связан с реологическим поведением исследуемых жидкостей, а именно, для псевдопластичной жидкости характерно уменьшение вязкости с возрастанием

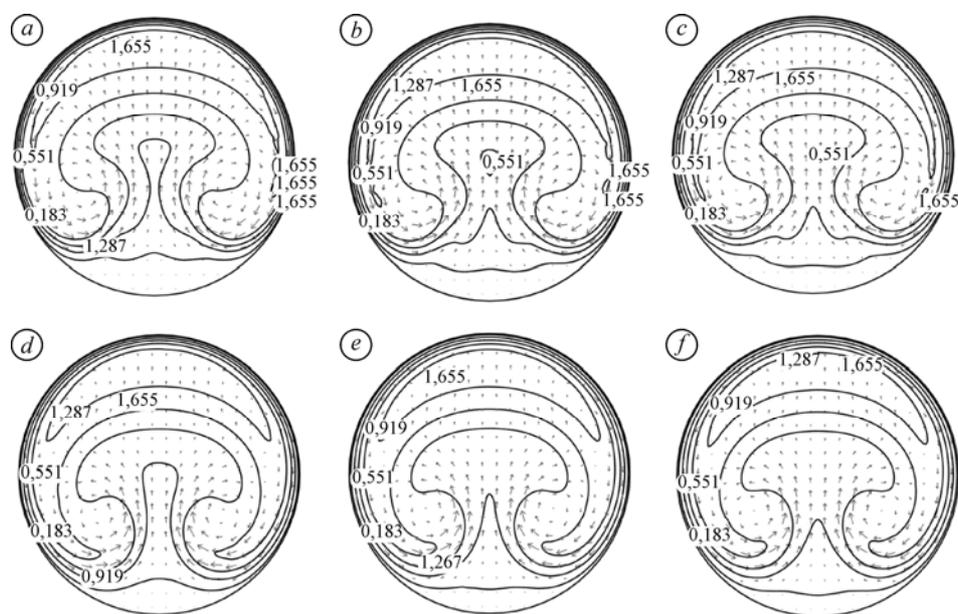


Рис. 6. Распределение относительной скорости в выходном сечении изогнутого канала.

Изогнутые каналы: № 1 — вверх, № 2 — вниз; жидкости: псевдопластичная (*a, d*), ньютоновская (*b, e*), дилатантная (*c, f*).  $Re = 600$ .

интенсивности касательных напряжений, а для дилатантной наоборот — увеличение.

Исследование влияния конфигурации изогнутого участка на вязкость неньютоновских жидкостей показало, что при  $Re = 600$  средняя по сечению вязкость псевдопластичной жидкости на выходе из каналов № 1 и 2 уменьшается соответственно на 2,31 % и 2,81 %, а дилатантной жидкости — увеличивается на 1,12 % и 2,1 %. Незначительное изменение вязкости связано с реологическим поведением сред [6, 12].

Следующая серия рисунков иллюстрирует поведение неньютоновских жидкостей в изогнутых каналах с поворотом на  $180^\circ$  (рис. 7, 8). Результаты расчетов для  $Re = 600,23$  представлены в виде распределений относительной скорости в сечениях, соответствующих повороту на  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  и  $180^\circ$  (см. рис. 7). Формирование профиля скорости в первой половине изогнутого канала аналогично рис. 5. Отличие составляет профиль скорости в сечении, соответствующем повороту на  $90^\circ$ . Для изогнутого канала № 2 область с максимальной скоростью сконцентрирована около внешней стенки, а для канала № 4 наблюдается распространение ее вдоль стенки к внутренней части изогнутого канала. Образованная в первой половине пара вихрей, начиная с  $3/4$  части изогнутого канала № 4, начинает затухать (рис. 7, *c, d*).

На рис. 8 представлены распределения относительной скорости в сечении, соответствующем выходу из изогнутого участка канала № 4, при течении ньютоновской и неньютоновских жидкостей. Как видно из рисунка, характер зависимости картины течения от типа жидкости аналогичен рис. 6 и при этом размеры затухающих вихрей для псевдопластичной жидкости больше, чем для дилатантной.

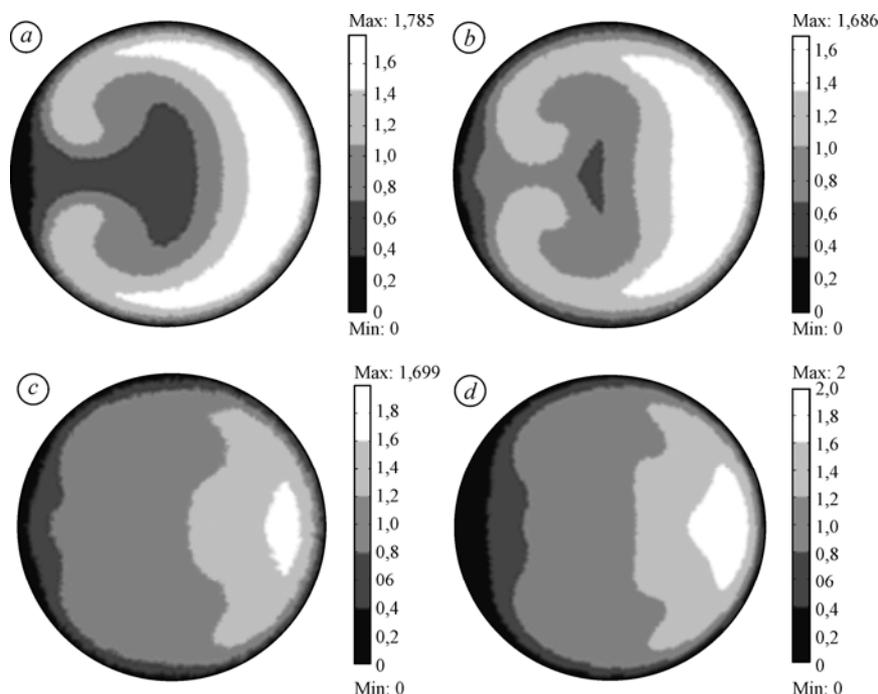


Рис. 7. Распределение относительной скорости в различных сечениях изогнутого канала № 4. В сечениях, соответствующих поворотам на  $90^\circ$  (*a*), на  $120^\circ$  (*b*), на  $150^\circ$  (*c*); на выходе изогнутого участка (*d*).  $Re = 600,23$ ; псевдопластичная жидкость.

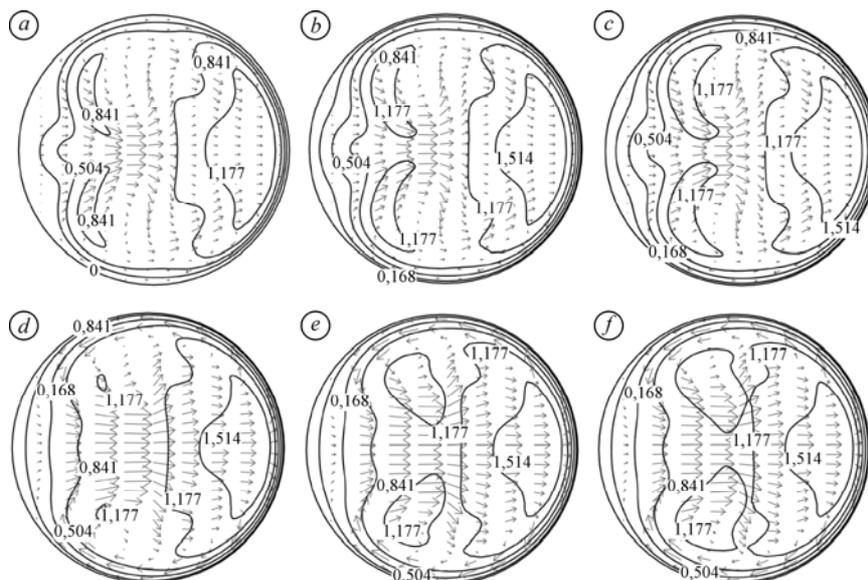


Рис. 8. Распределение относительной скорости в выходном сечении изогнутого канала. Изогнутые каналы: № 3 —верху, № 4 —внизу; жидкости: псевдопластичная (а, d), ньютоновская (b, e), дилатантная (c, f).  $Re = 600$ .

Распределения вязкости в сечении, соответствующем выходу из изогнутого участка, так же, как для каналов № 1, 2, характеризуются уменьшением вязкости на внешней стенке для псевдопластичной жидкости и увеличением для дилатантной. При этом средняя вязкость в выходном сечении каналов № 3, 4 для псевдопластичной жидкости уменьшается на 0,6 % и 1,26 % соответственно, а для дилатантной увеличивается на 0,4 % и 1 %. Связано это с тем, что в данном случае профиль скорости на выходе из изогнутого участка практически сформирован, поэтому в исследуемом сечении наблюдается сравнительно равномерное распределение второго инварианта тензора скоростей деформации.

На рис. 9 представлены зависимости относительного гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса при ламинарном течении ньютоновской, псевдопластичной и дилатантной жидкостей в рассматриваемых каналах (каналы № 1–4).

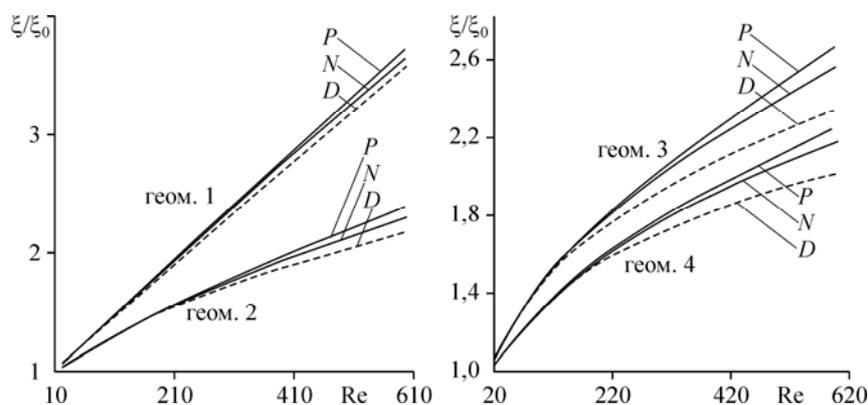


Рис. 9. Зависимости относительного коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса.

Жидкости: псевдопластичная (P), ньютоновская (N), дилатантная (D).

**Таблица**

**Сводная таблица коэффициентов гидравлического сопротивления для ньютоновской и неньютоновских жидкостей, Re = 600**

Жидкость	Канал	$\xi$ (расчетное)	$\xi/\xi_N$ , (%)
0,65 % раствор NaКМЦ, $\bar{\mu}_{вх} = 0,018488$ Па·с (расчетное)	№ 1	0,36809	≈0,9455
	№ 2	0,22123	≈0,9078
	№ 3	0,2406	≈0,8812
	№ 4	0,2069	≈0,8918
Трансформаторное масло, $\bar{\mu}_{вх} = 0,012994$ Па·с (расчетное)	№ 1	0,3893	1
	№ 2	0,2437	1
	№ 3	0,27303	1
	№ 4	0,232	1
Модельная дилатантная жидкость, $\bar{\mu}_{вх} = 0,020473$ Па·с (расчетное)	№ 1	0,4012	≈1,0305
	№ 2	0,2538	≈1,0414
	№ 3	0,2879	≈1,0545
	№ 4	0,2429	≈1,047

Здесь  $\xi_0$  — коэффициент гидравлического сопротивления в прямолинейной трубе для каждой жидкости. Различия между типами жидкостей начинается с  $Re \approx 300$ . При этом наименьшее гидравлическое сопротивление соответствует псевдопластичной жидкости, а наибольшее — дилатантной. Учитывая, что число Дина зависит прямопропорционально от числа Рейнольдса и обратно пропорционально радиусу изогнутости, можно сделать вывод о том, что с увеличением числа Дина увеличивается гидравлическое сопротивление.

В сводной таблице представлены значения коэффициента гидравлического сопротивления для исследуемых типов жидкостей при  $Re = 600$ . В последнем столбце представлено относительное изменение коэффициента гидравлического сопротивления для неньютоновской жидкости к ньютоновской ( $\xi_N$  — коэффициент гидравлического сопротивления для ньютоновской жидкости (трансформаторного масла) в аналогичном канале). Значение  $\xi/\xi_N > 1$  означает прирост коэффициента гидравлического сопротивления для неньютоновской жидкости по отношению к ньютоновской,  $\bar{\mu}_{вх}$  — средняя вязкость на входе в прямолинейный участок.

Получено, что для рассмотренных изогнутых каналов при  $Re = 600$   $\xi$  для псевдопластичной жидкости уменьшается по отношению к обычной ньютоновской жидкости на 5,45–11,88 %, для дилатантной наоборот, наблюдается рост  $\xi$  на 3,05–5,45 %. Как показали расчеты, при малых числах Рейнольдса гидравлическое сопротивление изогнутого канала практически не зависит от типа жидкости, например, при  $Re = 60$  разница для псевдопластичной жидкости составляет не более 1,4 %, а для дилатантной не более 0,02 %.

### Заключение

1. Исследование гидродинамики при стационарном ламинарном течении неньютоновских жидкостей в изогнутых каналах показало, что влияние типа жидкости на картину течения наблюдается с некоторого числа  $Re$ . Для псевдопластичной жидкости размеры вихревой области больше по сравнению с дилатантной жидкостью.

2. Проведен сравнительный анализ влияния типа жидкости на гидравлическое сопротивление в изогнутых каналах, в ходе которого установлено, что для псевдопластичной жидкости наблюдается наименьшее гидравлическое сопротивление, а для дилатантной — наибольшее.

3. Рост отклонения поведения неньютоновских жидкостей от ньютоновских наблюдается с увеличением числа Дина и сопровождается повышением гидравлического сопротивления.

### Список литературы

1. **Dean W.R.** Fluid motion in a curved channel // Proc. R. Soc. Lond, Ser. A. 1928. Vol. 121. P. 402–420.
2. **Williams G.S., Hubbell C.W., Fenkell G.H.** Experiments at Detroit, Mich.: on the effect of curvature upon the flow of water in pipes // Trans. ASCE. 1902. Vol. 47. P. 1–196.
3. **Grindley J.H., Gibson A.H.** On the frictional resistance to the flow of air through a pipe // Proc. R. Soc. Lond, Ser. A. 1908. Vol. 80. P. 114–139.
4. **Eustice J.** Flow of water in curved pipes // Proc. R. Soc. Lond, Ser. A. 1910. Vol. 84. P. 107–118.
5. **Кадыров А.И.** Теплообмен при ламинарном течении неньютоновской жидкости на начальном тепловом участке круглой трубы при различных законах изменения числа Био // Тр. Академэнерго. 2006. № 4. С. 3–14.
6. **Астарита Дж., Маруччи Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, пер. с англ., 1978. 303 с.
7. **Кутателадзе С.С., Попов В.И., Хабахпашева Е.М.** К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью // ПМТФ. 1966. № 1. С. 45–49.
8. **Muguercia I., Cazanav B., Li W., Ebadian, M.A.** Measurements of the secondary velocity vector in a 180 U-Tube using a 2-D LDA system with a refractive index matching technique // SPIE. 1993. No. 2052. P. 103–110.
9. **Xiaofeng Guan, Martonen T.B.** Simulations of flow in curved tubes // Aerosol Sci. Technology. 1997. Vol. 26, iss. 6. P. 485–504.
10. **Nobari M.R.H., Gharali K.** A numerical study of flow and heat transfer in internally finned rotating straight pipes and stationary curved pipes // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2006. Vol. 49. P. 1185–1194.
11. **Кадыров А.И.** Влияние соотношения геометрических размеров на гидродинамическое сопротивление при течении неньютоновской среды в призматических каналах при условии равенства периметров поперечного сечения // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2010. Т. 12, № 1(9). С. 2236–2238.
12. **Кадыров А.И.** Гидродинамика в колене  $90^0$  при ламинарном течении псевдопластичной и дилатантной жидкостей // Тез. докл. XI Всеросс. шк.-конф. молодых уч. “Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики” под рук. чл.-корр. РАН С.В. Алексеенко. 17-19 ноября 2010 г., Новосибирск. 41 с.

*Статья поступила в редакцию 4 апреля 2011 г.*